

УДК 621.383.7

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.1.21

ОБНАРУЖЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ СВОЙСТВ АНАЛИЗИРУЕМЫХ СИГНАЛОВ И ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

И. А. Козин^а, канд. техн. наук, доцент

^аВоенно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, РФ

Цель: разработка метода обнаружения изменения локальных свойств сигналов и процессов с использованием вейвлет-преобразования в интересах решения прикладных задач обработки информации и анализа динамики систем. **Методы:** использование инвариантности относительно сдвига и масштабирования и частотно-временной локализации. **Результаты:** представлено формализованное описание метода обнаружения локальных свойств произвольных сигналов с использованием многомасштабного вейвлет-анализа. Основными операциями обработки сигналов при обнаружении их локальных свойств (особенностей) является анализ вейвлет-коэффициентов малых масштабов и определение интервала корреляции функции, описывающей сигнал. Линии локальных максимумов, объединяющие вдоль оси масштаб на частотно-временной плоскости точки, в которых модули коэффициентов вейвлет-преобразования имеют локальные максимумы, сходятся к некоторым точкам, в которых присутствует особенность. Путем исследования характера изменения локальных максимумов вейвлет-преобразования на различных масштабах определяется расположение и характер локальных особенностей анализируемых сигналов и процессов. Представлен пример использования вейвлет-преобразования спектральных образов наблюдаемых объектов для выбора наиболее информативных спектральных каналов в многоспектральных системах дистанционного зондирования Земли. **Практическая значимость:** представленное математическое описание разработанного метода может быть положено в основу алгоритмов обработки сигналов и процессов. Метод может быть использован при обработке данных, полученных системами сбора информации, такими как системы дистанционного зондирования, телеметрии, контроля технологических процессов.

Ключевые слова — локальные свойства сигнала, вейвлет-преобразование, обработка данных, спектральный образ.

Введение

Задача обнаружения изменения локальных свойств (особенностей) сигналов и динамики систем является одной из широко распространенных задач анализа и обработки информации [1–5]. К ней сводятся многие прикладные задачи обработки данных, полученных системами сбора информации, такими как системы дистанционного зондирования, телеметрии, контроля технологических процессов. Под особенностью процесса в общем случае понимается резкий скачок, перепад, узкий пик, локальный максимум или минимум, кратковременный всплеск, разрыв функции, описывающей анализируемый процесс. Обнаружение изменения свойств анализируемого сигнала является составной частью анализа описываемых ими процессов и динамических систем, оно составляет основу алгоритмов распознавания образов, контроля и технической диагностики, а также дополняет адаптивные процедуры идентификации состояния систем со сложной динамикой.

При анализе свойств процессов различной природы, поиска точного положения особенности процесса и оценки характера этой особенности широкое распространение получают интегральные преобразования и ряды Фурье. При фурье-анализе в качестве основных базисных функций

используются тригонометрические функции (синус, косинус) и комплексные экспоненты. Однако синусоида, как базисная функция, будучи плавной функцией, не позволяет обнаружить резкие перепады сигналов. По составляющим спектра практически невозможно оценить характер особенности сигнала и точное положение (координату) этой особенности на оси координат, используемой для представления анализируемого сигнала. Поэтому для решения задач локализации особенностей сигнала необходимо использовать другие базисные функции. В качестве таких базисных функций в настоящей статье рассматриваются так называемые вейвлет-функции, или вейвлеты [5, 6].

Вейвлеты в задачах исследования локальных свойств сигналов

В настоящее время использование вейвлетов получает широкое распространение для фильтрации и предварительной обработки данных при обработке и синтезе различных сигналов, сжатии и обработке изображений, решении задач анализа состояния, прогнозирования, распознавания образов [6, 7]. Понятие вейвлета охватывает широкий класс непрерывных и дискретных базисных функций. Разложение исходной функции (оригинала) в базисе вейвлет-функций

осуществляется с помощью вейвлет-преобразования, имеющего общее и частные представления для различных вейвлетов и обладающего рядом полезных свойств для обнаружения особенностей анализируемых сигналов. Так, оно может «фокусироваться» на локальных структурах сигнала с помощью процедуры приближения и удаления объектов (зум-процедуры) при преобразовании, которая постепенно уменьшает масштабный параметр некоторой базисной функции-прототипа. Локальная особенность сигнала характеризуется убыванием амплитуды преобразования с уменьшением масштаба. Особенности и перепады выделяются исследованием локальных максимумов преобразования при малых масштабах.

Свойства вейвлет-преобразования позволяют путем последовательного увеличения (огрубления) или уменьшения (уточнения) масштаба выявлять локальные особенности анализируемого сигнала и подразделять их по интенсивности. Тем самым обнаруживается динамика изменения сигнала в зависимости от масштаба, не всегда уловимая при анализе свойств сигнала «невооруженным глазом». Если резкие скачки (изменение гладкости функции, описывающей сигнал) во многих случаях визуально легко различимы, то взаимодействие событий на мелких масштабах, перерастающих в крупномасштабные явления, визуально обнаружить очень сложно. И наоборот, сосредоточившись только на мелких деталях, можно не заметить явлений, происходящих на глобальном уровне.

Идея применения вейвлетов для многомасштабного анализа заключается в том, что разложение сигнала производится по базису, образованному сдвигами и разномасштабными копиями вейвлета, являющегося базисной функцией-прототипом. Вейвлеты имеют вид коротких волновых пакетов с нулевым средним значением, локализованных по оси аргументов (независимых переменных), инвариантных к сдвигу и линейных к операции масштабирования (сжатия/растяжения). По локализации во временном и частотном представлении вейвлеты занимают промежуточное положение между гармоническими функциями, локализованными по частоте, и δ -функцией Дирака, локализованной во времени. Таким образом, каждый вейвлет имеет некоторую область локализации, и свертка с ним сигнала позволяет выделить характерные особенности сигнала в этой области локализации, причем чем больший масштаб имеет вейвлет, тем более широкая область сигнала будет оказывать влияние на результат свертки.

Принцип неопределенности Гейзенберга не позволяет одновременно точно определить временные и частотные характеристики сигнала. Данный принцип выявляет «проблему разрешения» при частотно-временном представлении

сигнала [5, 6]. Так, при оконном преобразовании Фурье [5] сигнал локализуется во времени, но теряется точность его представления в частотном диапазоне. Вейвлет-преобразование также подчиняется принципу неопределенности Гейзенберга, но обладает свойствами многомасштабности. Оно имеет хорошее разрешение по времени и плохое по частоте на высоких частотах и плохое разрешение по времени и хорошее по частоте на низких частотах. Это позволяет эффективно использовать вейвлет-преобразование для анализа сигналов во всем частотно-временном диапазоне. Таким образом, для низкочастотных компонентов сигнала, имеющих большой масштаб, мы можем точно определить частотный состав, а для высокочастотных компонентов, имеющих малый масштаб и, как правило, характеризующих особенности сигнала, более точно определить время появления. Следует отметить, что большинство реальных сигналов обладают как раз такими свойствами, а именно имеют плавно изменяющиеся низкочастотные компоненты с наложением высокочастотных особенностей, появляющихся локально во времени.

Базисными функциями вейвлет-преобразований могут быть самые различные функции с компактным носителем: модулированные импульсами синусоиды, функции со скачками уровня и другие непрерывные на интервале определения и дискретные функции. Вейвлеты могут быть ортогональными, полуортогональными и биортогональными, симметричными, асимметричными и несимметричными, с компактной областью определения и не имеющие таковой, а также иметь различную степень гладкости [5]. Некоторые функции имеют аналитическое выражение, другие — быстрый алгоритм вычисления вейвлет-преобразования. Для качественного анализа сигналов и локальных особенностей в сигналах могут применяться различные ансамбли вейвлет-функций, которые позволяют оценить информационное содержание сигналов и динамику изменения этой информации. При соответствующем выборе базисных функций вейвлет-преобразование обеспечивает хорошее отображение свойств сигналов с локальными особенностями, в том числе со скачками, разрывами и перепадами значений с большой крутизной [5].

К вейвлетам относятся локализованные функции, которые конструируются из одного базисного (материнского) вейвлета $\Psi(t)$, определенного по некоторой координате t , в качестве которой может выступать как время, так и любая другая переменная. Базисный вейвлет должен удовлетворять следующим требованиям [6, 7]: быть непрерывным, интегрируемым, иметь компактный носитель, быть локализованным по анализируемой координате, иметь нулевое среднее (равен-

ство нулю нулевого момента) и быть ограничен-
ным: $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(t)|^2 dt < \infty$.

Простейшими вейвлетами являются дискретные функции Хаара — короткие прямоугольные колебания на интервале $[0,1]$, первое упоминание о которых появилось еще в начале прошлого века. Функции Хаара и другие дискретные функции, которые могут использоваться в качестве базисных функций вейвлет-преобразований, систематизированы в работе [6]. Эти функции находят широкое применение при анализе временных рядов, цифровой обработке сигналов и изображений [5–8]. Для конструирования вейвлетов часто используются непрерывные функции, являющиеся производными функции Гаусса [6], которые имеют наилучшую локализацию как во временной, так и в частотной областях.

Определение локальных особенностей сигнала с использованием многомасштабного вейвлет-анализа

Рассмотрим дискретную функцию, представленную совокупностью дискретных отсчетов $f(m)$, $m = 1, \dots, M$. Вейвлет-преобразование является частным случаем ортогонального преобразования анализируемой функции $f(m)$. Рассмотрим возможности описания свойств функции $f(m)$ с помощью ортогонального преобразования

$$f(m) = \sum_k c_k \Psi_k(m), \quad (1)$$

где $\Psi_k(m)$ — базисная функция, спектр которой некоторым образом локализован в окрестности частоты ω_k . Если использовать базисную функцию $\Psi_k(m) = \exp(-j\omega_k m)$, то преобразование (1) сводится к преобразованию Фурье с предельной локализацией в частотной области гармонических колебаний с частотами ω_k в виде δ -функций. Если же использовать базисную δ -функцию $\Psi_k(m) = \delta(m)$, то в результате преобразования (1) получаем предельно четкую локализацию в области номеров m анализируемых составляющих, но она не несет информации о локальных свойствах частотных составляющих, присутствующих в спектре функции $f(m)$.

Частично локальное описание спектра дискретной функции $f(m)$ в классе преобразований Фурье можно осуществить с помощью оконного дискретного преобразования Фурье вида

$$Y(\omega, b) = \sum_{m=1}^M f(m) \Psi(m-b) \exp(-j\omega m), \quad (2)$$

в котором окно $\Psi(m-b)$ сдвигается по оси отсчетов m для вычисления дискретного преобразова-

ния Фурье $Y(\omega, b)$ с центром в позиции b . Ортогональное преобразование вида (2) становится независимым от позиции (номера) составляющей анализируемой функции, и в результате получается описание функции $f(m)$ как в области частот ω , так и в области номеров отсчетов m . Выбирая ширину окна, можно повысить точность описания локальных свойств функции $f(m)$.

Для обеспечения частотной локализации, определяемой сжатиями и растяжениями базисной функции, нужно ввести второй аргумент — масштабный коэффициент a , представляющий собой аналог частоты ω . Тогда базисная функция $\Psi(m)$ примет вид $\Psi\left(\frac{m-b}{a}\right)$. Базисная функция $\Psi\left(\frac{m-b}{a}\right)$ является вейвлетом и в обобщенном спектральном анализе занимает промежуточное положение между гармоникой и δ -функцией. Для описания локальных свойств функции применяют совокупность таких вейвлетов.

Семейство нормированных вейвлетов с параметрами сдвига и сжатия, образованных базисной функцией (материнским вейвлетом) $\Psi\left(\frac{m-b}{a}\right)$, имеет вид

$$\Psi_I(a, b, m) = |a|^{-1/2} \Psi\left(\frac{m-b}{a}\right). \quad (3)$$

Базисные функции (3) рассматриваются как масштабированные и сдвинутые версии функции окна. Параметр b показывает сдвиг функции вдоль оси номеров спектральных каналов, а масштабный параметр обеспечивает частотную локализацию, определяемую сжатием и растяжением a материнской функции. Большие значения a соответствуют низким частотам, малые значения a — высоким частотам ω . Параметр a подвергается масштабированию не только параметр m , но и переменную сдвига b , так что при растяжении и сжатии материнской функции сохраняется отношение $b/a = \text{const}$.

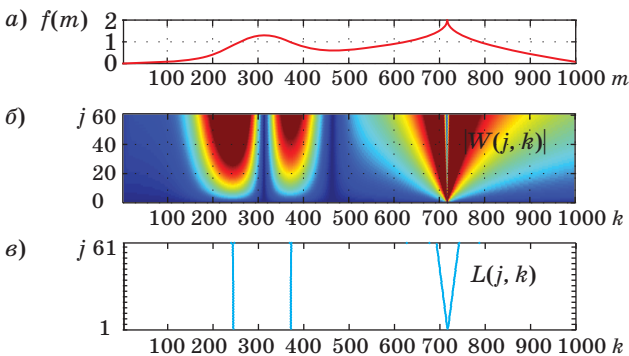
Дискретизация переменных a и b для вейвлет-анализа дискретных функций осуществляется по индексам j и k следующим образом [6]: $a_0 = 2$, $a_j = a_0^j$, $b_{jk} = ka_0^j$. В этом случае вейвлет-функция в общем виде определяется выражением $\Psi_{Ijk}(m) = a_0^{-j/2} \Psi(a_0^{-j} m - k)$, где осуществлен переход от переменных a и b к индексам j и k , которые определяют, соответственно, уровень и позицию вейвлета. С учетом введенных обозначений вейвлет-преобразование масштаба j дискретной функции $f(m)$ производится по формуле

$$W(j, k) = \sum_{m=1}^M a_0^{-j/2} \Psi(a_0^{-j} m - k) f(m). \quad (4)$$

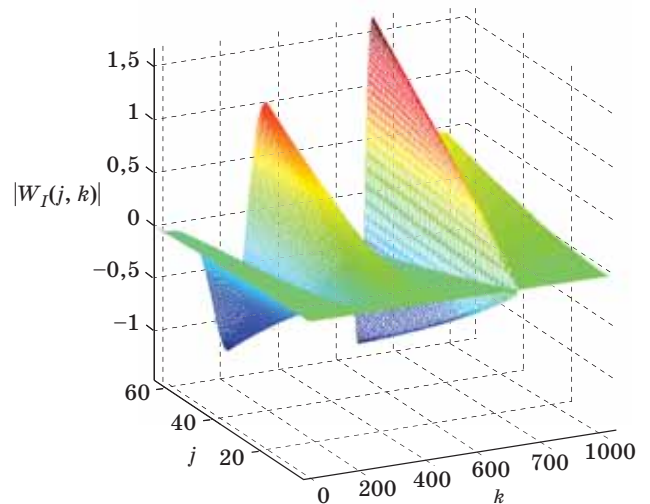
Вейвлет-преобразование (4) обладает свойством инвариантности к масштабу и сдвигу. Благодаря

этому свойству можно определить наличие и характер особенностей анализируемой функции. По значениям вейвлет-коэффициентов на малых масштабах можно судить о регулярности анализируемой функции в конкретной точке [5]. Поскольку с ростом масштаба базисная вейвлет-функция увеличивается, захватывая все больший диапазон значений m (диапазон суммирования), коэффициент в точке (j, k) будет зависеть от значений части составляющих $f(m)$. Диапазон этот тем больше, чем больше масштаб, поэтому высокочастотная информация вычисляется на основе малых отрезков значений функции $f(m)$, а низкочастотная информация — на основе больших. При анализе локальных изменений функции основной интерес представляет высокочастотная информация, поэтому практически необходимо анализировать не все вейвлет-коэффициенты, а коэффициенты, соответствующие вейвлет-функциям малого масштаба. В этом состоит основное отличие рассматриваемого приложения вейвлет-анализа от сжатия данных и изображений, когда анализируются, прежде всего, крупномасштабные составляющие разложения, имеющие наибольший вес [7].

Результат вейвлет-преобразования можно интерпретировать как поверхность в трехмерном пространстве. На рис. 1, а приведен пример исходной анализируемой функции $f(m)$, на рис. 1, б в виде проекции на плоскость переменных a и b представлены абсолютные величины вейвлет-коэффициентов $|W(j, k)|$ (по оси абсцисс отложен индекс параметра сдвига k , по оси ординат — индекс масштаба j , градацией цвета показаны значения вейвлет-коэффициентов по модулю). Наиболее важная информация о вейвлет-преобразовании содержится в линиях локальных экстремумов $L(j, k)$ поверхности модулей вейвлет-коэффициентов, поиск которых проводится на каждом масштабе j (рис. 1, в). На рис. 2 показана поверхность трехмерного представления вейвлет-преобразо-



■ **Рис. 1.** Исходная анализируемая функция (а); вейвлет-коэффициенты в виде проекции на плоскость переменных a и b (б); линии локальных экстремумов поверхности вейвлет-коэффициентов (в)



■ **Рис. 2.** Поверхность трехмерного представления вейвлет-преобразования функции $f(m)$ с базисным вейвлетом $\Psi(m)$ типа вейвлета Хаара

вания функции $f(m)$, изображенной на рис. 1, а, с базисным вейвлетом $\Psi(m)$ типа вейвлета Хаара.

Анализ зависимостей, представленных на рис. 1 и 2, показывает, что, анализируя вейвлет-коэффициенты на малых масштабах j , можно судить о регулярности анализируемой функции в каждой ее точке. Наиболее значимые вейвлет-коэффициенты являются наибольшими по абсолютной величине $|W(j, k)|$ и свидетельствуют о наличии существенного изменения анализируемой функции в позиции, определяемой значением индекса k . Сравнивая абсолютные величины вейвлет-коэффициентов $|W_I(j, k)|$ с некоторым порогом, можно определить наиболее значимые существенные изменения функции. Также возможно одновременно оценивать сумму абсолютных величин вейвлет-коэффициентов $|W_I(j, k)|$, рассчитываемых для разных масштабов j при заданной позиции вейвлета k . Сравнение вейвлет-коэффициентов на нескольких уровнях вейвлет-преобразования расширяет возможности обнаружения скачков различных масштабов и уменьшает влияние шумовых выбросов.

Пример использования свойств вейвлет-преобразования для определения наиболее информативных спектральных каналов при обработке многоспектральных данных

Одной из областей применения вейвлет-преобразования для поиска последовательности локальных особенностей анализируемой функции является анализ данных многоспектрального дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). В современных авиационных и космических системах ДЗЗ широкое применение находят многоспектральные и гиперспектральные датчики с числом

спектральных каналов до нескольких тысяч [9]. Распознавание наблюдаемых объектов по таким данным осуществляется корреляционным методом по зарегистрированным спектральным образам [9, 10]. Многоспектральные данные характеризуются большими объемами (десятками гигабайт), что плохо согласуется с невысокой пропускной способностью большинства радиолиний передачи данных ДЗЗ. В таких условиях для оперативной обработки и передачи данных ДЗЗ необходимо выбирать так называемые наиболее информативные спектральные каналы, соответствующие областям существенных изменений спектральных образов [11].

Рассмотрим пример применения вейвлет-преобразования для выбора наиболее информативных спектральных каналов многоспектральной системы ДЗЗ. В данном случае в качестве анализируемой функции $f(m)$ выступает спектральный образ наблюдаемого объекта или подстилающей поверхности $I(\lambda)$, представленный в виде дискретных составляющих — значений коэффициента спектральной яркости, регистрируемой в M спектральных каналах, каждый со средней длиной волны λ_m и спектральным разрешением $\Delta\lambda_m$, $m = 1, \dots, M$. При корреляционном распознавании по спектральным образам [4] наибольший вклад в величину коэффициента корреляции дают спектральные составляющие, соответствующие участкам наиболее быстрого изменения анализируемого спектрального образа $I(\lambda)$, на которых функция, описывающая спектральный образ, имеет некоторые локальные особенности и существенные изменения в характере поведения.

В рассматриваемом случае задача обнаружения изменения свойств анализируемого процесса переносится в частотную область (координатой изменения процесса является длина волны λ). При этом постановка задачи определения участков существенных изменений анализируемых спектральных образов полностью соответствует задаче обнаружения изменения свойств сигналов с использованием вейвлетов. Вейвлет-преобразование дискретной функции спектрального образа $f(m)$ производится в соответствии с выражением (4).

В общем случае анализа вейвлет-коэффициентов $|W(j, k)|$ выбранных масштабов j_1, j_2, \dots, j_L оценка координаты λ_k наиболее информативного спектрального канала, задаваемой ее номером k , имеет вид

$$\tilde{k} = \arg \max_k \left| \sum_{j=1}^L |W(j, k)| \right|, \quad (5)$$

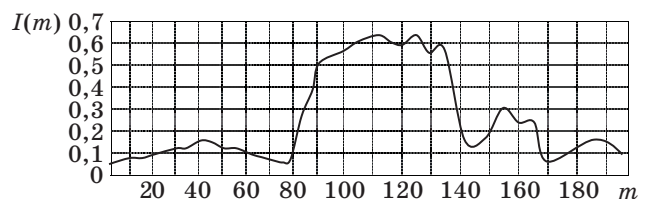
где L — число учитываемых масштабов. Решающее правило для оценки координаты скачка \tilde{k} определяется выражением

$$g_k = \max_k \left| \sum_{j=1}^L |W(j, k)| \right| \geq \delta. \quad (6)$$

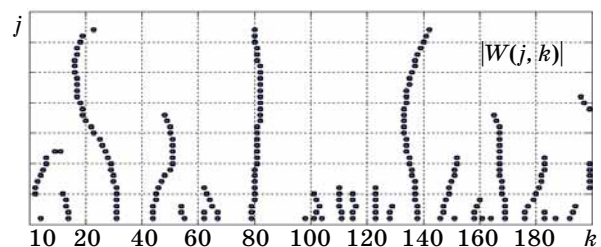
В качестве наиболее информативных выбираются те спектральные каналы, для которых абсолютные значения соответствующих их позициям вейвлет-коэффициентов $|W_I(j, k)|$ или их сочетаний превышают уровень порога δ . При $L = 1$ анализируются вейвлет-коэффициенты одного масштаба. При этом за счет выбора модификации вейвлет-функции и анализируемого масштаба достигается уменьшение влияния шума на результаты выбора спектральных каналов.

В общем случае процедуру выбора наиболее информативных спектральных каналов можно построить путем выполнения операций оптимального оценивания координат существенных изменений анализируемой функции спектрального образа [4, 11]. Алгоритм оптимального оценивания координат существенных изменений анализируемой функции включает операции определения ее приращений (скачков) и сравнение найденных приращений с настраиваемым порогом. К данным операциям могут быть сведены операции настройки параметров вейвлет-преобразования и сравнения с порогом локальных экстремумов модулей вейвлет-коэффициентов, что позволяет рассматривать представленный алгоритм обнаружения локальных свойств анализируемых сигналов и процессов с использованием вейвлет-преобразования как квазиоптимальный алгоритм по отношению к оптимальному алгоритму.

Пример исходной анализируемой функции спектрального образа $f(m) = I_m$ приведен на рис. 3. Линии локальных экстремумов поверхности абсолютных величин коэффициентов $|W_I(j, k)|$, полученных с помощью вейвлет-преобразования исходной функции $f(m)$ с базисным вейв-



■ Рис. 3. Пример исходной анализируемой функции спектрального образа



■ Рис. 4. Линии локальных экстремумов поверхности коэффициентов вейвлет-преобразования спектрального образа $I(m) = I_m$

летом типа вейвлета Гаусса первого порядка

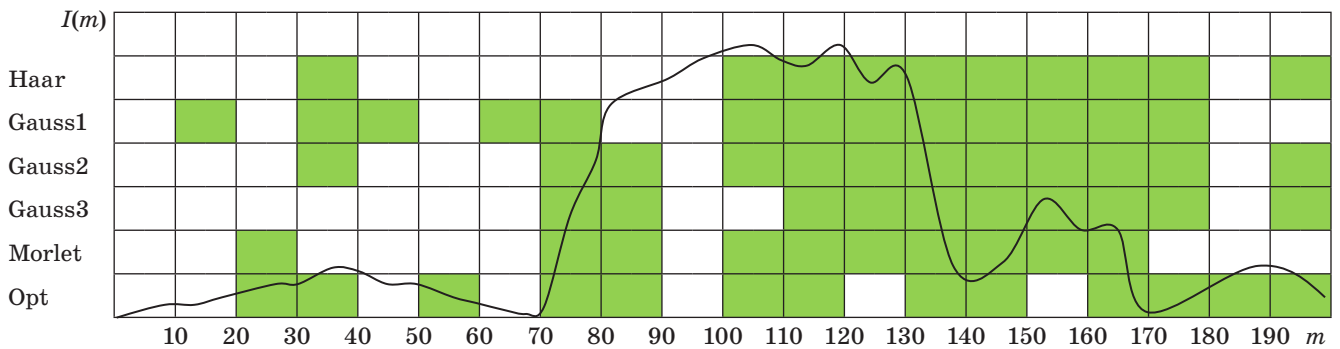
$$\Psi(m) = \frac{m}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{m^2}{2}\right), \text{ показаны на рис. 4.}$$

При вейвлет-преобразовании функция $|W(j, k)|$ является регулярной даже при нерегулярной анализируемой функции $f(m)$. Вся информация о возможных особенностях функции $f(m)$, включая локализацию скачков $k = m_0$, заключена в асимптотическом поведении коэффициентов $|W(j, k)|$ при малых j . Если коэффициенты на малых масштабах расходятся, то функция $f(m)$ имеет особенность в точке с номером m_0 . Если коэффициенты $|W(j, k)|$ близки к нулю в окрестности точки m_0 на малых масштабах, то функция $f(m)$ является регулярной в этой точке. Анализ выделенных линий локальных экстремумов или локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов позволяет анализировать особенности функции $f(m)$. Локальные максимумы модулей вейвлет-преобразования $|W(j, k)|$ будут иметь наибольшие значения в тех точках анализируемой функции $f(m)$, в которых она претерпевает наиболее существенные изменения (скачки). При анализе многоспектральных данных, ранжируя значения локальных максимумов модулей вейвлет-преобразования $|W(j, k)|$ и отбрасывая наименьшие из них, можно определить спектраль-

ные каналы, в которых анализируемая функция спектрального образа $f(m) = I_m$ имеет существенные изменения. При этом количество M_1 выбираемых наиболее информативных спектральных каналов соответствует количеству отобранных значений локальных максимумов модулей вейвлет-преобразования $|W(j, k)|$, а расположение этих вейвлет-коэффициентов соответствует расположению выбираемых спектральных каналов.

Сводные результаты выбора наиболее информативных спектральных каналов для спектрального образа, приведенного на рис. 3, с использованием рассмотренного алгоритма на основе вейвлет-преобразования для различных базисных вейвлет-функций и алгоритма оптимального выбора наиболее информативных спектральных каналов, описанного в работе [4], представлены на рис. 5.

Здесь показана функция спектрального образа I_m и приведена сводная таблица с результатами выбора наиболее информативных спектральных каналов для вейвлет-преобразования с различными вейвлет-функциями (функцией Хаара — Haar; гауссианами 1-, 2- и 3-го порядка — Gauss1, Gauss2, Gauss3; вейвлетом Морле — Morlet) и метода оптимального выбора наиболее информативных спектральных каналов (Opt). На графике функции спектрального образа в виде диаграммы помечены группы спектральных каналов, ко-



Haar			31			79			102	111 115	123 128	138	146	151 158	169	176		192
Gauss1	13		31	45		64	80		102	110 115	123	137	148	160	169	179		
Gauss2			36			74	85		107	113 119	126	133	141	154	166	172		190 198
Gauss3						70	90			110 116	123 129	138	144	158	164	174		192
Morlet		29				73	81		109	113	121	133 137	145 149	157	169			
Opt		29	33		53	80	86		101	112		137 138	148		168 169	178 172	188	198 195

■ Рис. 5. Примеры выбора наиболее информативных спектральных каналов с использованием алгоритма на основе вейвлет-преобразования для различных базисных вейвлет-функций и алгоритма оптимального оценивания

торые выделяются как наиболее информативные всеми рассматриваемыми алгоритмами.

Анализ сводной таблицы показывает, что при соответствующем выборе параметров вейвлет-преобразования имеет место хорошее совпадение результатов выбора наиболее информативных спектральных каналов с рассмотренным и оптимальным алгоритмами. При использовании оптимального алгоритма выбора спектральных каналов и алгоритма на основе вейвлет-функций Гаусса 1-го порядка имеет место достаточно равномерное выделение областей наиболее существенных изменений анализируемой функции спектрального образа. При использовании алгоритма выбора спектральных каналов на основе вейвлет-функций Хаара имеет место преимущественное выделение спектральных каналов в областях, где функция спектрального образа претерпевает многочисленные непродолжительные скачки, и пропуски спектральных каналов в областях длительных скачков функции спектрального образа с небольшой амплитудой.

Представленный алгоритм, основанный на вейвлет-преобразовании спектрального образа, позволяет выделять в качестве наиболее информативных в ряде случаев совпадающие или, по крайней мере, близкие группы спектральных каналов. Работа алгоритма зависит от типа выбранной вейвлет-функции. Вейвлет Хаара позволяет выделять более резкие, шумоподобные составляющие функции спектрального образа. Уровень масштаба j сказывается на чувствительности алгоритма к шумоподобным скачкам анализируемой функции $f(m)$. На масштабе $j = 1$, как видно из рис. 4, локальных максимумов вейвлет-преобразования больше и они соответствуют тем участкам спектрального образа, где проявляется более высокочастотная составляющая спектра. Следовательно, на самых малых масштабах алгоритм определяет спектральные каналы, соответствующие более высокочастотным (шумоподобным) участкам анализируемого спектрального образа.

Заключение

Исследование показало, что благодаря таким свойствам, как инвариантность относительно сдвига и растяжения (сжатия) и способности к частотно-временной локализации, вейвлет-преобразование, в отличие от преобразования Фурье, позволяет обнаруживать особенности сигналов не только в частотной, но и во временной области. Обнаружение изменения локальных свойств анализируемых сигналов и процессов осуществляется с использованием ортогональных базисных вейвлет-функций, построение которых связано с представляющей собой многомасштабный анализ системой вложенных пространств, отличающихся друг от друга только перемасштабированием независимой переменной. Линии локальных максимумов, объединяющие вдоль оси масштабов на частотно-временной плоскости точки, в которых модули коэффициентов вейвлет-преобразования имеют локальные максимумы, сходятся к некоторым точкам, в которых присутствует особенность. Исследуя характер изменения локальных максимумов вейвлет-преобразования на различных масштабах, можно определять расположение и характер локальных особенностей анализируемых сигналов и процессов.

Благодаря использованию вейвлет-преобразования для анализа и обработки сигналов и процессов возможно решение широкого круга прикладных задач обработки данных, полученных системами сбора информации, такими как системы дистанционного зондирования, телеметрии, контроля технологических процессов, телекоммуникации. Представленное описание метода может быть положено в основу алгоритмов обработки широкого круга сигналов и процессов. В качестве примера представлено использование вейвлет-преобразования для выбора наиболее информативных спектральных каналов системы ДЗЗ и показана его работоспособность.

Литература

1. Никифоров И. В. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов. — М.: Наука, 1983. — 200 с.
2. Жиглявский А. А., Красковский А. Е. Обнаружение разладки случайных процессов в задачах радиотехники. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1988. — 224 с.
3. Бассвиль М., Вилски А., Банвенист А. и др. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем: пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — 280 с.
4. Козинев И. А., Мальцев Г. Н. Модифицированный алгоритм обнаружения разладки случайного про-

- цесса и его применение при обработке многоспектральных данных // Информационно-управляющие системы. 2012. № 3. С. 9–17.
5. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов: пер. с англ. — М.: Мир, 2005. — 671 с.
 6. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике. — М.: Солон-Р, 2002. — 448 с.
 7. Сэлмон Д. Сжатие данных, изображения и звука: пер. с англ. — М.: Техносфера, 2004. — 368 с.
 8. Мальцев Г. Н., Стогов Г. В. Двумерное преобразование Хаара и особенности его вычисления при обработке оптических изображений // Информационно-управляющие системы. 2008. № 3. С. 2–4.

9. Мальцев Г. Н., Козинов И. А., Данилкин А. П. Космические системы и технологии многоспектрального дистанционного зондирования Земли // Информатика и космос. 2010. № 1. С. 148–158.
10. Кашкин В. Б., Сухинин А. И. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений. — М.: Логос, 2001. — 264 с.

11. Мальцев Г. Н., Козинов И. А., Фатеев В. Ф. Методы выбора наиболее информативных спектральных каналов при дистанционном зондировании Земли с малых КА // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. № 6. С. 23–31.

UDC 621.383.7

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.1.21

Detecting Local Characteristic of Analyzed Signals and Processes Using Wavelet Transformation

Kozinov I. A.^a, PhD, Tech., Assistant Professor, garry-spb@yandex.ru

^aA. F. Mozhaiskii Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia St., 197082, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: Developing a method of detecting changes in local characteristics of signals and processes using wavelet transformations in the context of concerns of applied problems of information processing and system dynamics analysis. **Methods:** Using invariance under shift and scaling, along with frequency-time localization. **Results:** A formalized description is given for the method of detecting local characteristics of arbitrary signals using multiresolution wavelet analysis. The main operations of the signals processing when detecting their local characteristics are the analysis of small-scaled wavelet coefficients and the determination of the signal-describing function correlation interval. Local maxima lines along the scale axis on the time-frequency plain unite the points in which the modules of the coefficients of the wavelet transformation have local maxima. These lines converge to certain points with singularities. Studying how the local wavelet transformation maxima change at different scales help determine the location and nature of the local singularities of the analyzed signals and processes. An example is given of using a wavelet transformation for spectral images of observed objects for choosing the most informative spectral channels in systems of multispectral remote flexing of the Earth. **Practical relevance:** The presented mathematical description of the proposed method can be a base of processing algorithms for signals and processes. The method also can be used in the processing of data obtained by information collection systems of remote flexing, telemetries or control over technological processes.

Keywords — Local Characteristics of a Signal, Wavelet Transformation, Data Processing, Spectral Image.

References

1. Nikiforov I. V. *Posledovatel'noe obnaruzhenie izmeneniia svoistv vremennykh riadov* [Consequent Finding of the Characteristic Change of the Temporary Rows]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 200 p. (In Russian).
2. Zhigliavskii A. A., Kraskovskii A. E. *Obnaruzhenie izmeneniia svoistv signalov i dinamicheskikh sistem* [Detection of the Change-Point in Random Processes in Problems of Radio Engineering]. Leningrad, LGU Publ., 1988. 224 p. (In Russian).
3. Basseville M., Vilski A., Banveniste A., at al. *Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*. New York, Springer-Verlag, 1985. 278 p.
4. Kozinov I. A., Maltsev G. N. Modified Algorithm of the Detection of Abrupt Changes in Casual Process and its use for Processing of Multispectral Data. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2012, no. 3, pp. 9–17 (In Russian).
5. Mallat S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Paris, Academic Press, 1999. 671 p.
6. D'iakonov V. P. *Veivlety. Ot teorii k praktike* [Wavelets. From Theory to Practical]. Moscow, Solon-R Publ., 2002. 448 p. (In Russian).
7. Salomon D. *Data Compression Methods*. New York, Springer-Verlag, 2002. 368 p.
8. Maltsev G. N., Stogov G. V. Two Dimensional Haar Transform and Specifics of its Calculation While Processing Optical Image. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2008, no. 3, pp. 2–4 (In Russian).
9. Maltsev G. N., Kozinov I. A., Danilkin A. P. Space Systems and Technologies Interned for Multispectral Remote Sensing of the Earth. *Informatsiia i kosmos*, 2010, no. 1, pp. 148–158 (In Russian).
10. Kashkin V. B., Suhinin A. I. *Distantionnoe zondirovanie Zemli iz kosmosa. Tsifrovaia obrabotka izobrazhenii* [Space Remote Flexing of the Earth. Digital Processing of the Images]. Moscow, Logos Publ., 2001. 264 p. (In Russian).
11. Maltsev G. N., Kozinov I. A., Fateev V. F. Methods of Choice of the Most Informational Spectral Channels under Remote Flexing of the Earth from Small Spacecrafts. *Izvestiia vuzov. Priborostroenie*, 2007, no. 6, pp. 23–31 (In Russian).