УДК 519.874.2
doi:10.15217/issn1684-8853.2015.6.105

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ МНОГОПРОДУКТОВОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

***Е. С. Чугунов**[a], аспирант*
***В. В. Захаров**[a], доктор физ.-мат. наук, профессор*
[a]Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, РФ

Постановка задачи: *оптимизация управления запасами играет ключевую роль в уменьшении издержек практически любой современной компании. Обычно рассматривается ситуация, когда поставщик доставляет одному или нескольким ритейлерам товары различных видов за несколько партий. Целью работы является разработка метода решения задачи управления запасами, позволяющего минимизировать суммарные затраты поставщика и ритейлеров.* ***Результаты:*** *для решения задачи управления запасами, описанной с помощью многопродуктовой модели, предложен новый эвристический метод. Новизна метода состоит в том, что рассматриваются все допустимые временные интервалы между поставками. Для каждого варианта временного интервала определяются объемы товаров в одной партии и затем из всех допустимых вариантов временных интервалов между поставками выбирается тот, при котором суммарные издержки поставщика и ритейлера будут минимальными. Проведен сравнительный анализ данного метода с двумя разработанными ранее эвристическими методами решения поставленной задачи. Показано, что предложенный эвристический метод в большинстве случаев дает лучшее решение, чем два других метода.* ***Практическая значимость:*** *предложенный эвристический метод решения задачи управления запасами, описанной с помощью многопродуктовой модели, позволит разрабатывать новые методы и компьютерные программы для оптимизации складской работы многих компаний.*

Ключевые слова *— задача управления запасами, однопродуктовая модель, многопродуктовая модель, нелинейное программирование, эвристический метод, Vendor Managed Inventory.*

Введение

В современном экономическом мире практически все компании сталкиваются с проблемами, связанными с заказом и хранением различных грузов, а также минимизацией соответствующих затрат. В математическом контексте данные проблемы можно отнести к задачам оптимизации цепей поставок [1, 2], в которые могут входить поставщики, производители, склады, перевозчики, ритейлеры (продавцы, торговые сети) и конечные потребители. Для решения данных задач разрабатываются различные экономические и математические модели. В частности, особое внимание уделяется разработке новых концепций систем управления запасами, учитывающих финансовые риски [3–7].

Большинство моделей изначально разрабатывалось для проведения различных научных исследований, и многие из них нельзя использовать в практических расчетах, так как они не могут описать в полной мере все ограничения производственных циклов на большинстве современных предприятий. В связи с этим разработка адаптированных под современный экономический рынок моделей и методов их решения является актуальной. В процессе математической формализации, учитывающей специфические ограничения, модели приобретают большую размерность. Для достижения приемлемого времени нахождения решения разрабатываются различные эвристические алгоритмы, которые в большинстве случаев дают приближенные решения.

Многие специалисты используют концепцию Vendor Managed Inventory (VMI) [8, 9]. В данной модели ритейлер предоставляет информацию поставщику об уровне своих продаж и уровне запасов определенного товара на своем складе. Поставщик, учитывая данную информацию, определяет объем и количество партий данного товара, которые будут доставлены в течение периода планирования. Основной целью данной задачи является минимизация издержек ритейлера и поставщика на оформление заказов, покупку и хранение товара на складе у ритейлера. При этом в зависимости от количества различных товаров в одной партии возможны однопродуктовая [10] и многопродуктовая [11] математические записи модели.

В то же время количество участников в данной задаче может быть не ограничено только одним поставщиком и ритейлером, возможны и другие варианты: несколько поставщиков — несколько клиентов, один поставщик — несколько клиентов, несколько поставщиков — один клиент, а также всевозможные варианты кооперации участников.

Концепцию VMI можно разделить на 2 класса:

— модель экономичного размера заказа [12], в которой в момент поступления заказа поставщик имеет в наличии товар в необходимом объеме;

— модель экономичного объема производства, в которой в момент поступления заказа поставщик не имеет в наличии товар в необходимом объеме [13, 14].

Рассматриваемая задача относится к классу выпуклых смешанно-целочисленных нелинейных задач оптимизации и является NP-сложной [15–17].

Для решения данной задачи, описанной с использованием однопродуктовой (поставщик за одну поставку доставляет товары только одного вида) и многопродуктовой (поставщик за одну поставку доставляет товары сразу нескольких видов) моделей, применяются различные методы: метод внешней аппроксимации [18], метод обобщенной декомпозиции [19, 20], расширенный метод секущих плоскостей [18], LP/NLP метод [21, 22]. Также существуют различные эвристические методы, например, в статье [10] авторы предлагают использовать разработанный ими эвристический метод для однопродуктовой модели, основанный на методе множителей Лагранжа, а в статье [23] предлагается использовать муравьиный (генетический) алгоритм для решения однопродуктовой модели.

В настоящей статье предложен эвристический метод решения поставленной задачи и произведен сравнительный анализ эффективности предложенного метода с двумя другими методами решения, разработанными ранее.

Математические модели задачи управления запасами

Однопродуктовая модель

Рассмотрим модель VMI «один поставщик — один ритейлер» [24]. Поставщик поставляет ритейлеру n различных товаров. У ритейлера есть детерминированный спрос в размере D_j на j-й товар ($j = 1, 2, ..., n$), равномерно распределенный в течение периода T. Дефицит товаров у ритейлера допускается и учитывается в виде дополнительных затрат (штрафов). Цены на все виды товаров считаются фиксированными в течение периода T. У ритейлера имеется ограничение на вместимость склада для хранения всех видов товаров. Ритейлер оформляет заказы на товары в течение периода планирования T. Товар вида j доставляется ритейлеру через равные промежутки времени и в одинаковом объеме Q_j, удовлетворяя спрос D_j в течение периода планирования T. В одной партии доставляются товары только одного вида.

Затраты ритейлера состоят из расходов на оформление заказов по доставке товаров; на покупку товаров в необходимом объеме; на хранение товаров в течение всего периода планирования, а также денежных штрафов за дефицит товаров.

Ритейлер минимизирует свои затраты за счет выбора Q_j — количества товара вида j в одной партии и уровня допустимого дефицита b_j товара вида j.

Целевая функция, описывающая расходы ритейлера в случае однопродуктовых партий, имеет вид

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \left[\begin{array}{l} \frac{D_j}{Q_j}\left(A_{Sj} + A_{Rj}\right) + \\ + \frac{h_j}{2Q_j}\left(Q_j - b_j\right)^2 + \frac{\hat{\pi} b_j^2}{2Q_j} + \frac{\pi b_j D_j}{Q_j} \end{array} \right] \to \min_{Q_j, b_j}, \quad (1)$$

где n — количество различных видов товаров в заказываемой партии; $j = 1, 2, ..., n$ — виды товаров; D_j — объем спроса на товар вида j в течение периода планирования T; Q_j — объем заказа товара вида j в каждой партии; A_{Sj} — фиксированные издержки поставщика на размещение заказа партии товара вида j; A_{Rj} — фиксированные издержки ритейлера на размещение заказа партии товара вида j; h_j — издержки ритейлера на хранение единицы товара вида j в течение всего периода планирования T; b_j — уровень дефицита товара вида j в промежутке времени между поставками; $\hat{\pi}$ — затраты от объема дефицита у ритейлера в размере единицы товара в течение всего периода планирования T; π — фиксированный штраф за суммарный объем дефицита в размере единицы товара в каждом из промежутков между поставками (циклов); $\frac{D_j}{Q_j}\left(A_{Sj} + A_{Rj}\right)$ — суммарные затраты ритейлера и поставщика на оформление всех заказов по доставке товара вида j в течение периода T; $\frac{h_j}{2Q_j}\left(Q_j - b_j\right)^2$ — затраты ритейлера на хранение товара вида j на своем складе в течение всего периода планирования T; $\frac{\hat{\pi} b_j^2}{2Q_j}$ — издержки от дефицита товара вида j на складе ритейлера в течение периода планирования T; $\pi b_j \frac{D_j}{Q_j}$ — фиксированный штраф за суммарный объем дефицита товара вида j в размере b_j в каждом из циклов между поставками.

При этом у ритейлера есть ряд ограничений:

— ограничение на вместительность склада зададим следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n} f_j\left(Q_j - b_j\right) \le F; \quad (2)$$

— ограничение на максимальное количество заказов:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{D_j}{Q_j} \le M; \quad (3)$$

— дефицит товара у ритейлера не может быть больше поставляемого объема:

$$b_j \le Q_j,\ j = 1, 2, ..., n; \quad (4)$$

— объем заказа товара вида j в каждой партии не может принимать отрицательные, нулевые и дробные значения, а также превосходить объем спроса на данный товар в течение всего периода планирования T:

$$0 < Q_j \le D_j,\ Q_j \in \mathbb{Z},\ j = 1, 2, ..., n; \tag{5}$$

— уровень дефицита товара вида j также не может принимать отрицательные и дробные значения:

$$b_j \ge 0,\ b_j \in \mathbb{Z},\ j = 1, 2, ..., n, \tag{6}$$

где f_j — пространство склада, занимаемое единицей товара вида j; F — общее доступное пространство склада ритейлера для размещения всех видов товаров; M — максимально допустимое общее количество заказов для всех видов товаров.

Вектором переменных данной математической модели будет вектор $(b_1, ..., b_n, Q_1, ..., Q_n)$.

В данной математической модели нет ограничения на целочисленность значения количества партий.

Многопродуктовая модель

В данной математической модели поставщик в одной партии может поставить ритейлеру товары сразу всех n типов.

Ритейлер минимизирует свои затраты (оформление заказов, покупка товаров, хранение товаров на складе, штрафы за дефицит товаров) за счет выбора Q_j — количества товара вида j в одной партии, уровня допустимого дефицита b_j товара вида j, а также количества партий со всеми товарами в течение всего периода планирования T.

Пусть $\tau \in (0, T]$ — длина цикла (временного промежутка между поставками), измеряемая в долях периода планирования T; $\frac{T}{\tau}$ — количество поставок за период планирования T. Далее будем предполагать, что $T = 1$ (1 неделя, 1 месяц, 1 год).

Введя τ, мы можем выразить Q_j через τ и D_j с учетом требования целочисленности значений Q_j:

$$Q_j = \left[\begin{array}{l} D_j\tau, \text{если } D_j\tau \in \mathbb{Z}; \\ [D_j\tau]+1, \text{если } D_j\tau \notin \mathbb{Z}, \end{array}\right. \tag{7}$$

где $[D_j\tau]$ — целая часть от $D_j\tau$.

Введение значения $Q_j = [D_j\tau] + 1$ обусловлено рациональным условием, что поставщик не может доставлять в каждой партии товар вида j в объеме меньше, чем $D_j\tau$, так как в противном случае он не сможет удовлетворить в полном объеме спрос ритейлера.

Целевая функция, описывающая расходы ритейлера в случае многопродуктовых партий, имеет вид

$$Z = \left(\frac{1}{\tau}\right)(A_S + A_R) + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\left(Q_j - b_j\right)^2 h_j}{2Q_j} + \frac{\hat{\pi} b_j^2}{2Q_j}\right) + $$

$$+\frac{\pi}{\tau}\sum_{j=1}^{n} b_j \to \min_{\tau, Q_j, b_j} \tag{8}$$

при условии (7).

Функция общих затрат, подлежащая минимизации, имеет отличные от целевой функции (1) формулы определения затрат поставщика и ритейлера на оформление заказов: $\left(\frac{1}{\tau}\right)(A_S + A_R)$, где A_S — фиксированные издержки поставщика на размещение заказа многопродуктовой партии; A_R — фиксированные издержки ритейлера на размещение заказа многопродуктовой партии, а также фиксированного штрафа за суммарный объем дефицита товара вида j в размере b_j в каждом из циклов: $\frac{1}{\tau}\sum_{j=1}^{n}\pi b_j$.

В данном случае ритейлер также имеет ряд ограничений:

— ограничение на доступное пространство склада:

$$\sum_{j=1}^{n} f_j\left(Q_j - b_j\right) \le F; \tag{9}$$

— дефицит товара у ритейлера не может быть больше поставляемого объема:

$$b_j \le Q_j,\ \ j = 1, 2, ..., n; \tag{10}$$

— уровень дефицита товара вида j не может принимать отрицательные значения:

$$b_j \ge 0,\ \ j = 1, 2, ..., n; \tag{11}$$

— уровень дефицита товара вида j не может принимать дробные значения:

$$b_j \in \mathbb{Z},\ \ j = 1, 2, ..., n; \tag{12}$$

— ограничение на количество поставок:

$$1 \le \frac{1}{\tau} \le M; \tag{13}$$

— длина цикла (временной промежуток между поставками) может принимать только положительные вещественные значения:

$$\tau \in (0, T],\ \ \tau \in \mathbb{R}; \tag{14}$$

— количество поставок за весь период должно быть целым числом:

$$\frac{1}{\tau} \in \mathbb{Z}. \tag{15}$$

Вектором переменных в данной математической модели будет вектор $(\tau, b_1, ..., b_n, Q_1, ..., Q_n)$.

Эвристический метод

Для решения задачи управления запасами, описанной с помощью многопродуктовой модели (8)–(15), мы предлагаем сначала определить все допустимые значения τ, далее для каждого допустимого значения τ определить целочисленные значения переменных Q_j и частично целочисленные значения переменных b_j. Среди всех наборов значений переменных τ, Q_j, b_j выбрать оптимальный набор, при котором целевая функция (8) принимает наименьшее значение.

Если некоторые из переменных b_j принимают нецелочисленные значения, необходимо решить относительно этих переменных целочисленную задачу с помощью метода ветвей и границ.

В результате данной последовательности действий будут найдены нецелочисленное значение переменной τ и целочисленные значения переменных Q_j и b_j, при которых целевая функция (8) будет принимать наименьшее значение.

Алгоритм метода:

Шаг 1. Определим все значения τ, удовлетворяющие ограничениям (13)–(15).

Шаг 2. Для каждого фиксированного значения τ определяем значения переменных (7).

Шаг 3. Целевая функция (8) и ограничения (9)–(11) удовлетворяют условиям теоремы Куна — Таккера [25] о существовании локального минимума в задаче нелинейного программирования. Используя данную теорему, для выбранного значения τ и соответствующих ему значений Q_j находим оптимальные значения переменных b_j.

В ограничении рассмотрим случаи равенства (9) $F-\sum_{j=1}^{n} f_j\left(Q_j-b_j\right)=0$, для которых решается система уравнений

$$\frac{\partial Z}{\partial b_j}=\alpha\frac{\partial\left(F-\sum_{j=1}^{n} f_j\left(Q_j-b_j\right)\right)}{\partial b_j},\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Отсюда

$$b_j=\frac{\alpha f_j Q_j+h_j Q_j-\pi\frac{Q_j}{\tau}}{h_j+\hat{\pi}};$$

$$\alpha=\frac{\sum_{j=1}^{n}\frac{D_j f_j\pi+Q_j f_j\hat{\pi}}{h_j+\hat{\pi}}-F}{\sum_{j=1}^{n}\frac{f_j^2 Q_j}{h_j+\hat{\pi}}},\ \ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Если для найденных таким образом значений переменных b_j ограничения (10)–(12) выполняются, то оптимальное решение найдено и алгоритм останавливается. Если выполняются только ограничения (10) и (11), то переходим к шагу 4.

Для ограничений (10) и (11) решение дополнительных систем не требуется, так как в случае равенства эти ограничения сразу определяют значения переменных: $b_j=Q_j$ и $b_j=0$ соответственно.

Шаг 4. Для каждого значения τ и соответствующих ему значений переменных b_j определяем значение целевой функции (8).

Шаг 5. Среди всех полученных на шаге 4 значений целевой функции (8) выбираем наименьшее, которое достигается при $\tau=\tau^*$.

Шаг 6. Все действия останавливаются.

Сравнительный анализ методов

Связь фиксированных издержек на оформление заказа поставщика и ритейлера в однопродуктовой (1)–(6) и многопродуктовой (8)–(15) моделях можно выразить как

$$A_S=q_1\sum_{j=1}^{n}A_{Sj};\ \ A_R=q_2\sum_{j=1}^{n}A_{Rj},$$

где q_1 и q_2 — коэффициенты ($q_1>0$, $q_2>0$).

Сравнительный анализ эффективности предложенного эвристического метода задачи управления запасами, описанной с использованием многопродуктовой модели, с эвристическим [10] и генетическим [23] методами решения задачи управления запасами, описанной с помощью однопродуктовой модели, проводился на 10 наборах численных примеров. В каждом наборе параметры A_{Sj}, A_{Rj}, D_j, h_j, f_j, M, F имели фиксированные, а параметры $\hat{\pi}$, π — различные значения.

Принималось условие равенства фиксированных издержек на оформление заказа для поставщика и ритейлера в многопродуктовой модели суммарным издержкам на оформление заказов для поставщика и ритейлера в однопродуктовой модели, т. е. $q_1=1$, $q_2=1$.

Сравнение методов проводилось по значениям целевых функций однопродуктовой и многопродуктовой моделей, применяемых для описания задачи управления запасами. Время работы ал-

■ ***Таблица 1****

Товар j	D_j	h_j	f_j	A_{Sj}	A_{Rj}
1	420	4	3	10	7
2	360	9	2	8	6
3	540	7	3	9	8
4	390	2	1	10	6
5	480	4	4	7	7

* $F=18\,000$; $M=12$.

■ *Таблица 2*

	$\hat{\pi}$								Метод*
	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	
0,00	352,1	450,2	537,1	615,5	686,9	752,6	813,1	869,0	M1
	342,3	451,9	538,5	614,7	685,1	753,8	812,5	864,3	M2
	346,2	466,1	548,8	601,1	695,04	753,2	815,8	878,7	M3
0,25	832,2	905,5	970,4	1029,3	1083,2	1132,9	1178,8	1221,5	M1
	822,7	912,7	969,0	1031,4	1054,4	1082,8	1106,3	1128,3	M2
	837,4	910,1	985,7	1012,3	1078,8	1101,8	1160,5	1162,9	M3
0,50	1232,6	1289,4	1338,0	1381,6	1421,5	1458,1	1492,2	1523,8	M1
	1243,8	1278,9	1302,4	1319,6	1335,6	1349,7	1358,3	1366,5	M2
	1252,2	1302,1	1338,2	1352,6	1387,5	1417,9	1413,2	1448,1	M3

* M1 — предложенный эвристический метод решения задачи управления запасами, описанной с помощью многопродуктовой модели; M2 — эвристический метод [10] решения задачи управления запасами, описанной с помощью однопродуктовой модели; M3 — генетический метод [23] решения задачи управления запасами, описанной с помощью однопродуктовой модели.

горитмов не учитывалось, так как оно зависит от вычислительной мощности компьютеров и способа реализации алгоритмов.

Пример. Исходные данные для одного набора численных примеров приведены в табл. 1.

Значения целевых функций, полученные с использованием рассматриваемых методов, приведены в табл. 2.

Из полученных данных следует, что при заданных наборах параметров и значениях $q_1 = 1$, $q_2 = 1$ использование предложенного эвристического метода решения задачи управления запасами в 20 случаях из 24 дает лучшее решение, чем использование двух других методов. При этом в эвристическом [10] и генетическом [23] алгоритмах не учитывается условие, что количество партий каждого товара, доставляемых поставщиком ритейлеру в течение периода планирования T, должно принимать только целочисленные значения. Если учитывать данное условие, то это приведет к увеличению значения целевой функции.

В других девяти наборах численных примеров в большинстве случаев предложенный метод также дает лучшее решение, чем эвристический [10] и генетический [23] методы.

Заключение

В работе описаны однопродуктовая и многопродуктовая модели задачи управления запасами. С точки зрения оптимизации многопродуктовая модель имеет преимущество перед однопродуктовой моделью, так как при больших значениях n использование многопродуктовой модели позволяет существенно сократить размерности задач и, как следствие, скорость и время работы методов их решения.

В работе также был предложен эвристический метод решения задачи управления запасами, описанной с помощью многопродуктовой модели.

Проведенный сравнительный анализ методов показал, что при $q_1 = 1$, $q_2 = 1$ предложенный эвристический метод в большинстве случаев дает лучшее решение, чем эвристический [10] и генетический [23] методы решения задачи управления запасами. Естественно, при $q_1 < 1$, $q_2 < 1$ этот вывод также будет справедлив.

Литература

1. **Mohebbi E.** A Note on a Production Control Model for a Facility with Limited Storage Capacity in a Random Environment // European Journal of Operational Research. 2008. Vol. 190. P. 562–570.
2. **Axsater S.** Inventory Control. — Boston, USA: Kluwer Academic Publishers, 2000. — 202 p.
3. **Axsater S.** A Framework for Decentralized Multi-Echelon Inventory Control // Journal Springer. 2001. Vol. 33. P. 91–97.
4. **Moinzadeh K.** A Multi-Echelon Inventory System with Information Exchange // Journal Management Science. 2002. Vol. 48. P. 414–426.
5. **Zipkin P. H.** Foundations of Inventory Management. — Boston, USA: McGraw — Hill Higher Education, 2000. — 514 p.
6. **Chopra S., Meindl P.** Supply Chain Management: Strategy, Planning, Operation. 1st ed. — Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2001. — 543 p.
7. **Анисимов В. Г.** и др. Введение в экономический риск-менеджмент/ В. Г. Анисимов, Е. Г. Анисимов,

А. П. Бойко, О. В. Калинина, В. А. Карпов, Е. В. Лобас. — М.: РИО РТА, 2008. — 92 с.
8. **Cheung L., Lee H. L.** The Inventory Benefit of Shipment Coordination and Stock Rebalancing in a Supply Chain // Journal Management Science. 2002. Vol. 48(2). P. 300–306.
9. **Disney S. M., Towill D. R.** The Effect of Vendor Managed Inventory (VMI) Dynamics on the Bullwhip Effect in Supply Chains // International Journal of Production Economics. 2003. Vol. 85. P. 199–215.
10. **Cardenas-Barron L. E., Trevino-Garza G., Wee H. M.** A Simple and Better Algorithm to Solve the Vendor Managed Inventory Control System of Multi-Product Multi-Constraint Economic Order Quantity Model // Journal Expert Systems with Applications. 2012. Vol. 39(3). P. 3888–3895.
11. **Рыжиков Ю. И.** Теория очередей и управление запасами. — СПб.: Питер, 2001. — 376 с.
12. **Лукинский В. В.** Актуальные проблемы формирования теории управления запасами. — СПб.: СПбГИЭУ, 2008. — 213 с.
13. **Silver E. A., Pyke D. F., Peterson R.** Inventory Management and Production Planning and Scheduling. 3rd ed. — N. Y., NY, USA: John Wiley and Sons, 1998. — 737 p.
14. **Tersine R. J.** Principles of Inventory and Materials Management. 4th ed. — Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 1994. — 591 p.
15. **Leyffer S.** Deterministic Methods for Mixed Integer Nonlinear Programming: PhD Thesis. — Dundee, USA: Department of Mathematics & Computer Science, University of Dundee, 1993. — 117 p.
16. **Алексеев А. О.** и др. Применение цепей Маркова к оценке вычислительной сложности симплексного метода/ А. О. Алексеев, О. Г. Алексеев, В. Г. Анисимов, Е. Г. Анисимов, Н. И. Ячкула // Изв. Российской академии наук. Теория и системы управления. 1988. № 3. С. 59–63.
17. **Анисимов В. Г., Анисимов Е. Г.** Метод решения одного класса задач целочисленного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т. 29. № 10. С. 1586–1590.
18. **Duran M., Grossmann I.** An Outer-Approximation Algorithm for a Class of Mixed-Integer Nonlinear Programs // Journal Mathematical Programming. 1986. Vol. 36. P. 307–339.
19. **Geoffrion A.** Generalized Benders Decomposition // Journal Optimization Theory and Applications. 1972. Vol. 10. P. 237–260.
20. **Benders J.** Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems // Computational Management Science. 2005. Vol. 2. Iss. 1. P. 3–19.
21. **Westerlund T., Pettersson F.** A Cutting Plane Method for Solving Convex MINLP Problems // Journal Computers & Chemical Engineering. 1995. Vol. 19. P. 131–136.
22. **Quesada I., Grossmann I.** An LP/NLP Based Branch and Bound Algorithm for Convex MINLP Optimization Problems // Journal Computers & Chemical Engineering. 1992. Vol. 16. P. 937–947.
23. **Seyed Hamid Reza Pasandideh, Seyed Taghi Akhavan Niaki, Ali Roozbeh Nia.** A Genetic Algorithm for Vendor Managed Inventory Control System of Multi-Product Multi-Constraint Economic Order Quantity Model // Journal Expert Systems with Applications. 2011. Vol. 3. P. 2008–2716.
24. **Гасратов М. Г., Захаров В. В.** Теоретико-игровые модели оптимизации цепочки поставок для детерминированного спроса // Математическая теория игр и ее приложения. 2011. № 1. С. 23–59.
25. **Kuhn H. W., Tucker A. W.** Nonlinear Programming // Proc. of 2nd Berkeley Symp. Berkeley, USA: University of California Press, 1951. P. 481–492.

UDC 519.874.2
doi:10.15217/issn1684-8853.2015.6.105

Heuristic Method for Solving Multi-Product Inventory Routing Problem

Chugunov E. S.[a], Post-Graduate Student, mail@evgenius.org
Zakharov V. V.[a], Dr. Sc., Phys.-Math., Professor, mcvictor@mail.ru
[a]Saint-Petersburg State University, 35, Universitetskii Pr., 198504, Petergof, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: Inventory management optimization is critical for reducing the expenses of almost every modern company. The most common situation is when the supplier delivers goods of different types to one or several retailers in several consignments. The goal of this work is finding a method to solve the inventory management problem which would minimize the total expenses of the supplier and the retailers. **Results:** A new heuristic method is proposed to solve the inventory routing problem described by a multi-product model. The novelty of the approach is that all the feasible time intervals between the deliveries are considered. First, the amount of goods in one consignment is determined for each time interval variant. Then, out of all the variants, we choose the one in which the total expenses of the supplier and retailers are the smallest. An efficiency analysis of this method in comparison with two other heuristic methods was performed. It has been shown that the proposed heuristic method in most cases provides a better solution than the other two. **Practical relevance:** The proposed heuristic method for solving the inventory routing problem described by a multi-product model will allow you to develop new approaches and new software for the optimization of inventory routing in many companies.

Keywords — Inventory Routing Problem, Single-Product Model, Multi-Product Model, Nonlinear Programming, Heuristic Method, Vendor Managed Inventory.

References

1. Mohebbi E. A Note on a Production Control Model for a Facility with Limited Storage Capacity in a Random Environment. *European Journal of Operational Research*, 2008, no. 190, pp. 562–570.
2. Axsater S. *Inventory Control*. Boston, USA, Kluwer Academic Publishers, 2000. 202 p.
3. Axsater S. A Framework for Decentralized Multi-Echelon Inventory Control. *Journal Springer*, 2001, no. 33, pp. 91–97.
4. Moinzadeh K. A Multi-Echelon Inventory System with Information Exchange. *Journal Management Science*, 2002, no. 48, pp. 414–426.
5. Zipkin P. H. *Foundations of Inventory Management*. Boston, USA, McGraw — Hill Higher Education, 2000. 514 p.
6. Chopra S., Meindl P. *Supply Chain Management: Strategy, Planning, Operation*. Upper Saddle River, NJ, USA, Prentice Hall, 2001. 543 p.
7. Anisimov V. G., Anisimov E. G., Boiko A. P., Kalinina O. V., Karpov V. A., Lobas E. V. *Vvedenie v ekonomicheskii riskmenedzhment* [Introduction to the Economic Risk-Management]. Moscow, Rossiiskaia tamozhennaia akademiia Publ., 2008. 92 p. (In Russian).
8. Cheung L., Lee H. L. The Inventory Benefit of Shipment Coordination and Stock Rebalancing in a Supply Chain. *Journal Management Science*, 2002, no. 48(2), pp. 300–306.
9. Disney S. M., Towill D. R. The Effect of Vendor Managed Inventory (VMI) Dynamics on the Bullwhip Effect in Supply Chains. *International Journal of Production Economics*, 2003, no. 85, pp. 199–215.
10. Cardenas-Barron L. E., Trevino-Garza G., Wee H. M. A Simple and Better Algorithm to Solve the Vendor Managed Inventory Control System of Multi-Product Multi-Constraint Economic Order Quantity Model. *Journal Expert Systems with Applications*, 2012, no. 39(3), pp. 3888–3895.
11. Ryzhikov Iu. I. *Teoriia ocheredei i upravlenie zapasami* [The Theory of Queues and Inventory Control]. Saint-Petersburg, Piter Publ., 2001. 376 p. (In Russian).
12. Lukinskii V. V. *Aktual'nye problemy formirovaniia teorii upravleniia zapasami* [Actual Problems of Formation of the Theory of Inventory Management]. Saint-Petersburg, Sankt-Petersburgskii gosudarstvennyi inzhenerno-economicheskii universitet Publ., 2008. 213 p. (In Russian).
13. Silver E. A., Pyke D. F., Peterson R. *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. New York, NY, USA, John Wiley and Sons, 1998. 737 p.
14. Tersine R. J. *Principles of Inventory and Materials Management*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice Hall PTR, 1994. 591 p.
15. Leyffer S. *PhD Thesis: Deterministic Methods for Mixed Integer Nonlinear Programming*. Dundee, USA, Department of Mathematics & Computer Science, University of Dundee, 1993. 117 p.
16. Alekseev A. O., Alekseev O. G., Anisimov V. G., Anisimov E. G., Iachkula N. I. Application of Markov Chains to the Evaluation of the Computational Complexity of the Simplex Method. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, 1988, no. 3, pp. 59–63 (In Russian).
17. Anisimov V. G., Anisimov E. G. A Method of Solving One Class of Integer Programming Problems. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1989, vol. 29, no. 10, pp. 1586–1590 (In Russian).
18. Duran M., Grossmann I. An Outer-Approximation Algorithm for a Class of Mixed-Integer Nonlinear Programs. *Journal Mathematical Programming*, 1986, no. 36, pp. 307–339.
19. Geoffrion A. Generalized Benders Decomposition. *Journal Optimization Theory and Applications*, 1972, no. 10, pp. 237–260.
20. Benders J. Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems. *Computational Management Science*. 2005, vol. 2, iss. 1, pp. 3–19.
21. Westerlund T., Pettersson F. A Cutting Plane Method for Solving Convex MINLP Problems. *Journal Computers & Chemical Engineering*, 1995, no. 19, pp. 131–136.
22. Quesada I., Grossmann I. An LP/NLP Based Branch and Bound Algorithm for Convex MINLP Optimization Problems. *Journal Computers & Chemical Engineering*, 1992, no. 16, pp. 937–947.
23. Seyed Hamid Reza Pasandideh, Seyed Taghi Akhavan Niaki, Ali Roozbeh Nia. A Genetic Algorithm for Vendor Managed Inventory Control System of Multi-Product Multi-Constraint Economic Order Quantity Model. *Journal Expert Systems with Applications*, 2011, no. 3, pp. 2008–2716.
24. Gasratov M. G., Zakharov V. V. Game Theory Approach for Supply Chains Optimization in Case of Deterministic Demand. *Matematicheskaia teoriia igr i ee prilozheniia*, 2011, no. 1, pp. 23–59 (In Russian).
25. Kuhn H. W., Tucker A. W. Nonlinear Programming. *Proc. of 2nd Berkeley Symp.* Berkeley, USA, University of California Press, 1951, pp. 481–492.