УДК 681.5

# АНАЛИЗ ДИНАМИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ АКТУАТОРАМИ КОНТРРЕФЛЕКТОРА КОСМИЧЕСКОГО РАДИОТЕЛЕСКОПА

Ю. Н. Артеменко, канд. техн. наук, заведующий отделом Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева РАН А. Е. Городецкий, доктор техн. наук, профессор В. В. Дубаренко, доктор техн. наук, профессор А. Ю. Кучмин, канд. техн. наук Институт проблем машиноведения РАН В. А. Агапов, студент Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Приводятся результаты исследований переходных процессов в моделях систем автоматического управления актуаторами гексапода контррефлектора космического радиотелескопа «Миллиметрон», проведенных с целью подтвердить целесообразность использования гексаподоподобных конструкций и пьезоэлектрических приводов в системах автоматического управления космическими радиотелескопами.

Ключевые слова — космический радиотелескоп, гексапод, пьезодвигатель.

## Введение

В антенных устройствах космических радиотелескопов (КРТ) для выставления заданной формы и положения их зеркальных поверхностей после раскрытия антенны и для возможной их периодической коррекции, а также для наведения телескопа на заданный источник излучения обычно используются системы автоматического управления (САУ) пространственным положением элементов зеркальной системы. Ранее [1] было установлено, что за счет линейного и углового перемещения контррефлектора (КР) зеркальной системы антенны, производимого соответствующей САУ, может осуществляться компенсация изменения фокусного расстояния и положения фокальной оси главного зеркала (ГЗ), а также частичная компенсация фазовых искажений, вызываемых деформацией элементов ГЗ.

Особенностью эксплуатации подобных САУ в космических условиях является необходимость обеспечить работоспособность электроприводов системы в глубоком вакууме и, что особенно сложно в осуществлении, при температуре до 4 К. Поэтому традиционные принципы построения САУ на основе двигателей постоянного тока либо асинхронных двигателей с цифровыми регуляторами на базе микроконтроллеров и промышленных вычислительных станций общего назначения в данном случае не могут быть использованы. Также могут возникнуть проблемы при создании измерительных систем, обеспечивающих замыкания обратных связей в подсистемах управления и работающих при температурах до 4 К.

Одним из перспективных вариантов решения данной проблемы построения САУ для КРТ может быть использование гексаподов с пьезоэлектрическими двигателями для обеспечения угловых и линейных перемещений КР [2]. Однако, хотя работоспособность пьезоэлектрических двигателей при столь низких температурах изучена [3], анализ динамических характеристик САУ с пьезоэлектрическими двигателями, работа-

2

Ο ΕΡΑ ΕΟΤΚΑ Η ΦΟΡΜΑЦИИ И ΥΠΡΑΒΛΕΗИΕ

ющими в космических условиях, до настоящего времени не проводился.

## Конструкция и параметры управляемого контррефлектора

Исследуемый КР антенны КРТ установлен на подвижную платформу гексапода и перемещается шестью актуаторами (рис. 1). Каждый актуатор состоит из штанги с пьезоэлектродвигателем, позволяющим изменять длину штанги. Каждый актуатор соединен с подвижной платформой и неподвижной платформой основания двумя двухстепенными шарнирами либо пружинами, позволяющими толкателям свободно вращаться по двум углам. Основание с помощью соответствующих неподвижных штанг крепится к конструкции ГЗ. Такая конструкция позволяет перемещать КР по трем линейным (x, y и z) и двум угловым ( $\beta$  и  $\theta$ ) координатам, где  $\beta$  — поворот относительно оси x, а  $\theta$  — поворот относительно оси y.

Геометрические параметры гексапода соответствуют параметрам гексапода типа М-840 фирмы РІ (рис. 2).



Рис. 1. Схема установки зеркальной системы на гексаподоподобных механизмах



■ Puc. 2. Конструкция гексапода M-840

Параметры КР космического радиотелескопа «Миллиметрон», используемые при моделировании: 1) форма поверхности — гиперболоид; 2) материал — карбид кремния; 3) покрытие — алюминий; 4) материал опор — углепластик; 5) диаметр  $D_{\kappa} = 0,5/0,6$  м; 6) высота  $H_{\kappa} = 0,1213/0,1544$  м; 7) радиус при вершине  $R_{\rm k}=0,364$  м; 8) плотность  $\rho_{\rm k}=(3,2-3,27)\cdot10^3$  кг/м<sup>3</sup>; 9) модуль Юнга  $E_{\rm k}=$ = (400 – 500) ГПа; 10) плотность материала опор  $\rho_{o} = (1,55 - 1,62) \cdot 10^{3} \, \mathrm{кг/m^{3};} \, 11)$  модуль Юнга опор  $E_0 = 280 \ \Gamma \Pi a; 12$ ) точность поверхности  $\Delta = 3$  мкм; 13) температурный коэффициент  $\alpha_{\kappa}$  = 0,04  $\times$  $imes 10^{-6} \ 1/{
m K}; \ 14$ ) температурный коэффициент опор  $lpha_{
m o}=0,1\cdot10^{-6}$  1/К; 15) толщина  $h_{
m \kappa}=4$  мм с ребрами в 8 мм; 16) масса контррефлектора  $m_{\kappa} = 6,4$  кг; 17) масса гексапода  $m_{\rm r} = 12$  кг; 18) масса верхней платформы гексапода  $m_{\rm r, II} = 4$  кг; 19) радиус ноги гексапода  $R_{\rm r, II} = 0,01$  м; 20) длина ноги гексапода  $l_{\rm r, II} = 0,27$  м; 21) диаметр основания гексапода  $D_{\rm r, II} = 0,248$  ст. 20)  $D_{\rm r.o} = 0,348$  м; 22) диаметр верхней платформы гексапода  $D_{\rm r.n} = 0,25$  м; 23) максимальная управляющая ЭДС  $e_v = 100$  B; 24) максимальное перемещение штока актуатора ноги гексапода x =  $= \pm 25$  мм; 25) максимальная скорость перемещения штока актуатора ноги гексапода v = 50 мм/с; 26) масса штока актуатора ноги гексапода  $m_a =$ = 0,6 кг; 27) максимальная точность позиционирования штока актуатора  $\delta = 2$  мкм.

#### Расчет параметров САУ актуатором

Вначале оценим частоту собственных колебаний КР. Наиболее просто приближенно оценить эту частоту можно по формуле

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{M}}, \ M = m_{\rm \tiny K} + m_{\rm \tiny \Gamma,\Pi}, \ C = 6C_{\rm \tiny \Gamma}, \ C_{\rm \tiny \Gamma} = \frac{E_0 \pi R_{\rm \tiny \Gamma,\Pi}^2}{0,7D_{\rm \tiny \Gamma,\Pi}},$$

где C — эквивалентная жесткость КР; M — эквивалентная масса КР;  $C_{\rm r}$  — приведенная жесткость актуатора чексапода.

Положим, что  $R_{\rm m}=0.7; D_{\rm r,n}=0.7\cdot0.25=0.175$ м;  $C=6\cdot5\cdot10^8=3\cdot10^9$  Н/м;  $C_{\rm r}=(2.8\cdot10^{11}\cdot3.14\times10^{-4})/0.175=5\cdot10^8$  Н/м. Тогда $f_0=2700$  Гц и  $T_0=1/f_0=3.7\cdot10^{-4}\,{\rm c.}$ 

Колебания КР при скачкообразном воздействии силой *F* можно упрощенно описывать уравнением вида

$$M\ddot{x} = -Cx - r\dot{x} + F. \tag{1}$$

Уравнение (1) при использовании преобразования Лапласа можно переписать в виде

$$x(p) = \frac{kF}{T^2 p^2 + 2\lambda T p + 1},$$
(2)

где  $k = 1/C = 1/3 \cdot 10^9 = 3.3 \cdot 10^{-10}$  м/H = 3.3 × × 10<sup>-4</sup> мкм/H;  $\lambda = 0.01 - 0.05$ ;  $T = T_0/2\pi = 5.9 \cdot 10^{-5}$ .

З

Полученные из уравнения (2) переходные процессы показывают, что усилие F = 100 H, прикладываемое к КР со стороны актуаторов гексапода, будет вызывать почти не затухающие колебания КР с амплитудой в сотые доли микрон.

Очевидно, что усилие F создается двигателями актуаторов, управляемыми обычно ПИД-регуляторами. При этом для точного позиционирования КР можно использовать пьезоэлектродвигатели, работающие при температурах до 6 К [3]. В этом случае переходный процесс надо строить с учетом параметров двигателя и регулятора.

Линейная математическая модель пьезодвигателя гексапода КР имеет вид

$$\frac{dF_{9}/dt = (K_{0}/C_{0}/R_{\rm B})e_{\rm y} - (1/C_{0}/R_{\rm B})F_{9} - (K_{0}K_{\rm \pi}/C_{0})v;$$
(3)

$$\frac{\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = (1/m_{\Sigma})F_{9} - (K_{y} + K_{x})/i/m_{\Sigma x} - (K_{\pi}/m_{\Sigma})v; \qquad (4)$$

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = iv,\tag{5}$$

где  $F_{\rm 9}$ — сила, развиваемая пьезоэлектродвигателем; x— перемещение;  $m_{\Sigma}$ — перемещаемая масса; i— коэффициент редукции;  $R_{\rm B}$ — внутреннее сопротивление источника ЭДС;  $C_0$ — емкость пьезоэлемента;  $K_{\rm m}$ — коэффициент прямого пьезоэффекта;  $K_{\rm o}$ — коэффициент обратного пьезоэффекта;  $K_{\rm y}$ — коэффициент упругости пьезопривода;  $K_{\rm m}$ — коэффициент жесткости конструкции;  $K_{\rm g}$ — коэффициент демпфирования.

Применив к уравнениям (3)–(5) преобразование Лапласа, можно получить следующую структурную схему (рис. 3).

Пусть в актуаторах гексапода используются пьезодвигатели, развивающие усилие  $F_{\ni}=25~{\rm H}$  при управляющей ЭДС  $e_{\rm y}=100~{\rm B}$  с максимальным перемещением  $x=\pm25~{\rm mm}$ и скоростью 50 мм/с. Масса штока актуатора  $m_{\rm a}=0,6~{\rm kr}.$  Тогда  $K_{\rm o}=K_{\rm m}=F_{\rm s}/e_{\rm y}=25/100=0.25~{\rm H/B};~K_{\rm m}R_{\rm b}=e_{\rm y}/v=100/50=2~{\rm B}\cdot{\rm c/mm};~R_{\rm b}=2/0.25=8~{\rm Om}.$  Емкость пьезоэлемента  $C_0=(\varepsilon_0\chi S_0-S_0d_p^2Y)/l_0,$ где  $\varepsilon_0=8,85\cdot10^{-12}~{\rm Ф/m}$ — электрическая постоянная;  $\chi=3200$ — динамическая восприимчивость пьезоматериала;  $S_0=\pi r_0^2=10^{-4}~{\rm m}^2-$ площадь сечения пьезоэлемента;  $d_p=470\cdot10^{-12}~{\rm Kn/H}$ — пье



Рис. 3. Структура модели пьезоэлектродвигателя

ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

зомодуль;  $Y = 5,58 \cdot 10^{10} \,\Pi a$  — модуль Юнга пьезоматериала;  $l_0 = 0,1$  м — длина пьезоэлемента.

Тогда  $C_0 = 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} - 10 \cdot 10^{-4} \cdot 4,7 \cdot 10^{-10} \cdot 4,7 \cdot 10^{-10} \cdot 5,5 \cdot 10^{10} = 10^{-11} \, \Phi;$  $T_{\mathfrak{g}} = R_{\mathfrak{g}} C_0 = 8 \cdot 10^{-11} \, \mathfrak{c}.$  Эквивалентная жесткость системы  $K_{\mathfrak{c}} = K_{\mathfrak{g}}/i + K_{\mathfrak{g}}/i = F_{\mathfrak{g}}/x = 25/50 = 0,5 \, \mathrm{H/mm}.$  Демпфирование  $K_{\mathfrak{g}}/i = r = 2\lambda C/f_0 = (0,02 \cdot 3 \cdot 10^6)/(2,7 \cdot 10^3) = 22 \, \mathrm{H} \cdot \mathrm{c/mm}.$  Перемещаемая масса  $m_{\Sigma} = M + m_{\mathfrak{a}} = 10,4 + 0,6 = 11 \, \mathrm{kr}.$ 

Структурную схему САУ перемещением штока актуатора (САУ-А) с помощью пьезодвигателя можно в линейном приближении представить в виде, показанном на рис. 4, *a*.

При этом обычно в таких САУ используется ПИД-регулятор, имеющий передаточную функцию вида  $W_{\rm p} = (k_3 p^2 + k_1 p + k_2)/p$ . Коэффициент  $k_2$  выбирают, исходя из требуемой точности САУ  $\delta_{\rm co}$  на заданной частоте входного сигнала  $\omega$ , а коэффициенты  $k_1$  и  $k_3$  — исходя из динамических свойств объекта управления.

Произведя замыкания внутренних контуров в структурной схеме на рис. 4, *a*, получим структурную схему, показанную на рис. 4, *б*, где  $W_{\rm o.y} = \frac{0.5}{ap^2 + bp + 1}$  — передаточная функция объ-

екта управления, полученная следующим образом:

$$W_1 = 1/m_{\Sigma} p^2;$$
 (6)

$$W_2 = K_y/i + K_x/i + K_p/i;$$
 (7)

$$W_3 = K_0 / (C_0 R_{\rm B} p + 1);$$
 (8)

$$W_4 = K_{\rm II} R_{\rm B} p; \tag{9}$$

$$W_5 = W_1 / (1 + W_1 W_2);$$
 (10)

$$W_6 = W_3 W_5, W_{o.y} = W_6 / (1 + W_4 W_6).$$
 (11)

Подставляя приведенные выше параметры объекта управления (6)–(9) и пренебрегая величиной  $C_0 R_{\rm B} p = 8 \cdot 10^{-11} p$  в уравнении (8), получим:



Рис. 4. Первоначальная (а) и преобразованная (б) структурные схемы САУ-А

Ο ΕΡΑΕΟΤΚΑ Η ΦΟΡΜΑЦИИ И ΥΠΡΑΒΛΕΗИΕ

$$\begin{split} W_1 &= 1/11p^2; \ W_2 &= 0,5+22p; \\ W_3 &= 0,25; \ W_4 &= 2p; \ W_5 &= 2/(22p^2+44p+1); \\ W_6 &= 0,5/(22p^2+44p+1); \\ W_{\rm o.y} &= 0,5/(22p^2+45p+1). \end{split} \tag{12}$$

Для анализа динамики полученной системы необходимо найти коэффициенты  $k_1, k_2, k_3$  в передаточной функции регулятора  $W_p$ . Для этого зададимся точностью позиционирования штока актуатора  $\delta_{\omega} = 2$  мкм, что соответствует точности выбранного за прототип гексапода типа М-840 при частоте изменения входного сигнала  $\omega = 0,1 \text{ c}^{-1}$ . Тогда получим требуемое усиление на этой частоте  $K_{\omega} = x / \delta_{\omega} = 50/2 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^4$ . Если положить, что  $k_3/k_2 = 22$  и  $k_1/k_2 = 45$ , то получим передаточную функцию разомкнутой САУ  $W = W_p W_{o,y} = 0.5k_2/p$ . Поэтому при  $\omega =: 1/P = 0.1 \text{ c}^{-1}$  получим 0.05 $k_2 = 2.5 \cdot 10^4$  и соответственно  $k_2 = 5 \cdot 10^5$ . Теперь можно вычислить остальные параметры ПИД-регулятора:  $k_3 = 22 \cdot 5 \cdot 10^5 = 1.1 \cdot 10^7$ ;  $k_1 = 45 \cdot 5 \cdot 10^5 = 2.25 \cdot 10^7$ .

#### Компьютерное моделирование переходных процессов

В линейной постановке анализ динамики САУ-А будем проводить с помощью компьютерного моделирования по структурной схеме модели, показанной на рис. 5.

Вначале будем считать, что параметры ПИДрегулятора точно соответствуют параметрам объекта управления, т. е.  $k_1 = 2,25 \cdot 10^4$ ,  $k_2 = 2,5 \cdot 10^3$ и  $k_3 = 5,5 \cdot 10^4$ . В этом случае при подаче на вход САУ ступенчатого воздействия переходный процесс будет иметь вид, показанный на рис. 6, *a*.

При правильной настройке ПИД-регулятора переходный процесс при скачкообразном изменении управляющего напряжения будет плавным, без перерегулирования, с временем переходного процесса порядка 2 мс.

Для проверки робастности САУ-А были смоделированы переходные процессы при настройке регулятора с ошибкой +20 % и с ошибкой -20 % (рис. 6, *б*).







Рис. 6. Переходный процесс САУ-А при настройке ПИД-регулятора: а — идеальной; б — неточной: 1 — ошибка на + 20%; 2 — ошибка на -20%



Рис. 7. Нелинейная модель САУ-А: а — с люфтом; б — с люфтом и зоной нечувствительности



Рис. 8. Переходный процесс в САУ-А: а — с люфтом; б — с люфтом и зоной нечувствительности

Как видно из рис. 6, необходимая плавность переходного процесса в обоих случаях сохраняется с небольшим изменением времени установления, что говорит о высокой робастности синтезированной системы управления актуатором КР.

Теперь учтем неустранимые нелинейности в САУ-А.

Допустим, что в шарнире актуатора имеется люфт 20 мкм. Для получения переходного процесса в системе управления с таким люфтом необходимо в ее модель ввести перед выходом соответствующее звено (рис. 7, *a*). Полученный переходный процесс в такой модели показан на рис. 8, *a*. Как видно из рисунка, процесс остается апериодическим, но с несколько большим временем переходного процесса, что соответствует, как и следует из теории нелинейных систем управления, уменьшению усиления в контуре управления.

Теперь дополнительно учтем зону нечувствительности в датчике обратной связи величиной 10 мкм. Для получения переходного процесса в системе управления с такой зоной нечувствительности и люфтом необходимо в модель ввести соответствующее звено в обратную связь (рис. 7, *б*).

Полученный переходный процесс в такой модели показан на рис. 8, б. Как видно из рисунка, процесс остается апериодическим, но, как и следует из теории нелинейных систем управления, со статической ошибкой, равной величине зоны нечувствительности.

#### Заключение

При ударном воздействии на неуправляемый КР КРТ могут возникать слабодемпфированные колебания с малой амплитудой. Однако в САУ-А гексапода с КР при скачкообразном изменении управляющего напряжения переходные процессы будут плавными и без перерегулирования. При этом время переходного процесса будет лежать в пределах 1,5 – 2 мс. Поэтому при анализе поведения управляемого КР КРТ с гексаподным механизмом в большинстве случаев можно не учитывать инерционности САУ-А и штанг гексапода.

# Литература

- Система автоматического наведения радиотелескопа: Патент РФ Ru 2319171 C1. 2008. Бюл. № 7. Ч. 3. С. 824–825.
- Городецкий А. Е., Артеменко Ю. Н., Дубаренко В. В., Тарасова И. Л., Кучмин А. Ю. Проблемы создания систем адаптации космических радиотелескопов // Информационно-управляющие системы. 2010. № 3. С. 2–8.
- 3. Sanguinetti B., Varcoe B. T. H. Use of a piezoelectric SQUIGGLE® motor for positioning at 6 K in a cryostat // Cryogenics. Sept. 2006. Vol. 46. Is. 9. P. 694–696.