

ДОСТОВЕРНОСТЬ МНОГОЭТАПНОГО КОНТРОЛЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ ИСПЫТАНИЙ

Г. Н. Мальцев^а, доктор техн. наук, профессор, georgy_maltsev@mail.ru

В. Л. Якимов^а, канд. техн. наук, доцент, yakim78@yandex.ru

^аВоенно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Ждановская наб., 13, Санкт-Петербург, 197198, РФ

Введение: обеспечение достоверности контроля технического состояния объектов испытаний является обязательным условием эффективного проведения любых испытаний технических систем. Оценивание достоверности контроля технического состояния объекта испытаний при планировании испытаний и анализе их результатов требует выбора показателя достоверности и разработки методик его расчета на основе моделей процесса испытаний. При этом используемый показатель должен быть ориентирован прежде всего на достоверное заключение об исправности объекта испытаний. **Цель исследования:** обоснование интегрального показателя достоверности контроля технического состояния объектов испытаний и методик его расчета при проведении отдельного этапа испытаний и многоэтапных испытаний. **Результаты:** обосновано использование в качестве интегрального показателя достоверности контроля технического состояния объекта испытаний апостериорной вероятности правильного заключения о его исправности, представлены аналитические выражения для его расчета при проведении отдельного этапа испытаний и при проведении многоэтапных однородных испытаний, исследовано влияние на выбранный показатель достоверности вероятностей ошибок первого и второго рода при контроле технического состояния объекта испытаний. **Практическая значимость:** представленные результаты определяют принципы анализа с помощью интегральных показателей достоверности контроля технического состояния объектов испытаний при планировании испытаний и анализе их результатов. Приведенные выражения позволяют рассчитать рассмотренный в работе интегральный показатель достоверности при проведении отдельного этапа испытаний и при проведении многоэтапных испытаний.

Ключевые слова — испытания, контроль технического состояния, достоверность, ошибки первого и второго рода.

Цитирование: Мальцев Г. Н., Якимов В. Л. Достоверность многоэтапного контроля технического состояния объектов испытаний // Информационно-управляющие системы. 2018. № 1. С. 49–57. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.49

Citation: Maltsev G. N., Yakimov V. L. Reliability of Multi-Stage Control over Technical Condition of Tested Objects. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 1, pp. 49–57 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.49

Введение

Контроль технического состояния (КТС) является одной из основных операций при проведении испытаний технических систем [1–3]. Под техническим состоянием объекта испытаний (ОИ) в общем случае понимается совокупность его свойств, характеризуемая в определенный момент времени совокупностью значений показателей и (или) качественных признаков, установленных техническими требованиями. Число видов технического состояния ОИ, о принадлежности к одному из которых принимается решение в результате КТС, определяется целью испытаний. Наиболее общими видами технического состояния являются исправное и неисправное, при этом КТС и определение исправности ОИ может составлять основную цель испытаний или являться первым этапом технического диагностирования ОИ.

Контроль технического состояния сложных технических систем является многоуровневым и многоэтапным [3–5]. На каждом этапе испытаний в качестве ОИ выступают сложная техническая система в целом или ее составные части и имеет место определенная детализация техниче-

ского состояния ОИ в соответствии с учитываемыми признаками. При этом по мере усложнения технических систем роль испытаний в процессе их создания становится все более значительной. По имеющимся оценкам, для сложных технических систем, создаваемых в аэрокосмической отрасли, из-за невозможности получить адекватное теоретическое описание до 40 % всех возникающих проблем решаются при помощи испытаний [3]. Кроме того, процесс испытаний сложных технических систем может рассматриваться в широком смысле — относительно не только этапа их создания и постановки на производство с экспериментальной отработкой [4, 5], но и этапа эксплуатации, на котором подготовка к применению сложных технических систем, как правило, включает проведение многочисленных автономных и комплексных проверок [6, 7].

Основным результатом КТС при его проведении в целях определения исправности ОИ является принятие решения о его годности (готовности): на этапе экспериментальной отработки — к последующим испытаниям или к постановке на производство, а на этапе эксплуатации — к применению по назначению. Однако в силу действия случайных факторов принимаемые решения о

техническом состоянии ОИ характеризуются конечной достоверностью, зависящей от программы и объема испытаний. Определение объема испытаний, исходя из требуемой достоверности их результатов, является одной из важных задач при планировании испытаний сложных технических систем. В настоящей статье исследуются показатели достоверности КТС ОИ при проведении многоэтапных испытаний.

Показатели достоверности отдельного этапа испытаний

Под достоверностью КТС ОИ в общем случае понимается степень объективного соответствия результата контроля его истинному техническому состоянию. Достоверность результатов контроля является интегральной характеристикой качества КТС любой технической системы. При проведении испытаний она отражает степень обоснованности решений о техническом состоянии ОИ и определяет уровень доверия к полученным результатам. При проведении КТС ОИ с целью определить его исправность по результатам испытаний принимаются решения «годен» или «негоден», означающие оценку ОИ как исправного и неисправного соответственно. Таким образом, достоверность КТС ОИ определяет достоверность оценки свойств ОИ по результатам испытаний, являющуюся одним из основных критериев эффективности испытаний [1, 3].

Случайный характер возникновения неисправностей и ошибок при оценке технического состояния ОИ приводит к тому, что основными характеристиками достоверности КТС любых технических систем являются вероятностные характеристики. Они могут быть априорными и апостериорными. При планировании испытаний и прогнозировании ожидаемой достоверности результатов испытаний используются априорные вероятностные характеристики. В то же время задачам КТС на различных этапах жизненного цикла технических систем в наибольшей степени соответствуют апостериорные вероятностные характеристики, характеризующие вероятность того, что ОИ, признанный по результатам КТС исправным и соответствующим техническим требованиям, действительно является таковым.

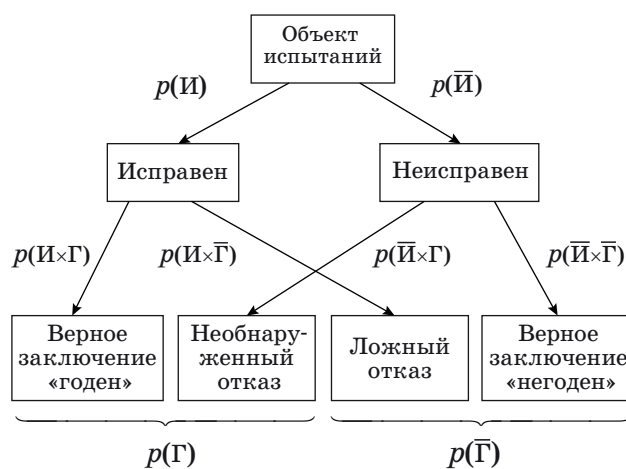
Задача КТС ОИ в целях определения его исправности сводится к задаче распознавания двух объективно возможных технических состояний ОИ — исправного (И) и неисправного (Ӣ) и принятия решения о результатах контроля ОИ — годен (Г) или негоден (Г̄). Исходное техническое состояние ОИ характеризуется вероятностями исправного $P = p(И)$ и неисправного $Q = p(Ӣ)$ состояний в момент контроля, которые могут быть

различными на различных этапах контроля. Результаты контроля характеризуются вероятностями заключения «годен» $p(Г)$ и заключения «негоден» $p(Г̄)$. Очевидно, что: $P + Q = 1$, $p(Г) + p(Г̄) = 1$.

Схема, представленная на рис. 1, соответствует двухальтернативному контролю технического состояния ОИ и при соответствующем задании вероятностей, характеризующих достоверность результатов контроля, может быть отнесена к оценке как отдельных или обобщенных параметров ОИ, так и технического состояния ОИ в целом.

Возможны четыре ситуации результатов контроля. В двух случаях по результатам КТС ОИ даются верные заключения: 1) признанный годным ОИ действительно с вероятностью верного заключения о годности $P_{в.з.г} = p(И \times Г)$ является исправным; 2) признанный негодным ОИ действительно с вероятностью верного заключения о негодности $P_{в.з.г̄} = p(Ӣ \times Г̄)$ является неисправным. В двух случаях из-за наличия различного рода ошибок заключения по результатам КТС ОИ являются неверными: 1) признанный негодным ОИ с вероятностью $P_{л.о} = p(И \times Г̄)$ является исправным — ложный отказ; 2) признанный годным ОИ с вероятностью $P_{н.о} = p(Ӣ \times Г)$ является неисправным — необнаруженный отказ. Суммарная вероятность верного заключения: $P_{в.з} = P_{в.з.г} + P_{в.з.г̄}$. Суммарная вероятность неверного заключения: $P_{н.з} = P_{л.о} + P_{н.о}$. Рассмотренные четыре ситуации составляют полную группу событий: $P_{в.з.г} + P_{в.з.г̄} + P_{л.о} + P_{н.о} = 1$.

Вероятности верных заключений по результатам КТС ОИ $P_{в.з.г}$ и $P_{в.з.г̄}$ определяются безусловными вероятностями $p(И \times Г)$ и $p(Ӣ \times Г̄)$ правильных заключений системы контроля об



■ Рис. 1. Обобщенная схема формирования результатов контроля технического состояния

■ Fig. 1. Generalized scheme for the formation of control results technical condition

исправности или неисправности ОИ. Они объективно характеризуют качество системы контроля и могут быть использованы при аналитическом описании и моделировании процессов КТС и диагностирования сложных технических систем [8, 9]. В то же время достоверность результатов конкретных испытаний, в каждом из которых исходные вероятности исправного и неисправного состояния ОИ и вероятности признания ОИ годным или негодным по результатам испытаний могут быть различными, вероятности $P_{в.з.г}$ и $P_{в.з.г}$ отражают не в полной мере. Систему контроля принято характеризовать априорными вероятностями ошибок первого и второго рода α и β , непосредственно связанными с условиями проведения испытаний и не зависящими от вероятностей исправного и неисправного состояний ОИ в момент КТС.

Вероятность ошибки первого рода $\alpha = p(\bar{\Gamma}|\text{И}) = \frac{p(\text{И} \times \bar{\Gamma})}{p(\text{И})}$ есть вероятность наступления

события ложного отказа, при котором в результате контроля исправный ОИ будет признан негодным. Появление ложного отказа приводит к неоправданным затратам изготовителя на восстановление ОИ или его перепроверку (поиск несуществующего дефекта). Поэтому ошибку первого рода также называют риском изготовителя. Вероятность ошибки второго рода

$\beta = p(\Gamma|\bar{\text{И}}) = \frac{p(\bar{\text{И}} \times \Gamma)}{p(\bar{\text{И}})}$ есть вероятность наступления

события необнаруженного отказа, при котором неисправный ОИ в результате контроля будет признан годным. Наличие необнаруженного отказа ОИ приводит к выходу его из строя в процессе эксплуатации потребителем и срыву выполнения поставленных задач. Поэтому ошибку второго рода также называют риском потребителя. Очевидно, что необнаруженные отказы наиболее опасны.

Вероятности ошибок первого и второго рода α и β широко используются как показатели достоверности результатов КТС ОИ [1–3]. При этом, хотя понятия рисков поставщика и потребителя в буквальном смысле слова относятся к приемосдаточным испытаниям, по результатам которых изделие принимается потребителем у поставщика, соответствующие показатели достоверности и их интерпретация используются по отношению к испытаниям любого уровня, вплоть до стандартных операций допускового контроля отдельных параметров. В последнем случае определение вероятностей ошибок первого и второго рода строго формализуется для заданного статистического описания разброса значений контролируемого параметра и погрешностей его измерения.

Пусть осуществляется допусковый контроль параметра x . ОИ признается годным, если оценка параметра не выходит за допустимые пределы: $c < x < d$, где c и d — соответственно нижняя и верхняя границы контрольного поля допуска. При этом ОИ действительно является исправным на момент окончания контроля, если истинное значение параметра находится в области работоспособности: $a < x < b$, где a и b — соответственно нижняя и верхняя границы области работоспособности. Вероятности ошибок первого и второго рода при допусковом контроле параметра y определяются следующими выражениями [10]:

$$\alpha = \int_a^b w(x) \left[1 - \int_{c-x}^{d-x} q(\xi) d\xi \right] dx; \quad (1)$$

$$\beta = \int_{-\infty}^a w(x) \left[\int_{c-x}^{d-x} q(\xi) d\xi \right] dx + \int_b^{\infty} w(x) \left[\int_{c-x}^{d-x} q(\xi) d\xi \right] dx, \quad (2)$$

где $w(x)$ — априорная плотность вероятности значений измеряемого параметра x на момент начала контроля; $q(\xi)$ — плотность вероятности погрешности измерения ξ . Выражения (1) и (2) являются примерами аналитических выражений для расчета вероятностей ошибок первого и второго рода при проведении отдельной операции КТС ОИ и будут использованы для определения этих вероятностей в случае многоэтапных однородных испытаний.

Достоверность результатов контроля как степень объективности отражения в результатах контроля истинного технического состояния ОИ характеризуют безусловные вероятности правильных заключений системы контроля, нормированные к соответствующим вероятностям признания ОИ по результатам испытаний годным или негодным: $D_{\Gamma} = \frac{p(\text{И} \times \Gamma)}{p(\Gamma)}$ и $D_{\bar{\Gamma}} = \frac{p(\bar{\text{И}} \times \bar{\Gamma})}{p(\bar{\Gamma})}$.

Введенные величины D_{Γ} и $D_{\bar{\Gamma}}$ есть не что иное, как апостериорные вероятности правильных заключений системы контроля об исправности или неисправности ОИ: $D_{\Gamma} = p(\text{И}|\Gamma)$ и $D_{\bar{\Gamma}} = p(\bar{\text{И}}|\bar{\Gamma})$.

Представление апостериорных вероятностей правильных заключений системы контроля $D_{\Gamma} = p(\text{И}|\Gamma)$ и $D_{\bar{\Gamma}} = p(\bar{\text{И}}|\bar{\Gamma})$ по формуле Байеса дает

$$D_{\Gamma} = p(\text{И}|\Gamma) = \frac{p(\text{И})p(\Gamma|\text{И})}{p(\text{И})p(\Gamma|\text{И}) + p(\bar{\text{И}})p(\Gamma|\bar{\text{И}})}; \quad (3)$$

$$D_{\bar{\Gamma}} = p(\bar{\text{И}}|\bar{\Gamma}) = \frac{p(\bar{\text{И}})p(\bar{\Gamma}|\bar{\text{И}})}{p(\bar{\text{И}})p(\bar{\Gamma}|\bar{\text{И}}) + p(\text{И})p(\bar{\Gamma}|\text{И})}. \quad (4)$$

Подставляя в выражения (3) и (4) значения вероятностей $p(\text{И}) = P$, $p(\bar{\text{И}}) = 1 - P$, $p(\Gamma|\text{И}) = \alpha$, $p(\Gamma|\bar{\text{И}}) = \beta$, после преобразований получаем

$$D_{\Gamma} = \frac{P(1-\alpha)}{P(1-\alpha) + (1-P)\beta}; \quad (5)$$

$$D_{\bar{\Gamma}} = \frac{(1-P)(1-\beta)}{(1-P)(1-\beta) + P\alpha}. \quad (6)$$

Выражения (5) и (6) определяют обобщенные показатели достоверности КТС ОИ, учитывающие исходное техническое состояние ОИ, характеризующее вероятностью его исправного состояния к началу контроля P , и характеристики системы контроля — вероятности ошибок первого и второго рода α и β . Наибольший интерес и для поставщика, и для потребителя представляет достоверное заключение о годности исправного объекта испытаний. Достоверность такого результата контроля характеризует показатель D_{Γ} (5). К такому же представлению показателя достоверности можно прийти на основании анализа графа состояний процесса КТС ОИ, приведенного на рис. 1. При этом введением соответствующих вероятностей в показателе D_{Γ} дополнительно могут быть учтены отказ объекта испытаний в процессе и после окончания испытаний:

$$D_{\Gamma} = \frac{P(1-q)(1-\alpha)(1-\gamma)}{P[(1-q)(1-\alpha) + q\beta] + (1-P)[(1-q)\beta + q\beta]}, \quad (7)$$

где q — вероятность отказа ОИ в процессе контроля; γ — вероятность отказа ОИ после окончания испытаний (до начала следующего этапа испытаний). В выражении (7) параметры P , q и γ характеризуют ОИ, а параметры α и β — систему испытаний. При отсутствии отказов ОИ в процессе и после окончания испытаний $q = 0$ и $\gamma = 0$, и выражение (7) сводится к выражению (5).

Значения показателя достоверности D_{Γ} изменяются в пределах от 0 до 1. Полная достоверность контроля ($D_{\Gamma} = 1$) достигается в трех случаях: 1) при $q = 0$, $\gamma = 0$, $P = 1$ и ненулевых значениях α и β ; 2) при $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, ненулевом значении q и отличном от единичного значения P ; 3) при $q = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, ненулевом значении α и отличном от единичного значения P . При $\gamma > 0$ достижение полной достоверности невозможно и максимально возможное значение D_{Γ} составляет $(1 - \gamma)$. Полная недостоверность контроля ($D_{\Gamma} = 0$) имеет место, если $q = 1$, или $\alpha = 1$, или $\gamma = 1$. Показатель $D_{\bar{\Gamma}}$, наоборот, уменьшается с увеличением вероятности P и в области ее значений, близких к единице, стремится к нулю и может быть интересен лишь в задачах выявления неисправностей аппаратуры с высокой вероятностью отказов.

Показатель D_{Γ} , определяемый выражениями (5) или (7), может быть рекомендован к использованию в качестве интегрального вероятност-

ного показателя достоверности КТС высоконадежных технических систем при проведении как одноэтапных, так и многоэтапных испытаний. В последнем случае результаты испытаний характеризует показатель достоверности, относящийся к заключительному этапу испытаний. Условия проведения испытаний технических систем должны выбираться таким образом, чтобы при расчетном обосновании достоверности КТС ОИ для показателя достоверности $D = D_{\Gamma}$ выполнялось условие $D > D_{\text{треб}}$, где $D_{\text{треб}}$ — требуемое значение показателя достоверности контроля.

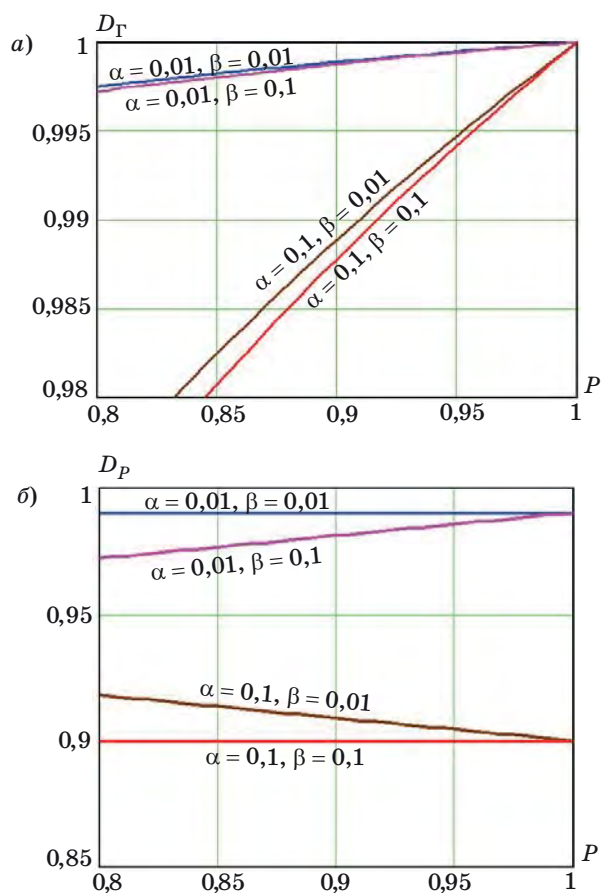
Особенностью показателя достоверности контроля D_{Γ} является критичность к вероятности ошибок второго рода β и, соответственно, к риску потребителя. Это вполне оправдано тем, что ошибки контроля технического состояния типа необнаруженных отказов наиболее опасны. Кроме того, показатель достоверности D_{Γ} существенным образом зависит от априорной вероятности исправного состояния ОИ до начала испытаний P . Чем больше P , тем выше показатель достоверности контроля D_{Γ} . Влияние на достоверность контроля вероятности ошибок первого рода α менее значительно. Эти ошибки приводят к менее опасным ошибкам КТС типа ложных отказов. Увеличение вероятностей q и γ во всех случаях приводит к уменьшению показателя достоверности контроля D_{Γ} . В дальнейшем будем полагать, что $q = 0$, $\gamma = 0$ и величина D_{Γ} зависит от вероятностей P , α и β .

На рис. 2, а приведены зависимости показателя достоверности D_{Γ} от вероятности исправного технического состояния ОИ в начале контроля P , рассчитанного в соответствии с выражением (5), при различных сочетаниях ошибок первого и второго рода α и β .

Определяющее влияние на показатель достоверности D_{Γ} оказывают начальная вероятность исправного технического состояния ОИ P и величина вероятности ошибки второго рода β . В области высоких значений вероятности P показатель достоверности контроля D_{Γ} стремится к единице, что отражает очевидный физический принцип: чем выше надежность ОИ, тем выше достоверность контроля его технического состояния. Это позволяет достигать близких к единице значений показателя достоверности D_{Γ} при ненулевых значениях вероятностей α и β .

Для сравнения на рис. 2, б приведены зависимости от вероятности P при различных сочетаниях ошибок первого и второго рода α и β так называемой достоверности разбраковки $D_p = 1 - P\alpha - (1 - P)\beta$, относящейся к числу безусловных показателей достоверности и также используемой при оценке достоверности КТС ОИ [4, 6].

Показатель достоверности D_p не столь критичен к вероятности исправного технического со-



■ **Рис. 2.** Показатель достоверности КТС (а) и выбраковки (б) в зависимости от вероятности исправного состояния ОИ в начале контроля при различных вероятностях ошибок первого и второго рода

■ **Fig. 2.** Indicator of technical condition control reliability (а) and culling (б) depending on the probability of operational state of tested object at the beginning of the control for different error probabilities of type I and II

стояния ОИ P и достигает единичного значения только при нулевых значениях вероятностей ошибок первого и второго рода α и β , а при различных сочетаниях этих вероятностей может как увеличиваться, так и уменьшаться с увеличением вероятности P .

В области значений вероятности P , близких к единице, показатель D_P определяется значением вероятности ошибки первого рода α .

Показатели достоверности многоэтапных испытаний

При анализе достоверности многоэтапных испытаний необходимо определять показатели достоверности КТС ОИ после заключительного этапа испытаний. Многократные испытания могут быть однородными и неоднородными. При однородных испытаниях на различных этапах ис-

пытаний проводятся одинаковые проверки ОИ, что соответствует использованию одной и той же системы КТС ОИ с не изменяющимися от этапа к этапу параметрами α и β . При неоднородных испытаниях порядок проведения проверок ОИ на различных этапах испытаний отличается, что соответствует использованию на различных этапах различных систем КТС ОИ, каждой со своими параметрами α и β .

Определение показателя достоверности контроля D_G формализуется в виде достаточно простых расчетных выражений в случае многократного КТС ОИ при проведении однородных испытаний. Рассмотрим однородные испытания, включающие N независимых проверок. В общем случае по результатам N проверок ОИ может быть признан годным, если результат контроля «годен» был получен $n \leq N$ раз. В большинстве случаев в ходе испытаний сложных технических систем при наблюдении отрицательного исхода проверки осуществляется отбраковка (снятие с испытаний) ОИ, и после ремонта, настройки или регулировки его испытания начинаются сначала. Следовательно, годным признается только тот ОИ, который по результатам N -кратной проверки признан годным $n = N$ раз. Показатель достоверности контроля D_G после N проверок определяется в соответствии с выражением (5) для исходной вероятности исправного технического состояния ОИ в начале контроля P и вероятности ошибок первого и второго рода $\alpha_{(N)}$ и $\beta_{(N)}$ после N проверок.

Пусть известны $\alpha = \alpha_{(1)}$ и $\beta = \beta_{(1)}$ — вероятности ошибок первого и второго рода при однократной проверке ($N = 1$). Рассмотрим порядок определения вероятностей ошибок первого и второго рода $\alpha_{(N)}$ и $\beta_{(N)}$ после N -кратной проверки с отбраковкой, которыми будет определяться достижимое значение показателя достоверности контроля технического состояния ОИ D_G . Для определения значений $\alpha_{(N)}$ и $\beta_{(N)}$ используем подход, основанный на анализе условной вероятности ошибки типа ложного отказа $p(\bar{\Gamma}|\text{И})$ и апостериорной вероятности ошибки типа необнаруженного отказа $p(\bar{\text{И}}|\Gamma)$ при N -кратной проверке с использованием допускового контроля [10, 11].

Априорная вероятность ошибки первого рода α определяется условной вероятностью ошибки типа ложного отказа: $\alpha = p(\bar{\Gamma}|\text{И})$. Определив для N -кратной проверки вероятность $p_{(N)}(\bar{\Gamma}|\text{И})$, мы непосредственно получаем значение $\alpha_{(N)}$. Априорная вероятность ошибки второго рода β определяется условной вероятностью ошибки типа необнаруженного отказа: $\beta = p(\Gamma|\bar{\text{И}})$. Определив для N -кратной проверки вероятность $p_{(N)}(\bar{\text{И}}|\Gamma)$, для получения значения $\beta_{(N)}$ необходимо установить взаимосвязь между вероятностями $p_{(N)}(\bar{\text{И}}|\Gamma)$ и $p_{(N)}(\Gamma|\bar{\text{И}})$.

Если входящую в выражения (1) и (2) плотность вероятности погрешности измерения $q(\xi)$ можно полагать симметричной гауссовой плотностью вероятности с нулевым математическим ожиданием, то при условии, что поле рассеяния погрешности измерений меньше поля допуска на измеряемый параметр, а области принятия решения и работоспособности совпадают, условные вероятности $p(\bar{\Gamma}|\text{И})$ и $p(\bar{\text{Й}}|\Gamma)$ при многократных измерениях для очередного i -го измерения приближенно определяются по формуле [10]

$$p_i(\bar{\Gamma}|\text{И}) = p_i(\bar{\text{Й}}|\Gamma) \approx \frac{w_{i-1}(c) + w_{i-1}(d)}{d} \int_c^d q(\xi) d\xi, \quad (8)$$

где $w_{i-1}(x)$ — плотность вероятности значений параметра на момент начала i -й проверки, $i = 1, 2, \dots, N$; c и d — соответственно нижняя и верхняя границы контрольного поля допуска, совпадающие с нижней и верхней границей области работоспособности ($c = a, d = b$). Формула (8) тем точнее, чем меньше погрешности отдельных измерений и чем больше их число N .

Ложный отказ ОИ может возникнуть при каждой из N проверок. При контроле с отбраковкой плотность распределения значений контролируемого параметра признанных годными ОИ после $i - 1$ проверок определяется выражением

$$w_{i-1}(x) = \frac{w(x)}{\prod_{k=1}^{i-1} p_{(k)}(\Gamma)} \left[\int_{c-x}^{d-x} q(\xi) d\xi \right]^{i-1}, \quad (9)$$

где $p_{(i)}(\Gamma)$ — вероятность признания ОИ годным после i -й проверки. При высокой точности измерений контролируемых параметров можно полагать, что вероятность признания ОИ годным после первой i -й проверки составляет

$p_{(1)}(\Gamma) \approx \int_c^d w(x) dx$, а после последующих проверок выполняется $\int_c^d w_{i-1}(x) dx \approx 1$ и $p_{(i)}(\Gamma) \approx 1, i = 2, 3, \dots, N$. Тогда, подставив в выражение (8) соответствующую указанным допущениям плотность распределения $w_{i-1}(x)$ вида (9), после преобразований получаем

$$p_i(\bar{\Gamma}|\text{И}) = \frac{1}{2^{i-1}} p_{(1)}(\bar{\Gamma}|\text{И}), \quad (10)$$

где условная вероятность ошибки типа ложного отказа $p_{(1)}(\bar{\Gamma}|\text{И})$ есть вероятность ошибки первого рода при одном измерении: $\alpha = p_{(1)}(\bar{\Gamma}|\text{И})$.

Переходя от определяемых выражением (10) условных вероятностей ошибок типа ложного отказа для каждой проверки $p_i(\bar{\Gamma}|\text{И}), i = 1, 2, \dots, N$, к результирующей условной вероятности ошибки типа ложного отказа, после N -кратной проверки с отбраковкой $\alpha_{(N)} = p_{(N)}(\bar{\Gamma}|\text{И})$ получаем

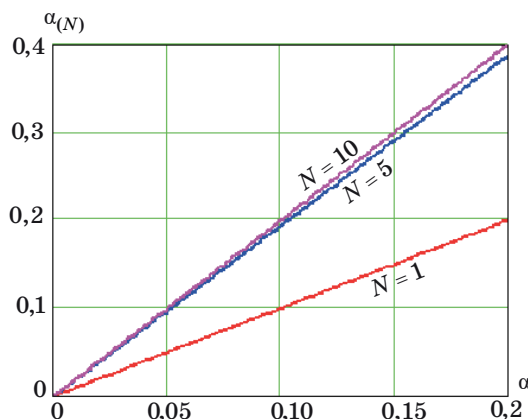
$$\alpha_{(N)} = 2\alpha \left(1 - \frac{1}{2^N} \right). \quad (11)$$

Выражение (11) устанавливает зависимость $\alpha_{(N)}$ от $\alpha = \alpha_{(1)}$ и от N : при $N \gg 1$ можно полагать $\alpha_{(N)} \approx 2\alpha$.

Анализ выражения (11) показывает, что многократный контроль с отбраковкой приводит к увеличению вероятности ошибки первого рода $\alpha_{(N)}$ по сравнению с вероятностью ошибки первого рода α при однократном контроле. Однако порядок величины вероятности ошибки первого рода при этом сохраняется, и максимальное ее увеличение не превышает двух раз. Рассчитанные по формуле (12) зависимости $\alpha_{(N)}$ от α при различных N показаны на рис. 3.

Видно, что зависимости, соответствующие $N = 5$ и $N = 10$, отличаются незначительно и практически совпадают с предельной зависимостью $\alpha_{(N)} = 2\alpha$.

Необнаруженный отказ ОИ при многократных проверках возникает после последней N -й проверки. Отказы, не обнаруженные при каждой из предыдущих $N - 1$ проверок, могут быть обнаружены при последующих проверках и не учитываются при определении результирующей условной вероятности необнаруженного отказа при N -кратной проверке $p_{(N)}(\bar{\text{Й}}|\Gamma)$. Следовательно, $p_{(N)}(\bar{\text{Й}}|\Gamma) = p_N(\bar{\text{Й}}|\Gamma)$, где $p_N(\bar{\text{Й}}|\Gamma)$ — апостериор-



■ Рис. 3. Вероятность ошибки первого рода при многоэтапных испытаниях в зависимости от вероятности ошибки первого рода на отдельном этапе

■ Fig. 3. Probability of type I error in multi-stage tests, depending on the probability of type I error at a particular stage

ная вероятность ошибки типа необнаруженного отказа при N -й проверке.

Плотность распределения значений контролируемого параметра признанных годными ОИ после $(N - 1)$ -й проверки определяется выражением (9) при $i = N$. Так же, как и при определении $p_{(N)}(\bar{\Gamma}|\bar{\text{И}})$, будем полагать, что имеет место высокая точность измерений контролируемых параметров и при первой проверке $p_{(1)}(\Gamma) \approx \int_c^d w(x)dx$,

а при последующих проверках выполняется $\int_c^d w_{i-1}(x)dx \approx 1$ и $p_{(i)}(\Gamma) \approx 1$, $i = 1, 2, \dots, N$. Тогда,

подставив в выражение (8) соответствующую указаным допущениям плотность распределения $w_{N-1}(x)$ вида (9), после преобразований получаем

$$p_N(\bar{\text{И}}|\Gamma) = \frac{1}{2^{N-1}} p_{(1)}(\bar{\text{И}}|\Gamma), \quad (12)$$

где $p_{(1)}(\bar{\text{И}}|\Gamma)$ — апостериорная вероятность ошибки типа необнаруженного отказа при одном измерении.

Переход от апостериорной вероятности ошибки типа необнаруженного отказа при N -кратной проверке $p_{(N)}(\bar{\text{И}}|\Gamma) = p_N(\bar{\text{И}}|\Gamma)$, определяемой выражением (12), к условной вероятности ошибки типа необнаруженного отказа $p_{(N)}(\Gamma|\bar{\text{И}})$, определяющей вероятность ошибки второго рода $\beta_{(N)}$, осуществляется по выражению

$$p(\bar{\text{И}}|\Gamma) = \frac{p(\Gamma|\bar{\text{И}})[1 - p(\text{И})]}{p(\text{И})[1 - p(\bar{\Gamma}|\text{И})] + p(\Gamma|\bar{\text{И}})[1 - p(\text{И})]}. \quad (13)$$

Используя выражения (11)–(13) с учетом того, что $P = p(\text{И})$, $\alpha = p(\bar{\Gamma}|\text{И})$, $\beta = p(\Gamma|\bar{\text{И}})$, для результирующей условной вероятности ошибки типа необнаруженного отказа после N -кратной проверки с отбраковкой $\beta_{(N)} = p_{(N)}(\Gamma|\bar{\text{И}})$ после преобразований получаем

$$\beta_{(N)} = \frac{\beta P}{2^{N-1} [P(1 - \alpha) + \beta(1 - P)] - \beta(1 - P)} \times \left[1 - 2\alpha \left(1 - \frac{1}{2^N} \right) \right]. \quad (14)$$

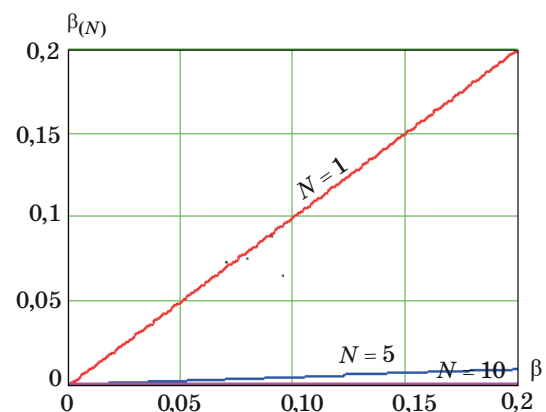
Выражение (14) устанавливает зависимость $\beta_{(N)}$ от β и от N , кроме того, $\beta_{(N)}$ зависит от α и от P .

Анализ выражения (14) показывает, что многократный контроль с отбраковкой приводит к уменьшению вероятности ошибки второго рода $\beta_{(N)}$ по сравнению с вероятностью ошибки второго рода β при однократном контроле, причем при $N \gg 1$ обеспечивается $\beta_{(N)} \rightarrow 0$. При этом величина

$\beta_{(N)}$ определяется в основном значениями β и N , а зависимостью $\beta_{(N)}$ от α и от P при $\alpha < 0,2$ и $P > 0,8$ можно пренебречь и полагать $\beta_{(N)} = \beta/2^{N-1}$, что соответствует $\alpha = 0$ и $P = 1$. Из этого приближенного выражения непосредственно следует, что с увеличением числа проверок величина вероятности ошибки второго рода быстро уменьшается. Так, при $N = 5$ уменьшение $\beta_{(N)}$ по сравнению с β составляет 16 раз, а при $N = 10$ — 512 раз. На рис. 4 приведены рассчитанные по формуле (14) зависимости $\beta_{(N)}$ от β при различных N . Полагалось $\alpha = 0,2$ и $P = 0,8$. Из графиков видно, что с увеличением N величина $\beta_{(N)}$ резко уменьшается и стремится к нулю, при этом влияние параметров α и P на величину $\beta_{(N)}$ незначительно, и приведенные зависимости $\beta_{(N)}$ от β практически совпадают с предельной зависимостью $\beta_{(N)} = \beta/2^{N-1}$.

Уменьшение вероятности ошибки второго рода с увеличением числа проверок оказывает более значительное влияние на повышение достоверности контроля, чем увеличение вероятности ошибки первого рода, по двум причинам. Во-первых, показатель достоверности контроля D_Γ более критичен к величине вероятности ошибки второго рода β , чем к величине вероятности ошибки первого рода α . Во-вторых, при $\beta = 0$ независимо от величины α достигается максимальное значение показателя достоверности контроля $D_\Gamma = 1$, а при многократном контроле с отбраковкой величина $\beta_{(N)}$ уменьшается до значений, близких к нулю.

Полученные выражения (11) и (14) для вероятностей ошибок первого и второго рода $\alpha_{(N)}$ и $\beta_{(N)}$ позволяют рассчитать в соответствии с выражением (5) показатель достоверности КТС ОИ D_Γ после N проверок при проведении однородных испытаний, когда на всех этапах испытаний параметры α и β одинаковы. В случае неоднородных испытаний,



■ **Рис. 4.** Вероятность ошибки второго рода при многоэтапных испытаниях в зависимости от вероятности ошибки второго рода на отдельном этапе

■ **Fig. 4.** Probability of type II error in multi-stage tests, depending on the probability of type II error at a particular stage

когда на различных этапах испытаний параметры α и β различаются, показатель достоверности КТС ОИ D_T после N проверок может быть рассчитан только в результате его последовательного определения в соответствии с выражением (5) для каждого этапа. При этом значение показателя достоверности КТС ОИ D_T на предыдущем $(i - 1)$ -м этапе испытаний рассматривается в качестве априорной вероятности пребывания ОИ в исправном состоянии P перед началом анализируемого i -го этапа испытаний, что отражает повышение качества ОИ от одного этапа испытаний к другому. Каждый этап характеризуется вероятностями ошибок первого и второго рода α_i и β_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Последовательный расчет значений показателя достоверности D_T от первого этапа к последнему соответствует прямой задаче анализа достоверности, а от последнего этапа к первому — обратной задаче анализа достоверности [11]. При этом совокупность используемых для расчетов зависимостей может быть представлена в виде номограммы [12].

Заключение

Испытания и экспериментальная обработка сложных технических систем представляют собой сложный технологический процесс, реали-

зуемый на основе научных подходов, формализованных в виде программ и методик испытаний, обеспечивающих достижение цели испытаний. Оценивание достоверности КТС ОИ является одной из важных задач, решаемых при планировании испытаний и анализе их результатов, поскольку достоверность КТС ОИ определяет достоверность оценки свойств ОИ по результатам испытаний, характеризующую эффективность испытаний, и, исходя из требуемой достоверности результатов испытаний, осуществляется определение объема испытаний.

В общем случае достоверность КТС сложных технических систем определяется целым рядом факторов, связанных как с ОИ, так и с системой испытаний в целом. Рассмотренный показатель достоверности КТС ОИ — апостериорная вероятность правильного заключения об его исправности — является интегральным показателем, ориентированным на достоверное заключение об исправности объекта испытаний, что является основной целью любых испытаний. Представленные результаты характеризуют свойства данного показателя и определяют принципы его использования при анализе достоверности КТС ОИ при проведении как отдельного этапа испытаний, так и многоэтапных испытаний в целом.

Литература

1. Городецкий В. И., Дмитриев А. К., Марков В. М. Элементы теории испытаний и контроля технических систем. — Л.: Энергия, 1978. — 192 с.
2. Дмитриев А. К., Мальцев П. А. Основы теории построения и контроля сложных систем. — Л.: Энергоатомиздат, 1988. — 192 с.
3. Александровская Л. Н., Круглов В. И., Кузнецов А. Г. Теоретические основы испытаний и экспериментальная обработка сложных технических систем. — М.: Логос, 2003. — 736 с.
4. Афанасьев В. А., Барсуков В. С., Гофин М. Я. Экспериментальная обработка космических летательных аппаратов. — М.: Изд-во МАИ, 1994. — 412 с.
5. Боев С. Ф. Управление рисками проектирования и создания радиолокационных станций дальнего обнаружения. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 430 с.
6. Северцев Н. А. Надежность сложных систем в эксплуатации и обработке. — М.: Высш. шк., 1989. — 432 с.
7. Дорохов А. Н., Керножицкий В. А., Миронов А. Н., Шестопалова О. Л. Обеспечение надежности сложных технических систем. — СПб.: Лань, 2017. — 352 с.
8. Назаров А. В., Якимов В. Л., Авдеев В. А. Алгоритм максимизации энтропии обучающей выборки и его использование при разработке прогнозной модели дискретных состояний нелинейной динамической системы // Информационно-управляющие системы. 2015. № 2. С. 57–66. doi:10.15217/issn1684-8853.2015.2.57
9. Мальцев Г. Н., Назаров А. В., Якимов В. Л. Имитационное моделирование процесса диагностирования сложной технической системы с высоким уровнем автономности функционирования // Информационно-управляющие системы. 2016. № 4. С. 34–43. doi:10.15217/issn1684-8853.2016.4.34
10. Савин С. К., Никитин А. А., Кравченко В. И. Достоверность контроля сложных радиоэлектронных систем летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1984. — 168 с.
11. Мальцев Г. Н., Карасев А. С., Гришин В. В. Определение требуемого объема испытаний на отдельном этапе наземной экспериментальной обработки сложного технического изделия по заданным вероятностям ошибок первого и второго рода // Надежность и качество: тр. Второго Междунар. симп. Пенза: ПГУ, 2006. Т. 2. С. 36–39.
12. Калинин А. А., Меньшиков В. А., Мирош Ю. М., Медушевский Л. С. Квадранты качества. Снижение уровня дефектности систем // Электроника: наука, технология, бизнес. 2001. № 4. С. 42–44.

UDC 62.001.4

doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.49

Reliability of Multi-Stage Control over Technical Condition of Tested ObjectsMaltsev G. N.^a, Dr. Sc., Tech., Professor, georgy_maltsev@mail.ruYakimov V. L.^a, PhD, Tech., Associate Professor, yakim78@yandex.ru^aA. F. Mozhaiskii Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia St., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: When testing technical systems, the reliability of control over the technical condition of the tested objects must be ensured. Evaluation of this reliability when you plan the test or analyze the test results requires choosing a reliability indicator and methods for its calculation based on test process models. The chosen indicator should ensure a reliable conclusion about the serviceability of the tested object. **Purpose:** Substantiating an integral indicator of the reliability of control over the tested object condition, and methods for calculating it during a separate stage of a test or multi-stage tests. **Results:** Aposterior probability of a correct conclusion about the tested object serviceability can be used as an integral indicator of reliability. In the paper, we present analytical expressions for its calculation at a separate stage of testing or in multi-stage homogeneous tests. The chosen reliability indicator is influenced by the probability of errors of types I and II. **Practical relevance:** The presented results determine the principles of using integral indicators to analyze the reliability of control over the tested object condition when planning the tests or analyzing their results. The given expressions allow you to calculate the integral reliability indicator during a separate stage of a test or in multi-stage tests.

Keywords — Tests, Control of Technical Condition, Validity, Errors of Types I and II.

Citation: Maltsev G. N., Yakimov V. L. Reliability of Multi-Stage Control over Technical Condition of Tested Objects. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 1, pp. 49–57 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.49

References

1. Gorodetskii V. I., Dmitriev A. K., Markov V. M. *Elementy teorii ispytaniy i kontrolya tekhnicheskikh sistem* [Elements of Technical Systems Testing and Control Theory]. Leningrad, Energia Publ., 1978. 192 p. (In Russian).
2. Dmitriev A. K., Mal'tsev P. A. *Osnovy teorii postroeniia i kontrolya slozhnykh sistem* [Fundamentals of Complex Systems Construction and Control Theory]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1988. 192 p. (In Russian).
3. Aleksandrovskaya L. N., Kruglov V. I., Kuznetsov A. G. *Teoreticheskie osnovy ispytaniy i eksperimental'naya otrabotka slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [Theoretical Bases of Tests and Experimental Testing of Complex Technical Systems]. Moscow, Logos Publ., 2003. 736 p. (In Russian).
4. Afanas'ev V. A., Barsukov V. S., Gofin M. Ia. *Eksperimental'naya otrabotka kosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Experimental Spacecraft Development]. Moscow, MAI Publ., 1994. 412 p. (In Russian).
5. Boev S. F. *Upravlenie riskami proektirovaniia i sozdaniia radioloka-tсионnykh stantsii dal'nego obnaruzheniia* [Risk Management Design and Creation of Early Warning Radar Stations]. Moscow, MGTU im. N. E. Baumana Publ., 2017. 430 p. (In Russian).
6. Severtsev N. A. *Nadezhnost' slozhnykh sistem v ekspluatatsii i otrabotke* [Reliability of Complex Systems in Operation and Development]. Moscow, Vysshiaia shkola Publ., 1989. 432 p. (In Russian).
7. Dorokhov A. N., Kernozhitskii V. A., Mironov A. N., Shestopalova O. L. *Obespechenie nadezhnosti slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [Ensuring the Reliability of Complex Technical Systems]. Saint-Petersburg, Lan' Publ., 2017. 352 p. (In Russian).
8. Nazarov A. V., Yakimov V. L., Avdeev V. A. Training Sample Entropy Maximization Algorithm and its Use in Synthesis of Predictive Models of Nonlinear Dynamical System Discrete States. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2015, no. 2, pp. 57–66 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2015.2.57
9. Mal'tsev G. N., Nazarov A. V., Yakimov V. L. Simulation Modeling of Diagnostics of a Highly Autonomous Complex Technical System. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2016, no. 4, pp. 34–43 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2016.4.34
10. Savin S. K., Nikitin A. A., Kravchenko V. I. *Dostovernost' kontrolya slozhnykh radioelektronnykh sistem letatel'nykh apparatov* [Reliability of Aircrafts Complex Radio-Electronic Systems Control]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 168 p. (In Russian).
11. Mal'tsev G. N., Karasev A. S., Grishin V. V. Determination of Tests Required Volume at Ground-Based Experimental Testing Particular Stage of Complex Technical Product Based on Specified Probabilities of First and Second Kind Errors. *Trudy Vtorogo Mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost' i kachestvo"* [Proc. 2th Int. Symp. "Reliability and Quality"]. Penza, PGU Publ., 2006, vol. 2, pp. 36–39 (In Russian).
12. Men'shikov V. A., Mirosh Yu. M., Medushevsky L. S., Kalinin A. A. Quality Quadrants. Reduction in the Level of Systems Defectiveness. *Elektronika: nauka, tekhnologiia, biznes*, 2001, no. 4, pp. 42–44 (In Russian).