УДК 007:004.3

МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО РАНЖИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Ю. В. Ведерников,
канд. техн. наук, доцент
Михайловская военная артиллерийская академия
В. В. Сафронов,
доктор техн. наук, профессор
ОАО «КБ Электроприбор»

Рассматривается важная прикладная задача принятия решения для случая, когда критерии могут быть одновременно заданы: в формализованном, количественном виде; в неопределенном, лингвистическом виде; в частично формализованном виде. Задача сводится к построению упорядоченного множества эффективных вариантов (кортежа Парето) сложных технических систем для случая, когда критерии оптимальности неоднородны. Приведен численный пример.

Введение

Выбор оптимального варианта структуры сложных технических систем (СТС) из множества возможных допустимых вариантов является важной задачей, решаемой на ранних этапах их проектирования. В настоящее время накоплен большой опыт построения оптимальных структур СТС [1–7]. Разработаны методы решения, основанные на достижениях в области системного анализа, исследования операций, теории принятия решений, графов, дискретного программирования и т. д.

Однако при практическом использовании математических моделей возникают трудности, связанные с обеспечением полноты, точности и достоверности исходных данных, а также многокритериальным характером выбора варианта структуры. Для реальных СТС характерно наличие разнородной информации [8]: о точечных замерах и значениях параметров; о допустимых интервалах их изменения; о статистических законах распределения отдельных величин; о лингвистических оценках и ограничениях, полученных от специалистов-экспертов, и т. д.

Исследователь поставлен перед необходимостью округлять или огрублять имеющиеся у него знания об объекте исследования, математическая модель при этом оказывается недостаточно адекватной реальности, что может привести к неоптимальному выбору структуры синтезируемой системы.

Проведенный анализ [3, 4, 8, 9] показал, что задача выбора оптимальной структуры СТС в условиях наличия неоднородных (формализованных, частично формализованных, неформализованных) критериев оптимальности относится к задачам многокритериального ранжирования. Однако разработка методов, которые могли бы решать задачи в условиях комплексного использования неоднородных исходных данных, на сегодняшний день еще полностью не завершена. Это создает определенную трудность при выборе оптимальных структур СТС, которая связана с тем, что достаточно сложно соизмерять улучшение значения одного критерия с ухудшением значения другого критерия, когда критерии представлены в различных измерительных шкалах; невозможно адекватно определить расстояние между разными классами эквивалентности.

В статье предлагается метод, который бы позволил решать указанный класс задач. При этом используется математический аппарат теории нечетких множеств [9–13] как основной аппарат формирования и нормализации (т. е. приведения к единой величине и виду, удобному для сравнения) исходных данных при решении задачи многокритериального ранжирования СТС.

Заметим, что еще в 1981 г. в предисловии к монографии С. А. Орловского [12] академик Н. Н. Моисеев акцентировал внимание на то, что «...Центральная процедура общего подхода к проблеме выбора альтернатив опирается на различные принципы отбраковки. И в этом контексте принципы Парето, гарантированного результата, формализм Заде занимают свое определенное место. ... Вопрос о будущности всего этого направления решается не столько математическим совершенством развиваемой теории, сколько удобством, которое обеспечивается оперирующей стороне при анализе и выборе альтернатив».

Математическая постановка задачи

Для решения задач векторной оптимизации, в которых необходимо проводить учет различных видов неопределенности исходных данных, предлагается в качестве критериев использовать функции принадлежности, являющиеся средством числовой нормализации разнородной информации о качествах исследуемых СТС.

Рассмотрим математическую постановку задачи и с этой целью введем необходимые в дальнейшем обозначения [7, 12, 14–16].

1. $S=\left\{S_\alpha, \alpha=\overline{1,n}\right\}$ — множество возможных вариантов СТС.

2. $K(S_\alpha) = \{K_1(S_\alpha),\ K_2(S_\alpha),\ \ldots,\ K_j(S_\alpha),\ \ldots,\ K_r(S_\alpha)\}$ — векторный критерий, характеризующий систему S_α.

3. $K_j\left(S_\alpha\right), j=\overline{1,r}$ — частный критерий качества, характеризующий систему S_α.

4. $A=\left\{a_j, j=\overline{1,r}\right\}$ — множество коэффициентов важности критериев, где a_j — коэффициент важности j-го критерия, причем $\sum_{j=1}^{r} a_j = 1$.

5. $PK_j(S_k, S_l) = [(S_k, S_l); \mu K_j(S_k, S_l)]$ — нечеткое отношение предпочтения (НОП) по j-му частному критерию качества, $j=\overline{1,r}\ \forall\, k=\overline{1,n},\ l=\overline{1,n},\ k\neq l$, где (S_k, S_l) — множество упорядоченных пар систем; $\mu K_j(S_k, S_l)$ — функция принадлежности НОП.

6. $\mu_D K_j(S_k, S_l)$ — функция принадлежности нечеткого отношения строгого предпочтения, характеризующая интенсивность доминирования системы S_k над системой S_l по j-му частному критерию.

7. $\mu_{ND} K_j(S_k, S_l)$ — функция принадлежности отношения недоминирования, характеризующая степень, с которой система S_k недоминируется системой S_l по j-му частному критерию.

8. $\mu_D^* K_j(S_k)$ — функция принадлежности нечеткого множества недоминируемых систем, характеризующая степень «недоминируемости» системы S_k ни одной другой системой по j-му частному критерию.

9. $\mu_D^* K(S_k)$ — функция принадлежности нечеткого множества недоминируемых систем, характеризующая степень «недоминируемости» системы S_k ни одной другой системой по векторному критерию.

С учетом введенных обозначений сформулируем задачу. Даны множества S, A, выражения для вычисления $\mu K_j(S_k, S_l)$, решающие правила [3, 15].

Требуется найти множество эффективных упорядоченных систем (кортеж Парето) $S^P \subset S$, для элементов которого $S_\alpha^* \in S^P$ справедливо

$$\mu_D^* K(S_\alpha^*) = \max_{S_\alpha \in S} \mu_D^* K(S_\alpha). \qquad (1)$$

Основная трудность при решении подобных задач заключается в том, что определение функций принадлежности является достаточно сложной процедурой, а отождествление функций принадлежности с критериальными функциями представляет собой трудоемкий процесс.

Метод нормализации неоднородных критериальных оценок

Для преодоления перечисленных трудностей и решения представленных задач предлагается не изменять содержательного смысла критериев, а ввести в рассмотрение расплывчатость шкал, в которых эти критерии фиксируются (т. е. искусственно «размыть» критерии). Сущность метода заключается в следующем [9, 12, 13, 15].

Определяем НОП $PK_j(S_k, S_l)$ по j-му частному критерию качества для пары решений (S_k, S_l) функцией принадлежности [9, 13]:

$$\mu K_j(S_k, S_l) = \begin{cases} \dfrac{K_j(S_k) - K_j(S_l)}{m_j}, \\ \text{если } K_j(S_k) > K_j(S_l); \\ 0, \text{ если } K_j(S_k) \le K_j(S_l), \end{cases} \qquad (2)$$

где m_j — ширина интервала оценок по j-му критерию; $K_j(S_k)$ и $K_j(S_l)$ — значения j-го критерия для систем S_k и S_l.

Важным моментом в данном случае является назначение величины m_j. В рассматриваемой постановке ширина интервала оценок будет равна максимальному значению каждого рассматриваемого критерия, т. е. $\left[0;\ \max_{k=\overline{1,n}} K_j(S_k)\right]$. При необходимости можно использовать в качестве m_j значения:

— критериев эталонной системы;

— критериев, которые хотелось бы достигнуть в ходе решения задачи оптимизации;

— выделяемых ресурсов по каждому из критериев.

В задачах контроля m_j эталонными значениями могут выступать предельно допустимые значения контролируемых параметров.

Нечеткое отношение строгого предпочтения системы S_k над системой S_l определим функцией принадлежности $\mu_D K_j(S_k, S_l)$, характеризующей интенсивность доминирования S_k над S_l по j-му частному критерию [12, 15]:

$$\mu_D K_j\left(S_k, S_l\right) = \begin{cases} \mu K_j(S_k, S_l) - \mu K_j(S_l, S_k), \\ \text{если } \mu K_j(S_k, S_l) > \mu K_j(S_l, S_k); \\ 0, \text{если } \mu K_j(S_k, S_l) \le \mu K_j(S_l, S_k). \end{cases} \qquad (3)$$

■ ***Таблица 1***

Критерий	Система			
	*Mx*8000*Dual* (S_1)	*HiSpeed NX/i* (S_2)	*Somatom Plus* 4 (S_3)	*Asteion Multi* (S_4)
Возможность реконструкции системы в ходе измерения $K_1(S_\alpha)$, балл	1	3	4	5
Максимальный диаметр объекта контроля $K_2(S_\alpha)$, см^2	18,7	37,4	15,6	31,2
Максимальная длина поля сканирования $K_3(S_\alpha)$, см	171,7	367,2	149,49	304,44
Скорость движения опоры под объектом $K_4(S_\alpha)$, мм/с	800	1200	1150	1100

Отношение недоминирования системы S_k системой S_l определим функцией принадлежности $\mu_{ND}K_j(S_k, S_l)$ как дополнение к $\mu_D K_j(S_k, S_l)$ в виде [12, 15]

$$\mu_{ND}K_j\left(S_k, S_l\right) = 1 - \mu_D K_j\left(S_k, S_l\right). \qquad (4)$$

Степень «недоминируемости» системы S_k ни одним другим вариантом по j-му частному критерию характеризуется функцией принадлежности нечеткому множеству недоминируемых вариантов $\mu_D^* K_j(S_k)$ и показывает степень полезности варианта системы по рассматриваемому критерию:

$$\mu_D^* K_j\left(S_k\right) = \min_{j=1,r} \mu_{ND}K_j\left(S_k, S_l\right). \qquad (5)$$

Проиллюстрируем порядок использования формульных зависимостей (2)–(5).

Пример. Выбор оптимального варианта измерительной системы типа GANTRY.

Выбор будем осуществлять из четырех вариантов систем. Варианты систем и значения критериев оптимальности предсавлены в табл. 1.

Характеристика критериев:

— $K_1(S_\alpha)$ — критерий неформализованный, лингвистический (1 — «очень плохо», 3 — «удовлетворительно», 4 — «хорошо», 5 — «отлично»), интервал оценок $m_1 = [0; 5]$;

— $K_2(S_\alpha)$ — критерий формализованный, количественный интервал оценок $m_2 = [0; 37{,}4]$;

— $K_3(S_\alpha)$ — критерий формализованный, количественный интервал оценок $m_3 = [0; 367{,}2]$;

— $K_4(S_\alpha)$ — критерий формализованный, количественный интервал оценок $m_4 = [0; 1200]$.

Как видно из табл. 1, измеряемые критериальные величины неоднородны. Кроме того, хотя критерии $K_2(S_\alpha)$, $K_3(S_\alpha)$, $K_4(S_\alpha)$ и являются формализованными и выражаются количественно, однако они представлены в различных единицах измерения.

Проведем нормализацию критериальных оценок на основе аппарата теории нечетких множеств (т. е. искусственно «размоем» критерии).

Решение задачи.

1. С использованием (2) определяем значения функции принадлежности НОП $\mu K_1(S_k, S_l)$ для всех k и l:

$$\mu K_1(S_1, S_2) = \frac{1-3}{5} = 0; \mu K_1(S_1, S_3) = \frac{1-4}{5} = 0;$$

$$\mu K_1(S_1, S_4) = \frac{1-5}{5} = 0; \mu K_1(S_2, S_1) = \frac{3-1}{5} = 0{,}4;$$

$$\mu K_1(S_2, S_3) = \frac{3-4}{5} = 0; \mu K_1(S_2, S_4) = \frac{3-5}{5} = 0;$$

$$\mu K_1(S_3, S_1) = \frac{4-1}{5} = 0{,}6; \mu K_1(S_3, S_2) = \frac{4-3}{5} = 0{,}2;$$

$$\mu K_1(S_3, S_4) = \frac{4-5}{5} = 0; \mu K_1(S_4, S_1) = \frac{5-1}{5} = 0{,}8;$$

$$\mu K_1(S_4, S_2) = \frac{5-3}{5} = 0{,}4; \mu K_1(S_4, S_3) = \frac{5-4}{5} = 0{,}2.$$

Аналогично вышепредставленным вычислениям определяем значения $\mu K_2(S_k, S_l)$, $\mu K_3(S_k, S_l)$, $\mu K_4(S_k, S_l)$ и полученные данные сведем в табл. 2.

2. С использованием (4) находим значения $\mu_{ND}K_1(S_k, S_l)$, $\mu_{ND}K_2(S_k, S_l)$, $\mu_{ND}K_3(S_k, S_l)$ и $\mu_{ND}K_4(S_k, S_l)$. Полученные данные представим в табл. 3.

3. С помощью (5) вычисляем интенсивность доминирования каждого варианта системы $\mu_D{}^* K_j(S_k)$ по критериям K_1, K_2, K_3, K_4. Выбор значений осуществляем из l-х столбцов оценочных матриц (табл. 3, выделенные значения). Данные сведены в табл. 4.

В результате преобразований (2)–(5) значение критерия $K_j(S_k)$ для системы S_k принадлежит нечеткому множеству. Функция принадлежности $\mu_D^* K_j(S_k)$ показывает степень полезности варианта S_k по рассматриваемому критерию. Эту величину будем рассматривать уже как новый нормализо-

Таблица 2

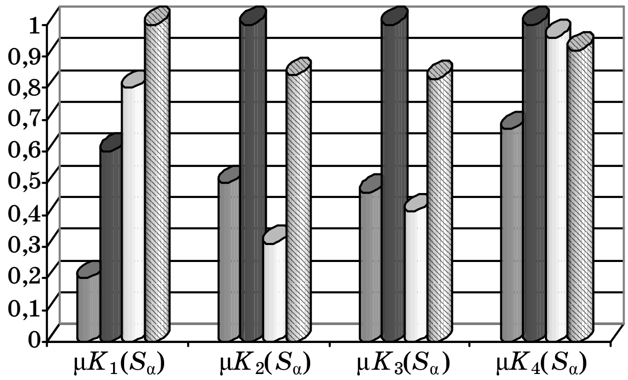
Система S_k	Система S_l			
	S_1	S_2	S_3	S_4
$\mu K_1(S_k, S_l)$				
S_1	0	0	0	0
S_2	0,4	0	0	0
S_3	0,6	0,2	0	0
S_4	0,8	0,4	0,2	0
$\mu K_2(S_k, S_l)$				
S_1	0	0	0,08	0
S_2	0,5	0	0,69	0,16
S_3	0	0	0	0
S_4	0,33	0	0,41	0
$\mu K_3(S_k, S_l)$				
S_1	0	0	0,06	0
S_2	0,53	0	0,59	0,17
S_3	0	0	0	0
S_4	0,36	0	0,42	0
$\mu K_4(S_k, S_l)$				
S_1	0	0	0	0
S_2	0,33	0	0,04	0,08
S_3	0,29	0	0	0,04
S_4	0,25	0	0	0

Таблица 3

Система S_k	Система S_l			
	S_1	S_2	S_3	S_4
$\mu_{ND} K_1(S_k, S_l)$				
S_1	1	1	1	1
S_2	0,6	1	1	1
S_3	0,4	0,8	1	1
S_4	0,2	0,6	0,8	1
$\mu_{ND} K_2(S_k, S_l)$				
S_1	1	1	0,92	1
S_2	0,5	1	0,31	0,84
S_3	1	1	1	1
S_4	0,67	1	0,59	1
$\mu_{ND} K_3(S_k, S_l)$				
S_1	1	1	0,94	1
S_2	0,47	1	0,41	0,83
S_3	1	1	1	1
S_4	0,64	1	0,58	1
$\mu_{ND} K_4(S_k, S_l)$				
S_1	1	1	1	1
S_2	0,67	1	0,96	0,92
S_3	0,71	1	1	0,96
S_4	0,75	1	1	1

Таблица 4

Система S_k	$\mu^*_D K_1(S_k)$	$\mu^*_D K_2(S_k)$	$\mu^*_D K_3(S_k)$	$\mu^*_D K_4(S_k)$
S_1	0,2	0,5	0,47	0,67
S_2	0,6	1	1	1
S_3	0,8	0,31	0,41	0,96
S_4	1	0,84	0,83	0,92



Нормализованные разнородные критериальные оценки: ▩ — S_1; ■ — S_2; □ — S_3; ▨ — S_4

ванный критерий. В итоге все критериальные оценки приведены к общему виду, удобному для сравнения при решении задачи оптимизации СТС.

Графически результаты нормализации разнородных критериальных оценок вариантов измерительных систем представлены на рисунке.

При использовании данного метода существенным является факт определения нижней границы, т. е. определение минимально допустимого значения $\mu^*_D K_j(S_k)$ путем решения опытно-экспериментальных задач.

Метод ранжирования структур, характеризующихся множеством неоднородных критериев

Рассмотренный метод нормализации неоднородных критериальных оценок позволяет решать задачу выбора лучшего варианта S^*_α по векторному нормализованному критерию оптимальности (1).

Ответственным этапом при решении подобного рода задач является формирование коэффициентов важности критериев, значения которых для рассматриваемого примера приведены в табл. 5.

Таблица 5

$\mu^*_D K_j(S_k)$	Коэффициент важности a_i
$\mu^*_D K_1(S_k)$	$a_1 = 0,15$
$\mu^*_D K_2(S_k)$	$a_2 = 0,5$
$\mu^*_D K_3(S_k)$	$a_3 = 0,3$
$\mu^*_D K_4(S_k)$	$a_4 = 0,05$

Проведенный анализ показал, что для решения задачи (1) наиболее эффективным представляется метод «жесткого» ранжирования [7, 16]. В ходе решения задачи будем анализировать множество упорядоченных пар $S_k \in S,\ S_l \in S\left(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k \neq l\right)$, а результат анализа заносить в специальную оценочную матрицу $\|C_{kl}\|$.

Сущность метода заключается в следующем.

1. На основе попарного сравнения вариантов $S_k,\ S_l\left(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k \neq l\right)$ определяем элементы C_{kl} оценочной матрицы $\|C_{kl}\|$. Значения элементов C_{kl} подбирают таким образом, чтобы отсечь неэффективные варианты. У эквивалентных вариантов S_k, S_l все соответствующие критерии равны. Полагаем $C_{kl} = 1$. К числу неэффективных отнесем варианты, у которых:

а) все значения критериев k-го варианта хуже, чем l-го варианта, тогда полагаем $C_{kl} = N_2 >> 1$;

б) значения $m(m < r)$ критериев k-го варианта хуже соответствующих значений критериев l-го варианта при равных соответствующих значениях остальных критериев этих систем. Тогда полагаем $C_{kl} = N_3$, $1 << N_3 < N_2$.

Если же для систем k, l имеем лучшие, худшие и, возможно, равные критерии, то значение C_{kl} определим по методу, изложенному в работе [17].

Запишем выражения для элементов оценочной матрицы. Обозначим $N_{kl}^{+}, N_{kl}^{-}, N_{kl}^{=}$ соответственно подмножества номеров лучших, худших и равных критериев для каждой пары вариантов $S_k, S_l\left(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k\neq l\right)$. Будем осуществлять попарное сравнение систем S_k, S_l на основе анализа критериев $K_j\left(S_k\right), K_j\left(S_l\right), j=\overline{1,r}$. Для возможных значений подмножеств номеров $N_{kl}^{+}, N_{kl}^{-}, N_{kl}^{=}$ критериев введем следующие значения элементов оценочной матрицы $\|C_{kl}\|$:

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\varnothing,\ N_{kl}^{-}=\varnothing,\ N_{kl}^{=}=\left\{\overline{1,r}\right\}, \tag{6}$$

$$\text{то } C_{kl}=1,\ C_{lk}=1; \tag{7}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\left\{\overline{1,r}\right\},\ N_{kl}^{-}=\varnothing,\ N_{kl}^{=}=\varnothing, \tag{8}$$

$$\text{то } C_{kl}=N_2,\ C_{lk}=0,\ N_2>>1; \tag{9}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\varnothing,\ N_{kl}^{-}=\left\{\overline{1,r}\right\},\ N_{kl}^{=}=\varnothing, \tag{10}$$

$$\text{то } C_{kl}=0,\ C_{lk}=N_2; \tag{11}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}\neq\varnothing,\ N_{kl}^{-}=\varnothing,\ N_{kl}^{=}\neq\varnothing, \tag{12}$$

$$\text{то } C_{kl}=N_3,\ C_{lk}=0,\ 1<< N_3<N_2; \tag{13}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\varnothing,\ N_{kl}^{-}\neq\varnothing,\ N_{kl}^{=}\neq\varnothing, \tag{14}$$

$$\text{то } C_{kl}=0,\ C_{lk}=N_3; \tag{15}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}\neq\varnothing,\ N_{kl}^{-}\neq\varnothing,\ \left|N_{kl}^{=}\right|\geq 0, \tag{16}$$

то C_{kl} определим в виде [17]

$$C_{kl}=\left(\sum_{j\in N_{kl}^{+}} a_j\right)\left(\sum_{j\in N_{kl}^{-}} a_j\right)^{-1},\ C_{lk}=C_{kl}^{-1}. \tag{17}$$

2. Для формулировки решающих правил введем числа: H_l — количество элементов в l-м столбце оценочной матрицы, значение которых больше единицы; M_l — количество элементов в l-м столбце той же матрицы, значение которых меньше единицы; $C_{kl\max}$ — максимальное значение элемента в l-м столбце матрицы $\|C_{kl}\|$.

Физический смысл чисел: H_l показывает, сколько вариантов из рассматриваемого множества превышают l-й; M_l — в скольких вариантах доминирует l-я система; $C_{kl\max}$ определяет, во сколько раз l-й вариант «превышается» k-м $\left(k\in\left\{\overline{1,n}\right\},\ k\neq l\right)$.

3. Для реализации «жесткого» ранжирования перейдем от одношагового процесса поиска приоритетного расположения альтернатив к многошаговому процессу [2]. На каждом шаге t ($t = 1, 2, \ldots, n - 1$) выбираем j-ю альтернативу, лучшую с точки зрения предлагаемого ниже решающего правила. Затем ее номер включаем в кортеж Парето P и в последующем рассмотрении j-я альтернатива больше не участвует (в матрице $\|C_{kl}\|$ вычеркиваем j-ю строку и j-й столбец). Это позволяет исключить влияние варианта S_j на выбор лучшей альтернативы, проводимой уже на шаге $(t + 1)$.

При формулировке решающих правил вновь используем, но теперь на каждом шаге t, числа $H_l^{(t)}, M_l^{(t)}, C_{kl\max}^{(t)}$, которые имеют оговоренный выше физический смысл.

Решающие правила «жесткого» ранжирования.

• Ранжирование необходимо проводить среди эффективных альтернатив по шагам. Число шагов $t\leq(n-1)$.

• На каждом шаге t ($t = 1, 2, \ldots, n - 1$):

— найти числа $H_l^{(t)}, M_l^{(t)}, C_{kl\max}^{(t)}$ и определить лучшую альтернативу S_j с минимальным значением $H_j^{(t)}$ и $C_{lj}\geq 1\,\forall l\in\left\{\overline{1,n}\right\},\ l\neq j$;

— номер j занести в множество P;

— исключить из оценочной матрицы j-ю строку и j-й столбец.

Если альтернативы с номерами $l_j \in L_{k(t)} = \{l_1, l_2, \ldots, l_j, \ldots, l_{k(t)}\}$ имеют одинаковые минимальные значения $H_{l_j}^{(t)}$, то лучшей является альтернатива S_{l_j} с максимальным значением $M_{l_j}^{(t)}=\max\limits_{l_j\in L_{k(t)}} M_{l_j}^{(t)}$.

• Если варианты с номерами $l_j \in L_{k(t)} = \{l_1, l_2, \ldots, l_j, \ldots, l_{k(t)}\}$ имеют соответственно одинаковые значения $H_{l_j}^{(t)}, M_{l_j}^{(t)}$, то лучшей является альтернатива S_{l_j} с минимальным значением $C_{kl_j\max}^{(t)}$.

• Если лучшие системы имеют соответственно равные значения $H_{l_j}^{(t)}, M_{l_j}^{(t)}, C_{kl_j\max}^{(t)}$, то такие системы считают эквивалентными.

В ходе построения решающих правил при выполнении условий (16) были использованы аналитические выражения (17) Б. Руа [17]. При несомненных достоинствах такой подход не лишен и определенных недостатков: не учитывается, на какую величину значения соответствующих критериев больше (меньше) друг друга; не определяется, насколько далека система от идеальной. Для устранения этих недостатков при определении решающих правил в работе [7] предлагается применять не только схему Руа [17], но и методы «идеальной» точки в пространстве критериев и равномерной оптимальности [3]. Например, при использовании метода равномерной оптимальности выражение для вычисления элементов C_{kl} оценочной матрицы при $N_{kl}^{+} \neq \varnothing,\ N_{kl}^{-} \neq \varnothing,\ \left|N_{kl}^{=}\right| \geq 0, \left(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k \neq l\right)$ имеет вид [7]

$$C_{kl}=\left(\sum_{j\in N_{kl}^{+}} a_j \Delta_j\right)\left(\sum_{j\in N_{kl}^{-}} a_j \Delta_j\right)^{-1},\ C_{lk}=C_{kl}^{-1}, \qquad (18)$$

где $\Delta_j=\left|K_j(S_l)-K_j(S_k)\right|$.

В настоящей статье, с учетом особенностей рассматриваемой задачи, формулу (17) преобразуем к виду

$$C_{kl}=\left(\sum_{j\in N_{kl}^{+}} a_i \mu_D^{*} K_j(S_k)\right)\left(\sum_{j\in N_{kl}^{-}} a_i \mu_D^{*} K_j(S_l)\right)^{-1},$$
$$C_{lk}=C_{kl}^{-1}. \qquad (19)$$

При этом физический смысл чисел H_l, M_l, $C_{kl\max}$, вводимых для формирования решающих правил и реализации метода «жесткого ранжирования», остается прежним.

Рассмотрим формирование числа C_{23} классическим методом «жесткого» ранжирования:

$$C_{23}=\frac{a_2+a_3+a_4}{a_1}=\frac{0{,}5+0{,}3+0{,}05}{0{,}15}=5{,}67,$$

и предлагаемой его модификацией:

$$C_{23}=\frac{a_2\mu_D^{*}K_2(S_2)+a_3\mu_D^{*}K_3(S_2)+a_4\mu_D^{*}K_3(S_2)}{a_1\mu_D^{*}K_1(S_3)}=$$
$$=\frac{0{,}5\cdot 1+0{,}3\cdot 1+0{,}05\cdot 1}{0{,}15\cdot 0{,}8}=7{,}08.$$

В результате использования метода «жесткого» ранжирования с учетом формулы (19) первая оценочная матрица для рассматриваемого примера будет иметь вид, представленный в табл. 6.

4. Анализ оценочной матрицы позволяет получить характерные числа $H_l^{(1)}$, $M_l^{(1)}$, $C_{kl\max}^{(1)}$, которые приведены в табл. 7.

5. Анализ табл. 7 показывает, что система S_1 является неэффективной (см. теорему 1 [7]). Исключаем S_1 из рассмотрения (в оценочной матрице вычеркиваем первую строку и первый столбец).

6. Ход дальнейших решений представлен в табл. 8 и 9.

Лучшей является система S_2. Включаем ее в кортеж Парето P. В табл. 8 удаляем первую строку и первый столбец. Получаем оценочную матрицу (табл. 10) и характерные числа (табл. 11).

7. Лучшей на шаге 3, в соответствии с принятыми правилами, является система S_4. В ре-

■ ***Таблица 6***

Система S_k	Система S_l			
	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1	–	0	2,56	0
S_2	N_2	–	7,08	5,67
S_3	0,39	0,105	–	0,06
S_4	N_2	0,176	17,06	–

■ ***Таблица 7***

Числа	Система S_l			
	S_1	S_2	S_3	S_4
$H_l^{(1)}$	2	0	3	1
$M_l^{(1)}$	1	2	0	1
$C_{kl\max}^{(1)}$	N_2	0,176	17,06	5,67

■ ***Таблица 8***

Система S_k	Система S_l		
	S_2	S_3	S_4
S_2	–	7,08	5,67
S_3	0,105	–	0,06
S_4	0,176	17,06	–

■ ***Таблица 9***

Числа	Система S_l		
	S_2	S_3	S_4
$H_l^{(2)}$	0	3	1
$M_l^{(2)}$	2	0	1
$C_{kl\max}^{(2)}$	0,176	17,06	5,67

■ *Таблица 10*

Система S_k	Система S_l	
	S_3	S_4
S_3	–	0,06
S_4	17,06	–

■ *Таблица 11*

Числа	Система S_l	
	S_3	S_4
$H_l^{(3)}$	1	0
$M_l^{(3)}$	0	1
$C_{kl\max}^{(3)}$	17,06	0,06

зультате получим следующий кортеж Парето $P=\langle S_2, S_4, S_3\rangle$, т. е. предпочтение следует отдать *второй* системе ($HiSpeed\ NX/i$).

Заключение

Таким образом, поставлена и решена важная в прикладном плане задача многокритериального ранжирования сложной технической системы при разнородных исходных данных, которая сведена к задаче построения упорядоченного множества эффективных вариантов СТС для случая, когда критерии оптимальности предварительно нормализованы.

Предложенный метод позволяет ранжировать системы, характеризующиеся множеством формализованных и неформализованных величин, дает возможность ввести в рассмотрение величины с лингвистическими оценками качеств систем. Ключевым моментом метода является то, что содержательный смысл критериев не изменяется, а вводится в рассмотрение расплывчатость шкал, в которых эти критерии фиксируются, т. е. критерии искусственно «размываются». На наш взгляд, метод может найти применение при решении прикладных задач принятия решений в экономике, социальной сфере, оценке вариантов сложных технических систем.

Литература

1. **Алексеев О. Г.** Комплексное применение методов дискретной оптимизации. М.: Наука, 1987. 248 с.
2. **Белкин А. Р., Левин М. Ш.** Принятие решений: комбинаторные модели аппроксимации информации. М.: Наука. 1990. 160 с.
3. **Дубов Ю. А., Травкин С. И., Якимец В. Н.** Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. 296 с.
4. **Емельянов С. В., Ларичев О. И.** Многокритериальные методы принятия решений. М.: Знание, 1985. 32 с.
5. **Перегудов Ф. И., Тарасенко Ф. П.** Введение в системный анализ: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1989. 367 с.
6. **Подиновский В. В., Ногин В. Д.** Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с.
7. **Сафронов В. В.** Основы системного анализа: методы многокритериального ранжирования: Монография / Поволж. кооп. ин-т Российского ун-та кооперации. Энгельс: Ред.-изд. центр ПКИ, 2007. 185 с.
8. **Алтунин А. Е., Семухин М. В.** Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета, 2000. 352 с.
9. **Жуковин В. Е.** Нечеткие многокритериальные модели принятия решений. Тбилиси: Мецниереба, 1988. 71 с.
10. **Заде Л. А.** Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
11. **Заде Л. А.** Размытые множества и их применение в распознавании образов и кластер-анализе // Классификация и кластер. М.: Мир, 1980. С. 208–247.
12. **Орловский С. А.** Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981, 203 с.
13. **Трахтенгерц Э. А.** Взаимодействие агентов в многоагентных системах // АиТ. 1998. № 8. С. 3–52.
14. **Ведерников Ю. В.** Современные методы системного анализа: Монография / СПбИЭУ. СПб., 2007. 154 с.
15. **Сафронов В. В., Ведерников Ю. В., Шахова О. А.** Векторная оптимизация сложных технических систем при неопределенности исходных данных // Информационные технологии. 2001. № 2. С. 49–63.
16. **Сафронов В. В.** Гипервекторное ранжирование сложных систем // Информационные технологии. 2003. № 5. С. 23–26.
17. **Руа Б.** Проблемы и методы решений в задачах с многими целевыми функциями // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976. С. 20–58.