

ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ



1(50)/2011

ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Учредитель
ОАО «Издательство «Политехника»»

Главный редактор
М. Б. Сергеев,
доктор технических наук, профессор

Зам. главного редактора
Г. Ф. Мощенко

Редакционный совет:
Председатель А. А. Оводенко,
доктор технических наук, профессор
В. Н. Васильев,
доктор технических наук, профессор
В. Н. Козлов,
доктор технических наук, профессор
Ю. Ф. Подоплекин,
доктор технических наук, профессор
Д. В. Пузанков,
доктор технических наук, профессор
В. В. Симаков,
доктор технических наук, профессор
А. Л. Фрадков,
доктор технических наук, профессор
Л. И. Чубраева,
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН
Р. М. Юсупов,
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН

Редакционная коллегия:
В. Г. Анисимов,
доктор технических наук, профессор
Е. А. Крук,
доктор технических наук, профессор
В. Ф. Мелехин,
доктор технических наук, профессор
А. В. Смирнов,
доктор технических наук, профессор
В. И. Хищенко,
доктор технических наук, профессор
А. А. Шалыто,
доктор технических наук, профессор
А. П. Шепета,
доктор технических наук, профессор
З. М. Юлдашев,
доктор технических наук, профессор

Редактор: А. Г. Ларионова
Корректор: Т. В. Звертановская
Дизайн: С. В. Барашкова, М. Л. Черненко
Компьютерная верстка: С. В. Барашкова
Ответственный секретарь: О. В. Муравцова

Адрес редакции: 190000, Санкт-Петербург,
Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ
Тел.: (812) 494-70-02
Факс: (812) 494-70-18
E-mail: 80x@mail.ru
Сайт: www.i-us.ru

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».

Журнал распространяется по подписке. Подписку можно оформить через редакцию, а также в любом отделении связи по каталогам: «Роспечать»: № 48060, № 15385; «Пресса России»: № 42476.

© Коллектив авторов, 2011

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ

- Хименко В. И.** *Временная когерентность и вероятностная структура интенсивности случайных оптических излучений* 2
- Мионов В. И., Мионов Ю. В., Юсупов Р. М.** *Вариационное оценивание параметров движения космических аппаратов по критерию наименьших квадратов* 9
- Балонин Н. А., Сергеев М. Б.** *М-матрицы* 14
- Бураков М. В., Коновалов А. С.** *Синтез нечетких логических регуляторов* 22

ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

- Фрадков А. Л., Андриевский Б. Р., Андриевский А. Б.** *Оценивание состояния пассивизируемых нелинейных систем при коммуникационных ограничениях* 28

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

- Степанов И. И., [Ефремов О. М.] Суворов Н. Б., Даниловский М. М., Майданов Н. П., Шклярчук С. П.** *Информативность математической модели процесса обучения* 34

ПРОГРАММНЫЕ И АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА

- Мараховский В. Б., Мелехин В. Ф.** *Проектирование глобально асинхронных систем с произвольной локальной синхронизацией* 41
- Янкин Ю. Ю., Шалыто А. А.** *Автоматное программирование плис в задачах управления электроприводом* 50
- Анитропов Р. В., Васильев В. Н., Зверев В. А., Лившиц И. Л., Сергеев М. Б., Унчун Чо.** *Упрощение оптической схемы приемного объектива в цифровых камерах за счет аппаратной и программной компенсации его аберраций* 57

КОДИРОВАНИЕ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

- Зяблов В. В., Рыбин П. С., Фролов А. А.** *Алгоритм декодирования с вводом стираний для МПП-кодов, построенных над полем GF(q)* 62

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

- Мироновский Л. А., Слаев В. А.** *Оценивание результатов измерений по малым выборкам* 69

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ОБРАЗОВАНИЕ

- Володина Д. Н., Сарафанов А. В., Суковатый А. Г.** *Методические и технологические аспекты разработки мультимедийных электронных образовательных ресурсов* 79

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АННОТАЦИИ

ЛР № 010292 от 18.08.98.
Сдано в набор 24.01.11. Подписано в печать 22.02.11. Формат 60x84/8.
Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 11,2. Уч.-изд. л. 14,3. Тираж 1000 экз. Заказ 58.
Оригинал-макет изготовлен в редакционно-издательском центре ГУАП.
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.
Отпечатано с готовых диапозитивов в редакционно-издательском центре ГУАП.
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

УДК 537.86:519.2

ВРЕМЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ И ВЕРОЯТНОСТНАЯ СТРУКТУРА ИНТЕНСИВНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

В. И. Хименко,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Основные характеристики временной когерентности оптического излучения рассмотрены с позиций спектрально-корреляционной теории случайных функций. Показаны новые результаты по исследованию «тонкой» вероятностной структуры интенсивности излучений.

Ключевые слова — когерентность, случайные поля, характеристики выбросов, фазовые траектории, фазовые портреты.

Введение

В оптике вопросы когерентности, по-видимому, можно отнести к классу наиболее распространенных и наиболее изученных (см., например, [1–5] и библиографию [2, 4]). В той или иной мере свойства когерентности рассматриваются (или используются) в подавляющем большинстве работ, относящихся к линейной оптике, спектроскопии, голографии, радио- и оптической интерферометрии. Однако, несмотря на это, постоянное усложнение решаемых задач, развитие статистической радиооптики и внедрение оптических методов обработки в системы дистанционного зондирования, системы связи, локации и навигации требуют повышения информативности оптических измерений, а следовательно, и дополнительных, более детальных исследований вероятностной структуры колебательных и волновых процессов.

Цель данной работы — выделить наиболее важные (с точки зрения обработки информации) характеристики временной когерентности оптических излучений и выполнить исследования взаимосвязи таких характеристик с «тонкой» вероятностной структурой интенсивности излучения. Подобная взаимосвязь позволяет получать дополнительную информацию о свойствах оптических полей при обнаружении, классификации и оценке параметров излучений.

Временная когерентность излучения

Традиционное рассмотрение вопросов когерентности в оптике [2–6], как правило, опирает-

ся на анализ интерференционных эффектов. Вместе с тем ясно, что свойства когерентности излучений и явления интерференции — это вполне самостоятельные вопросы и во многих задачах обработки информации их удобнее рассматривать раздельно.

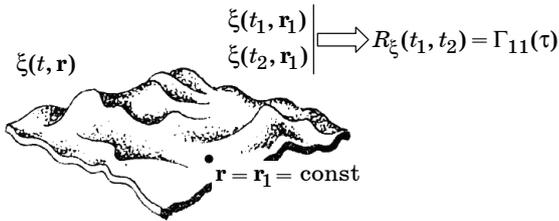
Предположим, что $\xi(t, \mathbf{r}) \equiv \xi(t, x, y, z)$ — случайное оптическое поле, являющееся функцией времени t и координат (x, y, z) пространства \mathbf{r} . Для простоты будем считать, что это поле является скалярным, обладает свойством стационарности и имеет математическое ожидание $m_\xi(t, \mathbf{r}) = M\{\xi(t, \mathbf{r})\} = 0$. Если рассматривать такое поле в некоторой фиксированной точке пространства $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$, то $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ при $\mathbf{r}_1 = \text{const}$ будет случайной функцией времени, т. е. случайным процессом. Для действительных стационарных случайных процессов $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ при описании взаимосвязи между значениями $\xi(t_1, \mathbf{r}_1)$ и $\xi(t_2, \mathbf{r}_1)$ в два различных момента времени t_1 и t_2 можно воспользоваться структурной функцией

$$B_{11}(\tau) = B_\xi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = M\left\{\left[\xi(t_1, \mathbf{r}_1) + \xi(t_2, \mathbf{r}_1)\right]^2\right\},$$

$$\tau = |t_2 - t_1|. \quad (1)$$

При стационарности процесса $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ выполняются равенства $M\{\xi^2(t_1, \mathbf{r}_1)\} = M\{\xi^2(t_2, \mathbf{r}_1)\} = M\{\xi^2(t, \mathbf{r}_1)\}$ и, следовательно, с учетом $M\{\xi(t, \mathbf{r}_1)\} = 0$ для функции (1) будет справедливо

$$B_{11}(\tau) = 2\sigma_\xi^2 \left[1 + \Gamma_{11}(\tau)/\Gamma_{11}(0)\right] = 2\sigma_\xi^2 \left[1 + \gamma_{11}(\tau)\right]. \quad (2)$$



■ **Рис. 1.** Определение временной когерентности или функции собственной когерентности излучения

Выражение

$$\Gamma_{11}(\tau) = M \{ \xi(t_1, \mathbf{r}_1) \xi(t_2, \mathbf{r}_1) \} = \sigma_\xi^2 \gamma_{11}(\tau) \quad (3)$$

соответствует здесь определению [1–5] функции временной когерентности излучения, $\gamma_{11}(\tau)$ — степени временной когерентности, а $\sigma_\xi^2 = \Gamma_{11}(0)$ характеризует дисперсию случайного процесса $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ или среднюю интенсивность оптического поля $\xi(t, \mathbf{r})$ в выбранной точке пространства $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$.

Из формулы (3) легко заметить, что функция $\Gamma_{11}(\tau)$ по своей сути является корреляционной функцией $R_\xi(t_1, t_2)$ процесса $\xi(t, \mathbf{r}_1)$, и именно поэтому свойства когерентности оптических излучений (когда это представляется более удобным) могут описываться в привычных для задач обработки информации терминах спектрально-корреляционной теории (рис. 1).

Временная когерентность интенсивности излучения

В оптическом диапазоне мгновенные значения поля $\xi(t, \mathbf{r})$, как правило, не поддаются непосредственным измерениям, и свойства $\xi(t, \mathbf{r})$ приходится оценивать по изменениям параметров интенсивности $I(t, \mathbf{r})$.

По аналогии с выражением (3) запишем для интенсивности оптического поля $\xi(t, \mathbf{r})$ в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ функцию временной когерентности

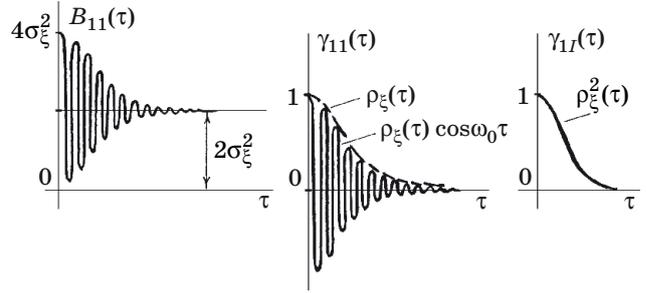
$$\begin{aligned} \Gamma_{II}(\tau) &= \Gamma_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \\ &= M \{ I(t_1, \mathbf{r}_1) I(t_2, \mathbf{r}_1) \} - M^2 \{ I(t, \mathbf{r}_1) \}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для определенности будем считать, что излучение является квазимонохроматическим и его временные флуктуации описываются простой и наиболее распространенной на практике моделью [7–9]

$$\xi(t, \mathbf{r}_1) = A(t, \mathbf{r}_1) \cos [\omega_0 t + \varphi(t, \mathbf{r}_1)], \quad (5)$$

в которой мгновенные значения $\xi(t, \mathbf{r})$ характеризуются гауссовым распределением, а огибающая $A(t, \mathbf{r})$ и фаза $\varphi(t, \mathbf{r})$ имеют соответственно распределение Рэлея и равномерное распределение:

$$p_\xi(\xi) = \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2} \right), \quad \xi \in (-\infty, \infty);$$



■ **Рис. 2.** Характерный вид структурной функции $B_{11}(\tau)$ оптического излучения $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ и степени временной когерентности $\gamma_{11}(\tau)$ и $\gamma_{II}(\tau)$ для значений случайного поля $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ и значений его интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$

$$p_A(A) = \frac{A}{\sigma_\xi^2} \exp \left(-\frac{A^2}{2\sigma_\xi^2} \right), \quad A \in (0, \infty);$$

$$p_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad \varphi \in [-\pi, \pi]. \quad (6)$$

Для такой модели функцию когерентности $\Gamma_{11}(\tau)$ удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}(\tau) &= \Gamma_{11}(0) \gamma_{11}(\tau) = \Gamma_{11}(0) \rho_\xi(\tau) \cos \omega_0 \tau, \\ \Gamma_{11}(0) &= \sigma_\xi^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где ω_0 — средняя частота излучения, а $\rho_\xi(\tau)$ — некоторая медленно изменяющаяся (по сравнению с $\cos \omega_0 \tau$) функция, зависящая от формы спектральной плотности излучения $\xi(t, \mathbf{r})$.

Результаты (3)–(7), в соответствии с определением $I(t, \mathbf{r}_1) = \frac{1}{2} A^2(t, \mathbf{r}_1)$, позволяют по общим правилам функциональных преобразований найти простую взаимосвязь функций когерентности (7) излучений $\xi(t, \mathbf{r})$ и функций когерентности (4) интенсивности $I(t, \mathbf{r})$ рассматриваемых оптических излучений:

$$\begin{aligned} \Gamma_{II}(\tau) &= \Gamma_{II}(0) \gamma_{II}(\tau) = \sigma_\xi^4 \rho_\xi^2(\tau), \\ \Gamma_{II}(\tau) &= \gamma_{II}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau). \end{aligned} \quad (8)$$

Степень временной когерентности $\gamma_{II}(\tau)$ интенсивности $I(t, \mathbf{r})$ определяется в данном случае (рис. 2) лишь формой функции $\rho_\xi(\tau)$. При переходе от анализа мгновенных значений $\xi(t, \mathbf{r})$ к анализу интенсивности излучения $I(t, \mathbf{r})$ и измерениям $\Gamma_{II}(\tau)$ теряется информация о фазе $\varphi(t, \mathbf{r})$ и средней частоте ω_0 процесса (5).

Вероятностный анализ интенсивности излучения

По существу, характеристики интенсивности — это основные характеристики, на которые реагируют все приемники оптического излуче-

ния. Оптимизация алгоритмов приема и оптимизация последетекторной обработки существенно зависят при этом от полноты априорных данных о вероятностной структуре интенсивности $I(t, \mathbf{r})$ исследуемого случайного поля $\xi(t, \mathbf{r})$.

Если оптическое излучение $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ в некоторой выбранной точке пространства $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ описывается моделью (5)–(7), то хорошо известно [7–9], что интенсивность $I(t, \mathbf{r}_1)$ будет характеризоваться здесь экспоненциальной плотностью вероятностей (рис. 3)

$$p_I(I) = \sigma_\xi^{-2} \exp(-I\sigma_\xi^{-2}),$$

$$I = I(t, \mathbf{r}_1) \in (0, \infty). \quad (9)$$

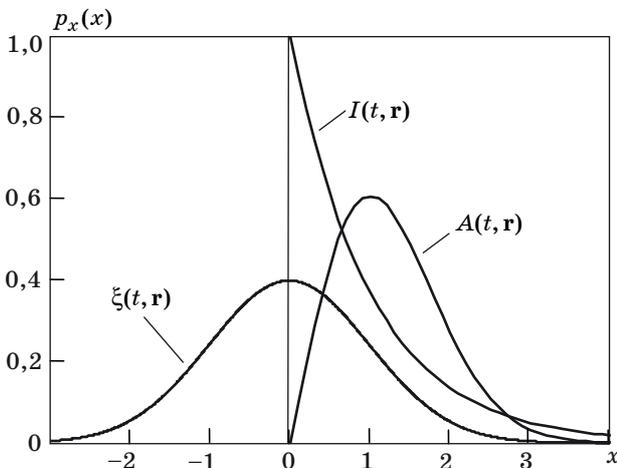
Математическое ожидание и дисперсия такого распределения выражаются через параметр σ_ξ^2 :

$$m_I = M\{I(t, \mathbf{r}_1)\} = \sigma_\xi^2,$$

$$\sigma_I^2 = M\{[I(t, \mathbf{r}_1) - m_I]^2\} = \sigma_\xi^4. \quad (10)$$

Таким образом, при $m_\xi(t, \mathbf{r}) = M\{\xi(t, \mathbf{r}_1)\} = 0$ все основные свойства распределений (6) и (9) зависят лишь от σ_ξ^2 и, следовательно, для описания одномерных характеристик процессов $\xi(t)$, $A(t)$, $\varphi(t)$ и $I(t)$ достаточно знать (или измерить) только среднее значение $m_I = \sigma_\xi^2$ интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ излучения $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ в рассматриваемой области $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$.

Выделенные результаты (6), (9) и (3), (8) имеют одну важную особенность — они дают полное описание вероятностных свойств модели (5) на уровне корреляционной теории или теории когерентности излучений. Однако при более тонких исследованиях структуры случайных оптических полей этих результатов оказывается недостаточно.



■ Рис. 3. Одномерные плотности вероятностей для мгновенных значений оптического поля $\xi(t, \mathbf{r}_1)$, его огибающей $A(t, \mathbf{r}_1)$ и интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ в точке пространства $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ при $m_\xi = m_\xi(t, \mathbf{r}_1) = 0$ и дисперсии $\sigma_\xi^2 = 1$

Воспользуемся общей теорией выбросов случайных процессов [10, 11] и выполним вероятностный анализ характеристик типа «пересечений уровней» для интенсивности $I(t, \mathbf{r})$. Целесообразность такого анализа подтверждается тем, что характеристики превышений достаточно просто измеряются аппаратно, они физически наглядны и обладают высокой информативностью.

Предположим (рис. 4), что на некотором интервале времени $[t_0, t_0 + T]$ длительностью $T < \infty$ наблюдается реализация процесса $I(t, \mathbf{r}_1)$ при $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 = \text{const}$. Если в области изменения функции $I(t, \mathbf{r})$ выбрать некоторый произвольный, но фиксированный уровень H , то в моменты времени t_k , $k = 1, 2, \dots$, траектория $I(t, \mathbf{r}_1)$ будет пересекать этот заданный уровень, т. е. интенсивность $I(t, \mathbf{r}_1)$ излучения $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ будет превышать пороговое значение H . Моменты возникновения таких выбросов t_k , число выбросов $n^+(H, T)$ на интервале $[t_0, t_0 + T]$ и длительности отдельных выбросов $\tau^+(H)$ будут при этом случайными.

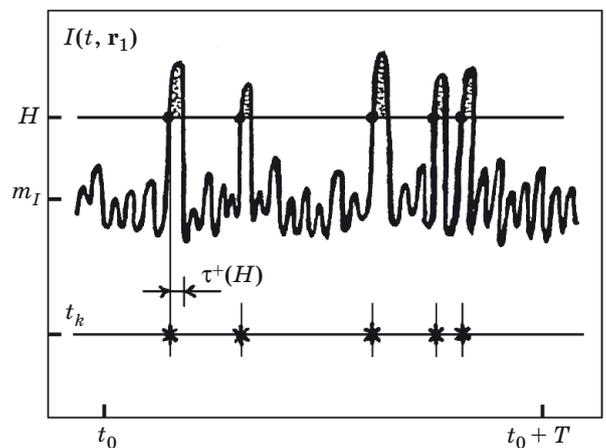
Среднее число положительных выбросов $N^+(H, T)$ будет здесь зависеть от порогового уровня H , длительности наблюдения T и вероятностных свойств интенсивности $I(t, \mathbf{r})$ рассматриваемого излучения $\xi(t, \mathbf{r})$. Общая формула для вычисления $N^+(H, T)$ в данном случае будет иметь вид

$$N^+(H, T) = M\{n^+(H, T)\} =$$

$$= \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_0^\infty I' p(H, I'; t) dI', \quad (11)$$

где $p(H, I'; t) = p(I(t, \mathbf{r}_1), I'(t, \mathbf{r}_1))|_{I=H}$ — совместная плотность вероятностей для значений интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ и значений ее производной $I'(t, \mathbf{r}_1) = \partial I(t, \mathbf{r}_1)/\partial t$ в один и тот же момент времени t .

Предполагая, что исследуемое излучение $\xi(t, \mathbf{r})$ характеризуется функцией когерентности $\Gamma_{11}(\tau)$



■ Рис. 4. Выходы траектории случайного процесса $I(t, \mathbf{r}_1)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ за заданный уровень H

вида (7), для плотности вероятностей $p(I, I'; t)$ при экспоненциальном распределении значений $I(t, \mathbf{r}_1)$ получим [10]

$$p(I, I'; t) = p_I(I) \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2 I(-\rho_{\xi_0}''')}} \exp\left\{-\frac{(I')^2}{8I\sigma_\xi^2(-\rho_{\xi_0}''')}}\right\},$$

где $(-\rho_{\xi_0}''') = d^2\rho_\xi(\tau)/d\tau^2|_{\tau=0}$. Подставив эту плотность вероятностей в общую формулу (11) и выполнив интегрирование при $I = I(t, \mathbf{r}_1) = H$, найдем

$$\begin{aligned} N^+(H, T) &= T\sigma_\xi \left(\frac{2H(-\rho_{\xi_0}''')}{\pi}\right)^{1/2} p_I(H) = \\ &= T \left(\frac{2H}{\pi\sigma_\xi^2}\right)^{1/2} (-\rho_{\xi_0}''')^{1/2} \exp\left(-\frac{H}{\sigma_\xi^2}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

Параметр $-\rho_{\xi_0}'''$ связан здесь со спектральными свойствами излучения $\xi(t, \mathbf{r})$, и для наглядности его можно представить в виде [10]

$$\begin{aligned} -\rho_{\xi_0}''' &= \left(\int_0^\infty S_{11}(\omega)d\omega\right)^{-1} \int_0^\infty (\omega - \omega_0)^2 \times \\ &\times S_{11}(\omega)d\omega = \kappa^2 \Delta\omega_\circ^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $S_{11}(\omega) = \int_{-\infty}^\infty \Gamma_{11}(\tau)\exp(-j\omega\tau)d\tau$ — спектральная плотность оптического излучения $\xi(t, \mathbf{r}_1)$; параметр $\kappa = (-\rho_{\xi_0}''')^{1/2} \Delta\omega_\circ^{-1}$ — коэффициент формы; $\Delta\omega_\circ$ — эффективная ширина спектральной плотности $S_{11}(\omega)$.

С учетом этого результирующая формула (12) для среднего числа выбросов интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ примет окончательный вид

$$\begin{aligned} N^+(H, T) &= T \left(\frac{2h}{\pi}\right)^{1/2} \kappa \Delta\omega_\circ e^{-h}, \\ h &= H/\sigma_I > 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Если теперь воспользоваться экспоненциальным распределением и в соответствии с выражением (9) найти вероятность

$$P\{I(t, \mathbf{r}_1) > H\} = \int_H^\infty p_I(I)dI = \exp(-H/\sigma_I), \quad (15)$$

то несложно определить и среднюю длительность положительных выбросов функции $I(t, \mathbf{r}_1)$ над заданным уровнем H :

$$\begin{aligned} \bar{\tau}^+(H) &= \frac{P\{I(t, \mathbf{r}_1) > H\}}{N^+(H, 1)} = \left(\frac{\pi}{2h}\right)^{1/2} \frac{1}{\kappa \Delta\omega_\circ}, \\ h &= \frac{H}{\sigma_I} > 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Полученные результаты (14)–(16) показывают простую функциональную связь характеристик выбросов интенсивности $I(t, \mathbf{r})$ с величиной порогового уровня H , коэффициентом формы κ и шириной $\Delta\omega_\circ$ спектральной плотности $S_{11}(\omega)$ исследуемого оптического излучения.

В целях конкретизации результатов на рис. 5, а показан характер изменения среднего числа выбросов $N^+(h, 1)$ реализации $I(t, \mathbf{r}_1)$, $t \in [0, T] = [0, 1]$ в зависимости от нормированного порогового уровня $h = H/\sigma_I$, где $\sigma_I = \sigma_\xi^2 = m_I$, для трех наиболее распространенных моделей нормированной функции когерентности (7):

$$\begin{aligned} \gamma_{11}(\tau) &= \rho_{\xi_i}(\tau) \cos \omega_0 \tau, \quad i = 1, 2, 3, \\ \rho_{\xi_1}(\tau) &= \frac{\sin(\Delta\omega_\circ \tau/2)}{\Delta\omega_\circ \tau/2}, \\ \rho_{\xi_2}(\tau) &= \exp(-\Delta\omega_\circ^2 \tau^2 / (4\pi)), \\ \rho_{\xi_3}(\tau) &= (1 + \alpha|\tau|) \exp(-\alpha|\tau|), \\ \alpha &= 2\Delta\omega_\circ / \pi. \end{aligned} \quad (17)$$

Эти модели соответствуют прямоугольной, гауссовой (или доплеровской) и лоренцевской (резонансной) формам спектральной плотности $S_{11}(\omega)$ оптического излучения $\xi(t, \mathbf{r})$. Согласно формуле (13) и определению

$$\Delta\omega_\circ = S_{11}^{-1}(\omega_0) \int_0^\infty S_{11}(\omega)d\omega, \quad (18)$$

для моделей (17) коэффициент формы κ_i спектральной плотности удовлетворяет условию $\kappa_1 < \kappa_2 < \kappa_3$ и соответственно

$$\kappa_1 = 1/\sqrt{12}, \quad \kappa_2 = 1/\sqrt{2\pi}, \quad \kappa_3 = 2/\pi.$$

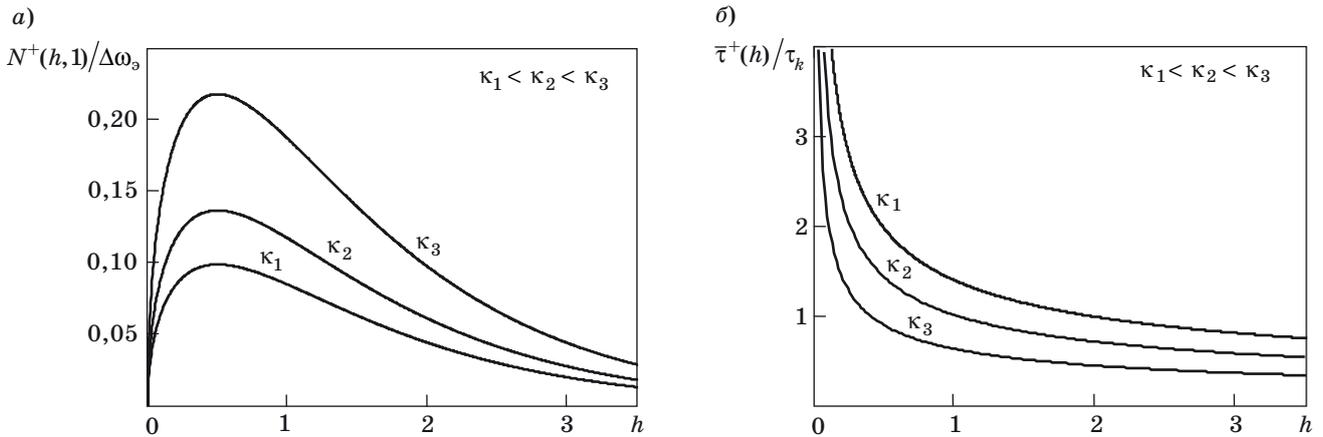
При рассмотрении средней длительности выбросов (16) значение $\bar{\tau}^+(H)$ для большей наглядности удобно сравнивать с длительностью интервала временной когерентности τ_k излучения. Если для τ_k использовать определение

$$\tau_k = \Gamma_{11}^{-1}(0) \int_0^\infty |\Gamma_{11}(\tau)|d\tau = \int_0^\infty |\gamma_{11}(\tau)|d\tau, \quad (19)$$

то, в соответствии с формулой (18), для параметров τ_k и $\Delta\omega_\circ$ будет выполняться соотношение $(2\pi)^{-1} \Delta\omega_\circ \tau_k = 1/2$. Выражение (16) для $\bar{\tau}^+(h)$ можно переписать при этом в виде

$$\bar{\tau}^+(h) = \left(\frac{1}{2\pi h}\right)^{1/2} \frac{1}{\kappa} \tau_k, \quad h > 0. \quad (20)$$

На рис. 5, б показан характер изменения относительной длительности выбросов $\bar{\tau}^+(h)/\tau_k$ интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ в зависимости от нормиро-



■ Рис. 5. Характер изменения среднего числа выбросов $N^+(h, 1)$ (а) и относительной длительности выбросов $\bar{\tau}^+(h)/\tau_k$ (б) интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ в зависимости от нормированного порогового уровня h при различной форме спектральной плотности $S_{11}(\omega)$ излучения

ванного порогового уровня $h = H/\sigma_I$ при трех различных функциях когерентности (17) или, что то же самое, трех различных формах спектральной плотности $S_{11}(\omega)$ оптического излучения $\xi(t, \mathbf{r}_1)$.

Результаты (14)–(16) и (20) достаточно полно отражают вероятностную структуру интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ в области $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$. Они просты по своему виду, физически понятны и позволяют не только описать качественный характер поведения функции $I(t, \mathbf{r}_1)$, но и выполнить количественную оценку вероятностных характеристик интенсивности оптического излучения. В частности, из формул (14), (16) и рис. 5 видно, что увеличение ширины спектра $\Delta\omega_0$ и затягивание «хвостов» (возрастание коэффициента формы κ) спектральной плотности $S_{11}(\omega)$ излучения $\xi(t, \mathbf{r})$ всегда приводит к росту флуктуаций интенсивности $I(t, \mathbf{r})$, возрастанию среднего числа выбросов $N^+(h, 1)$ и уменьшению их средней длительности $\bar{\tau}^+(h)$ (за счет появления в спектре более высокочастотных составляющих). В другом частном, идеализированном, случае при уменьшении ширины спектра $\Delta\omega_0 \rightarrow 0$ излучение $\xi(t, \mathbf{r}_1)$ приближается к монохроматическому, флуктуации его интенсивности уменьшаются $I(t, \mathbf{r}_1) \rightarrow I_0 = \text{const}$ и соответственно число выбросов интенсивности $N^+(h, 1) \rightarrow 0$.

Исследования фазовых траекторий интенсивности

При более детальном рассмотрении вероятностной структуры оптических полей $\xi(t, \mathbf{r})$, в дополнение к анализу отдельных реализаций интенсивности $I(t, \mathbf{r})$, $t \in [t_0, t_0 + T]$, можно рассмотреть фазовые траектории (или фазовые портреты) случайной функции $I(t, \mathbf{r})$. Поведение фазо-

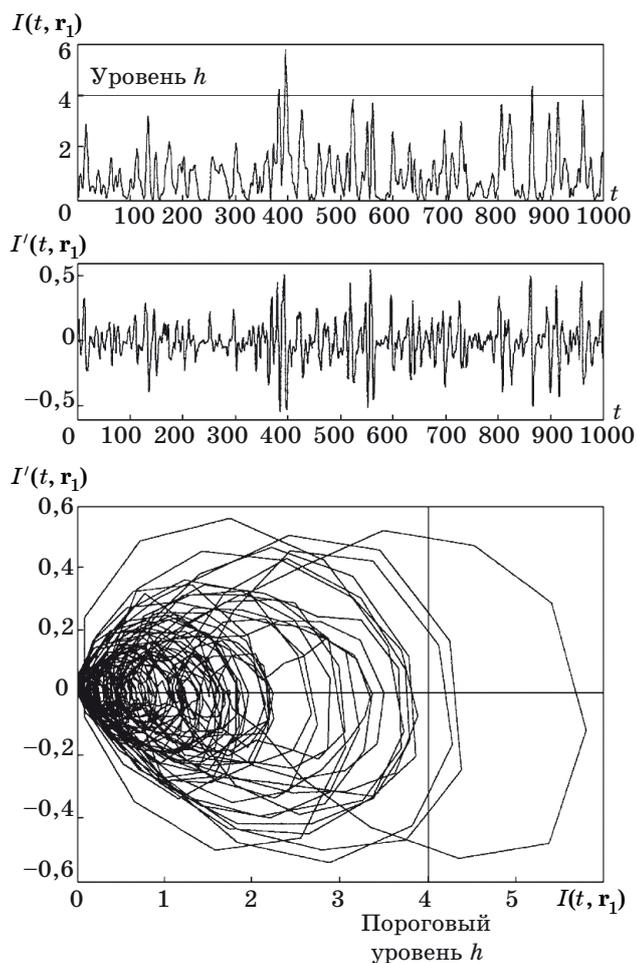
вых траекторий $L(I, I')$ отражает дополнительную информацию о совместных изменениях значений интенсивности $I(t, \mathbf{r})$ и значений ее производной $I'(t, \mathbf{r}) = dI(t, \mathbf{r})/dt$ на фазовой плоскости (I, I') .

На рис. 6 представлены результаты компьютерного моделирования одной из реализаций процесса $I(t, \mathbf{r}_1)$ с плотностью вероятностей (9) и нормированной функцией когерентности (17) излучения $\xi(t, \mathbf{r}_1)$, соответствующей модели лоренцевской (резонансной) формы спектральной плотности. Для этой реализации приведены также результаты вычисления производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ и показан характерный вид фазового портрета $L(I, I')$, построенного по компонентам $I(t, \mathbf{r}_1)$ и $I'(t, \mathbf{r}_1)$.

При анализе фазовых портретов $L(I, I')$ на плоскости $(I, I') = (I(t, \mathbf{r}_1), I'(t, \mathbf{r}_1))$ теряется зависимость выборочных функций $I(t, \mathbf{r}_1)$ и $I'(t, \mathbf{r}_1)$ от времени. Однако здесь наглядно отражается информация о совместном поведении реализаций $I(t, \mathbf{r}_1)$ и $I'(t, \mathbf{r}_1)$ в совпадающие моменты времени t . Характер фазовых траекторий на рис. 6 позволяет сделать несколько общих выводов.

- Значения интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$ излучения характеризуются существенно большей концентрацией в окрестностях малых значений $I(t, \mathbf{r}_1)$. Это хорошо согласуется с экспоненциальной формой (9) плотности вероятностей $p_I(I)$, представленной на рис. 3.

- Изменения значений производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ в положительную и отрицательную сторону носят приближенно одинаковый характер. Это показывает, что функция $I'(t, \mathbf{r}_1)$ имеет математическое ожидание $M\{I'(t, \mathbf{r}_1)\} = 0$ и, кроме того, подтверждает известное свойство [10] четности $p(I'|I) = p(-I'|I)$ условной плотности вероятностей $p(I'|I)$ производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ стационарного случайного процесса $I(t, \mathbf{r}_1)$.



■ Рис. 6. Выборочная функция $I(t, \mathbf{r}_1)$, поведение ее производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ и фазовый портрет $L(I, I')$ интенсивности оптического излучения

• Расположение фазовых траекторий относительно координатных осей на плоскости (I, I') показывает, что значения $I(t, \mathbf{r}_1)$ и $I'(t, \mathbf{r}_1)$ в совпадающие моменты времени t обладают свойством некоррелированности. Такое свойство характерно для стационарных процессов.

• Фазовые траектории по своей форме имеют в основном «расходящийся» характер. Относительные отклонения производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ от ее математического ожидания возрастают с ростом значений интенсивности $I(t, \mathbf{r}_1)$. Иначе говоря, поведение фазовых траекторий $L(I, I')$ показывает, что дисперсия производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ зависит от исследуемого процесса $I(t, \mathbf{r}_1)$ и возрастает при увеличении интенсивности излучения $I(t, \mathbf{r}_1)$. Такая особенность согласуется с общим выражением условной плотности вероятностей $p(I'|I)$ для процессов $I(t, \mathbf{r}_1)$ с экспоненциальным распределением (9).

• Представленные на рис. 6 реализации $I(t, \mathbf{r}_1)$, $I'(t, \mathbf{r}_1)$ и фазовые траектории $L(I, I')$ согласо-

уются между собой и во многом отражают одну и ту же информацию о вероятностных свойствах исследуемого процесса $I(t, \mathbf{r}_1)$. Однако информация эта представляется здесь в различной форме. В качестве иллюстрации на рис. 6 показан простой пример появления положительных выбросов траектории $I(t, \mathbf{r}_1)$ над некоторым пороговым уровнем h . Значение уровня для простоты и наглядности задано величиной $h \sim 4$. На фазовой плоскости (I, I') появление таких выбросов эквивалентно появлению пересечений фазовой траекторией $L(I, I')$ уровня $I = I(t, \mathbf{r}_1) = h$ в области положительных значений производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$, т. е. в моменты начала выброса фазовая траектория $L(I, I')$ пересекает слева направо заданный уровень h в области $I'(t, \mathbf{r}_1) \geq 0$. Моменты окончания выбросов эквивалентны возвращению фазовой траектории под уровень h в области $I'(t, \mathbf{r}_1) < 0$.

Для выбранного порогового уровня $h \sim 4$ на рис. 6 видно, что реализация $I(t, \mathbf{r}_1)$ имеет три положительных выброса над этим уровнем. Фазовые траектории $L(I, I')$, соответственно, имеют такое же количество выходов за уровень $I(t, \mathbf{r}_1) = h \sim 4$. В качестве дополнительной информации фазовые траектории наглядно отражают характер поведения производной $I'(t, \mathbf{r}_1)$ во время этих выбросов.

Заключение

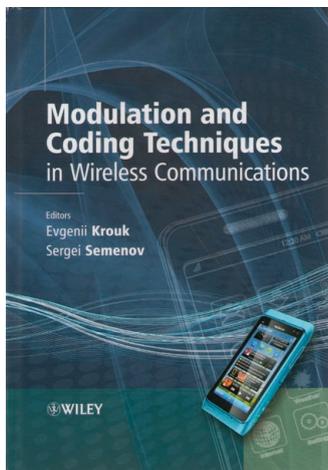
Теория когерентности играет в оптических измерениях такую же важную роль, как и корреляционная теория в исследованиях случайных функций. В данной работе, по существу, сделана еще одна попытка к сближению двух самостоятельных развивающихся направлений — статистической радиооптики со статистической радиофизикой и радиотехникой. Представлено более удобное (для задач обработки информации) изложение традиционных вопросов временной когерентности и показаны новые результаты по анализу вероятностной структуры интенсивности оптических излучений. Основное внимание было при этом уделено «измеряемым» характеристикам — параметрам оптических полей, которые реально могут быть измерены. Именно поэтому в работе подробно рассмотрены характеристики выбросов и фазовых траекторий интенсивности. Использование этих результатов позволяет получать дополнительную информацию о вероятностной структуре исследуемых случайных полей при анализе и классификации оптических излучений. Изложение основных результатов выполнено с учетом их потенциальной полезности для радиофизических и радиооптических приложений.

Литература

1. Когерентность // Физическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1990. С. 394–395.
2. Перина Я. Когерентность света. — М.: Мир, 1974. — 368 с.
3. Франсон М., Сланский С. Когерентность в оптике. — М.: Наука, 1967. — 80 с.
4. Мандель Л., Вольф Э. Оптическая когерентность и квантовая оптика. — М.: Физматлит, 2000. — 896 с.
5. Ларкин А. И., Юу Ф. Т. С. Когерентная фотоника. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007. — 319 с.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970. — 856 с.
7. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981. — 640 с.
8. Гудмен Дж. Статистическая оптика. — М.: Мир, 1988. — 528 с.
9. Хименко В. И., Тигин Д. В. Статистическая акустооптика и обработка сигналов. — СПб.: Изд-во СПбГУ, 1996. — 292 с.
10. Тихонов В. И., Хименко В. И. Выбросы траекторий случайных процессов. — М.: Наука, 1987. — 304 с.
11. Тихонов В. И., Хименко В. И. Проблема пересечений уровней случайными процессами. Радиофизические приложения // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 5. С. 501–523.

Krouk Evgenii, Semenov Sergei

Modulation and Coding Techniques in Wireless Communications. — UK.: John Wiley & Sons Ltd., 2011. — 680 p.: il. ISBN-978-0-4709-7677-7



Большое количество технических деталей, содержащихся в спецификациях стандартов, затрудняет определение взаимосвязи между стандартами и теоретическими результатами. Эта книга имеет целью охватить обе эти области, объясняя текущие и перспективные направления теории связи и показывая, как эти результаты используются в современных стандартах беспроводной связи.

Книга разделена на два основных раздела, описывающих методы модуляции, кодирования и множественного доступа. Вначале излагаются основы теории кодирования и модуляции, затем указывается, как эти концепции определяются и реализуются в современных системах беспроводной связи. Первый раздел посвящен основным процедурам и методам физического уровня сети, включая модуляцию, кодирование, выравнивание канала и множественный доступ. Во втором разделе рассматривается использование этих про-

цедур и методов в широком диапазоне стандартов беспроводной связи, включая WLAN, WiMax, WCDMA, HSPA, LTE и cdma2000.

Книгу можно приобрести на сайте издательства Wiley: <http://eu.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-0470745053.html>

УДК 629.191

ВАРИАЦИОННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПО КРИТЕРИЮ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

В. И. Миронов,

доктор техн. наук, профессор

Ю. В. Миронов,

доктор техн. наук, старший научный сотрудник

Р. М. Юсупов,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

Рассматривается применение вариационного подхода для решения задач навигационного оценивания параметров движения космических аппаратов по критерию наименьших квадратов на основе совместной обработки измерительных данных бортовой навигационной аппаратуры потребителя, работающей по сигналам спутниковой радионавигационной системы. Приводится численный пример.

Ключевые слова — статистическое оценивание, нелинейные динамические системы, критерий наименьших квадратов, навигация космических аппаратов.

Введение

В настоящее время при определении орбит космических аппаратов (КА) преимущественно используются методами, основанными на совместной обработке результатов наблюдений по полной выборке, среди которых часто используется известный метод наименьших квадратов (МНК). Этот метод также находит широкое применение при обработке количественных результатов естественно-научных опытов, технических данных, астрономических и геодезических наблюдений и измерений. Распространенность МНК во многом обусловлена тем, что при решении задач оценивания данным методом не требуется знания статистических характеристик ошибок измерений, которые во многих случаях неизвестны или известны с невысокой точностью.

Технология МНК для решения различных прикладных задач применительно к динамическим системам и навигации КА широко освещена в отечественной и зарубежной литературе [1–6 и др.]. Она предусматривает составление критерия оптимальности, формирование нормальной системы уравнений и получение оптимальной оценки. По смыслу они представляют собой необходимые условия оптимальности, характерные для прямых методов оптимизации.

Наряду с этим МНК может быть реализован на основе использования условий оптимальности оценок вариационного типа. Вопросы обоснования и разработки соответствующей вариационной технологии рассматривались в работах авторов [7, 8] применительно к оцениванию состояния нелинейных динамических систем.

В настоящее время завершается полномасштабное развертывание отечественной космической навигационной системы ГЛОНАСС, что создает широкие возможности по использованию навигационной аппаратуры потребителя (НАП) в бортовых комплексах управления КА. Известно, однако, что космические навигационные системы подвержены воздействию помех [9]. Поэтому в процессе функционирования НАП могут возникать ситуации, связанные с возможной потерей работоспособности по каналам определения координат или скорости движения объекта на определенных участках полета. Для обеспечения точности и надежности навигации в состав бортового алгоритмического обеспечения целесообразно включить соответствующие алгоритмы решения навигационной задачи при возникновении таких ситуаций.

Данная работа посвящена рассмотрению алгоритмических вопросов применения вариационного подхода для автономного определения параметров орбитального движения КА по текущим оценкам параметров движения, формируемым бортовой НАП, работающей по навигационным спутникам в штатных и нештатных условиях функционирования. Совместной статистической обработке подвергается полная выборка наблюдений на заданном временном интервале МНК. Приводятся результаты статистического моделирования процесса навигационного оценивания с использованием модели движения КА в нецентральной гравитационном поле Земли.

Постановка задачи и вариационные условия оптимальности оценок

Рассмотрим задачу оценивания параметров движения динамического объекта, которая заключается в наилучшем в некотором смысле определении n -мерного вектора его исходного состояния \mathbf{x}_0 на заданный начальный момент времени $t = t_0$ по результатам измерений, проводимых в N точках t_j , заданных на интервале измерений $\tau = T - t_0$.

Пусть динамика объекта описывается векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t \in [t_0, T].$$

Измерениям подвергается m -мерный вектор

$$\boldsymbol{\psi}(t) = \boldsymbol{\psi}[\mathbf{x}(t)].$$

Измеренное значение вектора $\boldsymbol{\psi}$ в момент t_i обозначим как $\mathbf{y}(t_i) = \mathbf{y}_i$ и представим модель измерений в виде

$$\mathbf{y}(t_i) = \boldsymbol{\psi}[\mathbf{x}(t_i)] + \boldsymbol{\delta}_i, \quad i = 1(1)N, \quad t_i \in [t_0, T].$$

Здесь $\boldsymbol{\delta}_i$ — m -мерный вектор случайных ошибок измерений.

Требуется найти такую оценку вектора \mathbf{x}_0 , которая обеспечивает минимальное значение функционала:

$$I = \sum_{i=1}^N \{\mathbf{y}(t_i) - \boldsymbol{\psi}[\mathbf{x}(t_i)]\}^T \mathbf{W}_i \{\mathbf{y}(t_i) - \boldsymbol{\psi}[\mathbf{x}(t_i)]\},$$

где \mathbf{W}_i — симметрические матрицы весовых коэффициентов.

Функции $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ и $\boldsymbol{\psi}[\mathbf{x}(t_i)]$ будем считать однозначными, ограниченными, непрерывными и дифференцируемыми по всем своим аргументам во всей области их определения.

Предполагается выполнение известных условий наблюдаемости.

Для решения поставленной задачи авторами были получены [7] условия оптимальности оценок вариационного типа, которые заключаются в следующем: оптимальная оценка вектора \mathbf{x}_0 и соответствующая ей оптимальная траектория доставляют решение краевой задаче для следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}, t); \quad \dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^T}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\lambda},$$

при граничных условиях

$$\boldsymbol{\lambda}(t_0) = \boldsymbol{\lambda}(T) = \mathbf{0};$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t_i^+) = \boldsymbol{\lambda}(t_i^-) + \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^T(t_i)}{\partial \mathbf{x}_i} \mathbf{W}_i \{\mathbf{y}_i - \boldsymbol{\psi}[\mathbf{x}(t_i)]\}, \quad i = 1(1)N.$$

Согласно этим условиям для получения оптимальной оценки вектора \mathbf{x}_0 необходимо решить краевое уравнение

$$\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}_0, T) = \mathbf{0},$$

заданное неявно на процедурах интегрирования сопряженных систем дифференциальных уравнений. Для этого можно применить известные численные методы поиска корней нелинейных уравнений, например метод Ньютона, его модификации и др.

Определение параметров орбиты КА по результатам измерений

Рассмотрим особенности применения вариационного метода наименьших квадратов на примере решения задачи статистического оценивания параметров движения КА по результатам текущих навигационных измерений, проводимых его бортовой аппаратурой, работающей по сигналам спутниковой навигационной системы. Движение КА будем рассматривать в нецентральной гравитационном поле Земли. Соответствующие уравнения движения в абсолютной геоцентрической системе координат имеют вид [10]

$$\dot{x} = v_x; \dot{y} = v_y; \dot{z} = v_z; \dot{v}_x = \left(-\frac{\mu}{r^3} + p \right) x;$$

$$\dot{v}_y = \left(-\frac{\mu}{r^3} + p \right) y; \dot{v}_z = \left(-\frac{\mu}{r^3} + p + \Delta p \right) z;$$

$$p = \frac{3}{2} \frac{\mu}{r^3} J_{20} \left(1 - 5 \frac{z^2}{r^2} \right) \left(\frac{R_e}{r} \right)^2; \quad \Delta p = 3 \frac{\mu}{r^3} J_{20} \left(\frac{R_e}{r} \right)^2;$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad J_{20} = -1082627 \cdot 10^{-9},$$

где x, y, z — проекции вектора положения \mathbf{r} КА; u_x, u_y, u_z — проекции вектора скорости \mathbf{v} КА; $R_e = 6378,136$ км — экваториальный радиус Зем-

ли; $\mu = 398\,600,44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — постоянная притяжения Земли.

Проводятся прямые полные дискретные измерения элементов векторов \mathbf{r} и \mathbf{v} , так что модель измерений принимает вид

$$y_{1i} = \mathbf{r}(t_i) + \delta \mathbf{r}_i; \quad y_{2i} = \mathbf{v}(t_i) + \delta \mathbf{v}_i, \quad i = 1(1)N,$$

где $\delta \mathbf{r}_i$, $\delta \mathbf{v}_i$ — ошибки оценок НАП, полученных в моменты времени t_i .

Составим далее соответствующую сопряженную систему дифференциальных уравнений. Анализ показывает, что при обработке навигационных данных на малых мерных интервалах в модели сопряженной системы можно ограничиться членами, соответствующими ньютоновской части гравитационного поля. В этом случае будем иметь следующую систему сопряженных дифференциальных уравнений:

$$\dot{\lambda}_r = \frac{\pi_0}{r^3} \left[\lambda_v - \frac{3}{r^2} (\mathbf{r} \mathbf{r}^T) \lambda_v \right]; \quad \dot{\lambda}_v = -\lambda_r,$$

$$\lambda = [\lambda_r, \lambda_v]^T = [\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \lambda_{v_x}, \lambda_{v_y}, \lambda_{v_z}]^T.$$

Теперь в соответствии с приведенными выше вариационными условиями оптимальности для оценивания вектора начального состояния КА $\mathbf{q} = [\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0]^T$ необходимо решить двухточечную краевую задачу для приведенных систем уравнений движения и сопряженных уравнений с учетом следующих граничных условий:

$$\lambda(t_0) = 0; \quad \lambda(T) = 0; \quad \lambda_r(t_i^+) = \lambda_r(t_i^-) + [y_1 - \mathbf{r}(t_i)];$$

$$\lambda_v(t_i^+) = \lambda_v(t_i^-) + [y_2 - \mathbf{v}(t_i)], \quad i = 1(1)N.$$

В ситуациях, когда достоверными являются измерения НАП только дальностей до навигационных спутников, на выходе НАП формируются оценки только позиционного вектора \mathbf{r} , так что модель измерений принимает вид

$$y_i = \mathbf{r}(t_i) + \delta \mathbf{r}_i,$$

где $\delta \mathbf{r}_i$ — ошибки измерений вектора координат.

В этом случае в соответствии с изложенным выше для оптимального оценивания вектора начального состояния КА $\mathbf{q}_0 = [\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0]^T$ необходимо решить двухточечную краевую задачу для

приведенных выше уравнений движения и сопряженных уравнений с учетом следующих измененных граничных условий:

$$\lambda_r(t_0) = 0; \quad \lambda_v(t_0) = 0; \quad \lambda(T) = 0;$$

$$\lambda_r(t_i^+) = \lambda_r(t_i^-) + [y_i - \mathbf{r}(t_i)], \quad i = 1(1)N.$$

В каждом из указанных случаев решение задачи сводится к поиску корней краевого уравнения

$$\lambda(\mathbf{q}, T) = 0,$$

где через \mathbf{q} обозначено неизвестное начальное значение вектора состояния КА \mathbf{q}_0 .

Применение метода Ньютона дает следующий итерационный алгоритм:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - \left[\frac{\partial \lambda(\mathbf{q}, T)}{\partial \mathbf{q}} \right]_k^{-1} \lambda(\mathbf{q}_k, T), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Приведем некоторые результаты вычислений.

Расчеты проводились для спутника, находящегося на орбите с большой полуосью $a = 7071$ км и эксцентриситетом $e = 0,02$. С помощью датчика случайных величин по нормальному закону распределения на мерном интервале $T = 100$ с моделировалась с шагом $\Delta t = 1$ с статистическая выборка прямых измерений вектора текущего состояния КА. При этом предельные ошибки измерений задавались значениями 100 м по элементам вектора координат и 1 м/с — по элементам вектора скорости. Для анализа сходимости итерационных процессов начальное приближение оцениваемого вектора отклонялось от его точного значения по координатам на 50 км, а по элементам вектора скорости — на 50 м/с.

Некоторые результаты расчетов приведены в табл. 1–4. В табл. 1 и 2 представлены результаты вычислений при оценивании НАП полного вектора текущего состояния КА: в табл. 1 — точные значения параметров начального фазового состояния КА в абсолютной геоцентрической системе координат, принятое начальное приближение элементов уточняемого вектора, полученные в результате вариационной обработки измерений оптимальные оценки, а также характеристики точности оценивания; в табл. 2 — значения ошибок оценивания по итерациям.

■ Таблица 1. Результаты оптимального оценивания (полные измерения)

Оцениваемый параметр	x_0 , км	y_0 , км	z_0 , км	v_{x_0} , км/с	v_{y_0} , км/с	v_{z_0} , км/с
Точное значение	598,727	-4912,859	4876,239	0,66481	5,34894	5,41448
Начальное приближение	648,727	-4862,859	4926,239	0,71481	5,39894	5,46448
Оптимальная оценка	598,730	-4912,857	4876,243	0,66477	5,34893	5,41451
Ошибка оценивания	0,003	0,002	0,004	-0,00005	-0,00001	0,00002

■ Таблица 2. Сходимость процесса оценивания (полные измерения)

Номер итерации	Ошибка оценивания					
	$\delta x_0, \text{ м}$	$\delta y_0, \text{ м}$	$\delta z_0, \text{ м}$	$\delta v_{x_0}, \text{ м/с}$	$\delta v_{y_0}, \text{ м/с}$	$\delta v_{z_0}, \text{ м/с}$
0	50 000	50 000	50 000	50	50	50
1	3,4	3,1	4,2	-0,3	0,7	1,1
2	3,0	-2,0	4,0	-0,05	-0,01	0,02
3	3,0	-2,0	4,0	-0,05	-0,01	0,02

■ Таблица 3. Результаты оптимального оценивания (позиционные измерения)

Оцениваемый параметр	$x_0, \text{ км}$	$y_0, \text{ км}$	$z_0, \text{ км}$	$v_{x_0}, \text{ км/с}$	$v_{y_0}, \text{ км/с}$	$v_{z_0}, \text{ км/с}$
Точное значение	598,727	-4912,859	4876,239	0,66481	5,34894	5,41448
Начальное приближение	648,727	-4862,859	4926,239	0,71481	5,39894	5,46448
Оптимальная оценка	598,730	-4912,866	4876,250	0,66478	5,34911	5,41437
Ошибка оценивания	0,003	-0,007	0,011	-0,00004	0,00017	0,00011

■ Таблица 4. Сходимость процесса оценивания (позиционные измерения)

Номер итерации	Ошибка оценивания					
	$\delta x_0, \text{ м}$	$\delta y_0, \text{ м}$	$\delta z_0, \text{ м}$	$\delta v_{x_0}, \text{ м/с}$	$\delta v_{y_0}, \text{ м/с}$	$\delta v_{z_0}, \text{ м/с}$
0	50 000	50 000	50 000	50	50	50
1	2,4	-6,3	10,1	-0,2	0,11	1,1
2	1,1	-7,0	11,0	-0,04	-0,17	0,11
3	1,1	-7,0	11,0	-0,04	-0,17	0,11

В табл. 3 и 4 даны аналогичные результаты статистической обработки только позиционных измерений НАП.

Приведенные данные свидетельствуют о достаточно высокой точности и скорости сходимости вычислительных процессов вариационного оценивания. При обработке позиционных измерений, как и следовало ожидать, точность получаемых оценок оказывается ниже точности оценок, соответствующих обработке полного вектора измерений НАП, однако она остается на приемлемом уровне.

Заключение

Предлагаемые методические средства могут быть использованы при разработке и модерниза-

ции алгоритмов навигационного оценивания КА по данным спутниковой навигации, а также оптимального оценивания нелинейных динамических объектов различных типов в составе автоматизированных комплексов обработки наблюдений и мониторинга динамического состояния процессов. Алгоритмы вариационного типа могут применяться самостоятельно или параллельно с традиционными алгоритмами прямого оптимального оценивания для контроля правильности вычислений и обеспечения надежности расчетов. Они могут также найти применение при решении задач тестирования приближенных алгоритмов оценивания и обоснования эффективного состава и программы измерений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-08-00259).

Литература

1. Аким Э. Л., Энеев Т. М. Определение параметров движения космических аппаратов по данным траекторных измерений // Космические исследования. 1963. Т. 1. № 1. С. 5–50.
2. Брандин Н. К., Разоренов Г. Н. Определение траекторий КА. — М.: Машиностроение, 1978. — 216 с.
3. Космические траекторные измерения / Под ред. П. А. Агаджанова, В. Е. Дулевича, А. А. Коростелева. — М.: Сов. радио, 1969. — 504 с.
4. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. — М.: Физматгиз, 1958. — 350 с.

5. **Статистические** методы обработки результатов наблюдений / Под ред. Р. М. Юсупова; МО СССР, 1984. — 563 с.
6. **Эльясберг П. Е.** Определение движения по результатам измерений. — М.: Наука, 1976. — 416 с.
7. **Миронов В. И., Миронов Ю. В., Юсупов Р. М.** Метод наименьших квадратов в задачах вариационного оценивания состояния нелинейных динамических систем // Информационно-управляющие системы. 2009. № 6. С. 2–6.
8. **Миронов В. И., Миронов Ю. В., Юсупов Р. М.** Вариационное оценивание состояния нелинейной динамической системы по критерию максимального правдоподобия // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 11. С. 2–6.
9. **Управление** и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М. Н. Крайильщикова и Г. Г. Себрякова. — М.: Физматлит, 2003. — 280 с.
10. **Мамон П. А., Половников В. И., Слезкинский С. К.** Баллистическое обеспечение космических полетов / ВИКИ им. А. Ф. Можайского. — Л., 1990. — 622 с.

IX МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ» — SICPRO'12



30 января – 2 февраля 2012 г.
Москва

Ведущий организатор

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН

Цель конференции

Конференция SICPRO'12 имеет своей целью собрать вместе ученых, работающих во всех областях современной теории управления, для обсуждения таких вопросов, как: развитие теории и методологии идентификации, моделирования и управления; математические задачи теории управления; параметрическая идентификация; непараметрическая идентификация; структурная идентификация и экспертный анализ; задачи выбора и анализ данных; системы управления с идентификатором; задачи идентификации в интеллектуальных системах; прикладные задачи идентификации; имитационное моделирование; методическое и программное обеспечение идентификации и моделирования; когнитивные аспекты идентификации; верификация и проблемы качества программного обеспечения сложных систем; глобальные сетевые ресурсы поддержки процессов идентификации, управления и моделирования.

Условия участия

Конференция SICPRO'12 проводится:
— без регистрационного взноса;
— без ограничений на объем доклада.

Направления работы конференции

Структурная идентификация.
Параметрическая идентификация.
Непараметрическая идентификация.
Интеллектуальные методы идентификации.
Обработка сигналов.
Стохастические системы.
Адаптивные и робастные системы.
Методы оптимизации.
Приложения методов идентификации.

Контрольные сроки

Представление полных текстов докладов — не позднее 1 июля 2011 г.
Информация о принятии докладов — не позднее 1 октября 2011 г.
Объявление Программы конференции — не позднее 1 декабря 2011 г.
Заседания конференции SICPRO'12 — 30 января — 2 февраля 2012 г.

Дополнительная информация и справки

По всем организационным вопросам обращаться к Кириллу Чернышеву, Елене Ярکو.
Эл. почта: pos@sicpro.org
Факс: + 7 (495) 334-89-90.
Телефон: + 7 (495) 334-89-90.
Официальный сайт конференции:
www.sicpro.org

УДК 681.3

М-МАТРИЦЫ¹

Н. А. Балонин,

доктор техн. наук, профессор

М. Б. Сергеев,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Уточняется универсальный численный алгоритм поиска минимаксных ортогональных матриц (**М**-матриц). Приведен обзор свойств **В**-матриц, дополняющих матрицы Адамара и Белевича (**С**-матрицы) на классе **М**-матриц. Рассмотрены методы расчета **С**-матриц четных порядков по **В**-матрицам нечетных порядков.

Ключевые слова — минимаксные ортогональные матрицы, матрицы Адамара, **С**-матрицы, минимаксное решение, бифуркационная диаграмма, кривая Мироновского.

Введение

В основополагающей работе [1] были введены минимаксные **М**-матрицы — ортогональные матрицы, максимум абсолютного значения элементов которых минимален на классе ортогональных матриц. Величина максимума называется *m*-нормой ортогональной матрицы. Частными случаями **М**-матриц являются (нормированные) матрицы Адамара* [2] и **С**-матрицы Белевича* [3].

Определение 1. Адамаровой матрицей **A** размерностью *n*, кратной 4, называется $n \times n$ матрица с элементами $\{-1, +1\}$, обладающая свойством $A^T A = nI$, где **I** — единичная матрица; скалярный множитель *n* обратно пропорционален квадрату *m*-нормы, т. е. $m = 1/\sqrt{n}$.

Определение 2. Конференц-матрицей **C** размерностью *n*, кратной 2, называется $n \times n$ матрица с $\text{diag}(C) = 0$ и элементами $\{-1, +1\}$, обладающая свойством $C^T C = (n-1)I$, величина нормы менее оптимистична: $m = 1/\sqrt{n-1}$.

Конференц-матрица (Conference matrix) предложена в 1950 г., ее название обязано своим происхождением особенностям прикладной задачи описания контуров телефонной системы.

Бинарные (адамаровы) и тринарные (**С**-матрицы) являются частными случаями **М**-матриц, содержащих в общем случае более двух и трех уров-

ней. Во избежание недоразумений все те **М**-матрицы, которые не адамаровы и не **С**-матрицы, договоримся называть **В**-матрицами. Таким образом, **М**-матрицы состоят из трех подсемейств — **A**-, **B**- и **C**-матриц.

Объединение нетривиальное, поскольку высказанная Адамаром гипотеза о существовании матриц типа **A** для всех размерностей *n*, кратным 4, не доказана. Доказано существование симметричных **С**-матриц размерностью *n*, где *n* – 1 представима суммой квадратов двух целых чисел; исключения составляют, например, размерности 22, 34 и т. п. Таким образом, к **В**-матрицам принадлежат все матрицы нечетных порядков и те матрицы четных порядков, которые не вписались в выстроенную ранее теорию.

Разрозненные литературные источники нередко предпочитают теорию практике в том смысле, что алгоритмическая сторона освещается в них скудно. В итоге даже в такой развитой системе, как MatLab, опорные матрицы 10-го и 20-го порядков не вычисляются, а заложены в функцию *hadamard(n)* образцами. Для повышения быстрой действия это неплохо, выбор видится вполне разумным, но все-таки это — усечение возможностей численного инструмента.

Сила объединения всех матриц в одно семейство состоит в том, что алгоритм нахождения **М**-матриц един для всех ее типов и опирается на общее минимаксное свойство. В статье уточняются детали такого алгоритма, приводится обзор свойств **В**-матриц, рассматриваются вопросы расчета **С**-матриц по **В**-матрицам с удвоением порядка.

¹ Настоящая работа впервые выполнена в рамках научной социальной сети mathscinet.ru, предлагающей исследователям средства проведения вычислений непосредственно на страницах электронных книг и журналов.

* См. 3-ю сторону обложки.



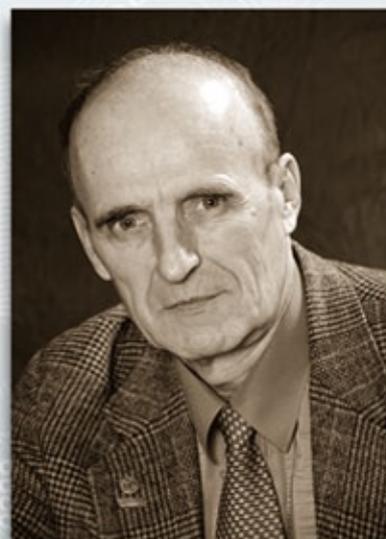
СИЛЬВЕСТР Джеймс Джозеф (1814–1897) — английский математик, известный своими работами в области теории матриц, теории чисел и комбинаторики, основатель Американского математического журнала



АДАМАР Жак (1865–1963) — знаменитый французский математик, известный исследованиями в области теории чисел, теории целых аналитических функций, теории дифференциальных уравнений, функционального анализа и др.



БЕЛЕВИЧ Витольд (1921–1999) — русский математик, известный исследованиями по теории матриц



МИРОНОВСКИЙ Леонид Алексеевич (р. 1939) — признанный специалист в области моделирования динамических систем и технической диагностики

Матрицы Адамара и С-матрицы Белевича

Вот уже столетие матрицы Адамара тревожат сознание исследователей. Начало им положили белые пятна так называемой сильвестровой последовательности матриц с ортогональными строками или столбцами. Среди разнообразных математических сведений, которые собрал и систематизировал Д. Д. Сильвестр*, им предложено правило построения матриц удвоенного порядка

$$S = \begin{pmatrix} Q & Q \\ Q & -Q \end{pmatrix},$$

которое при начальном $Q = 1$ дает матрицы с ортогональными столбцами размерностями 1, 2, 4, 8, 16, 32 и т. п. Заметим, что правило не привязано к конкретной ортогональной матрице и может породить иные последовательности с другими матрицами четных и нечетных порядков.

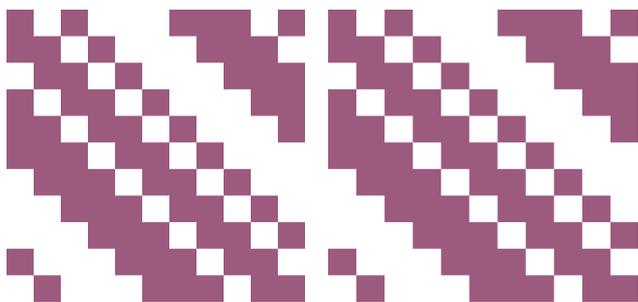
Адамар заинтересовался брешью на 4 между восемью и шестнадцатью и построил бинарную матрицу 12-го порядка (1893 г.), положив тем самым начало гонке за матрицами, отсутствующими в построениях Сильвестра. Матрица A_{12} порождает A_{24} . Построив также и A_{20} , Адамар предположил, что существуют все остальные такие матрицы размерности n , кратной 4 (рис. 1).

В соответствии с правилом Сильвестра обе матрицы стали основанием двух новых последовательностей, отличных от прежних.

Тринарные С-матрицы Белевича тоже образуют такие последовательности, более того, из нормализованной (неотрицательные первая строка и столбец) симметрической С-матрицы дополнением ее диагонали строится матрица Адамара удвоенного порядка.

Теорема. Пусть дана нормализованная симметричная С-матрица размерностью n , тогда матрица Адамара размерностью $2n$ имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} C+I & C-I \\ C-I & -C-I \end{pmatrix}.$$



■ Рис. 1. Адамаровы матрицы размерностей 12 (нижний правый блок — теплицев) и 20 (нижний правый блок — ганкелев), заложенные в систему MatLab

Доказательство тривиально и следует из вычисления $A^T A$. Отметим, что из кососимметрической С-матрицы матрица Адамара строится без удвоения порядка: $A = C + I$.

В отличие от преобразования Сильвестра, второе преобразование понижает дисперсность элементов и норму до оптимального значения, вследствие чего результат становится М-матрицей. Этот метод приводит к простому алгоритму вычисления новых адамаровых матриц, если известно правило построения С-матриц. К нему и переходим.

Алгоритм построения С-матриц Белевича

Теория нахождения целочисленного решения квадратичного матричного уравнения (условие ортогональности), идущая от британского математика Раймонда Пэли [4], оперирует квадратичными вычетами.

Определение 3. Квадратичный вычет по модулю q — целое число a , для которого разрешимо сравнение $x^2 = a \pmod{q}$. Если указанное сравнение не разрешимо, то число a называется квадратичным невычетом по модулю q .

Алгоритм 1. Пусть $C^T C = q I$, $q = n - 1 = 1 \pmod{4}$ — простое число; первый столбец и строка симметричной С-матрицы согласно условию нормализации состоят из элементов $+1$ ($\text{diag}(C) = 0$). Тогда нижний правый блок ее представляет собой теплицеву матрицу, чьи элементы зависят от разности индексов ($i - j$). Если разность принадлежит множеству квадратичных вычетов $QR(q)$, то значение элемента равно $+1$. Иначе оно равно -1 .

Так, например, для С-матрицы 6-го порядка $QR(5) = \{1, 4\}$. В самом деле, 1 совпадает со своим квадратом, $4 = (2^2 \pmod{5})$ представимо квадратом числа $2 = (2^2 \pmod{5})$. Отсюда элементы теплицевой структуры с разностью индексов 1 и 4 имеют значение $+1$. Получаем матрицу C_6 . Так же строятся матрицы C_{14} , C_{18} и т. п. Рассмотренный алгоритм приводит, следовательно, к финальному построению A_{12} из C_6 и, главное, к A_{28} из C_{14} — последнему пробелу между размерностями 24 и 32, не заполненному Адамаром.

В этом ряду отсутствует C_{10} , так как $q = 9$ не является простым [5], а, следовательно, и A_{20} , которую нашел Адамар и которую находит вычислительный алгоритм построения М-матриц, приведенный ниже.

Алгоритм построения М-матриц

Алгоритм построения М-матриц опирается на итерационное понижение t -нормы (максимального по абсолютной величине элемента) матрицы

прямым воздействием на этот параметр. Норма понижается, например, сглаживанием верхов, после чего матрица теряет ортогональность. Для эффективности процесса важно, чтобы последующая ортогонализация не восстанавливала матрицу в ее исходном виде.

Алгоритм 2. В качестве начального приближения используется кососимметрическая теплицева матрица оператора гильбертова преобразования с единичной диагональю, внедиагональные элементы вычисляются в функции разности индексов $H_{ij} = h / (i - j)$, где h — масштабный множитель. Перед использованием столбцы матрицы нормируются. Следующие этапы итерации описаны ниже.

1. Перестановка столбцов итерированной матрицы так, чтобы первым стал столбец с максимальным по абсолютной величине элементом, вторым — тот, который менее всего уступает по этому показателю первому столбцу, и т. п.

2. Ограничение норм элементов матрицы насыщением: абсолютные значения всех элементов понижаем до границы насыщения pt , $p < 1$, t — текущее значение максимального по абсолютной величине элемента матрицы.

3. Ортогонализация сжатой матрицы по методу Грамма—Шмидта. Перестановка столбцов создает эффективное зацепление за максимально измененный в желаемом смысле вектор, ортогонализация не меняет его направление, не восстанавливает, как это может быть в противном случае.

4. Уменьшение величины сжатия пересчетом порога $p = ap - a + 1$, $a < 1$ (обычно 0,995). Переход к этапу 2 или завершение алгоритма по признакам достижения минимально возможной t -нормы (стабилизация значения нормы, уровневость).

Выбор начального приближения определен следующим. Ортогональная единичная матрица при $h = 0$, $H = I$ не годится в качестве начального условия для процесса понижения нормы, поскольку ортогонализация восстановит ее. Эволюция к оптимуму связана с прохождением неоптимальных локальных стадий: навязывание желаемой итоговой структуры, допустим, симметричной, изначально снижает вариативность рысканий. Случайные матрицы создают ненужные проблемы при вторичном воспроизведении эксперимента.

Линейный оператор гильбертова преобразования представляет собой фазовращатель, дифференцирующий тригонометрические функции (сигналы). Он тесно связан с оператором Фурье, используемым также в теории комплексных матриц Адамара. Годятся и иные модификаторы единичной матрицы, веерное раскрытие столбцов H управляется всего одним параметром h .

В итоге получаем двухпараметрический (h, p) -алгоритм, который весьма эффективно находит оптимальные и субоптимальные матрицы настройкой всего двух стартовых параметров.

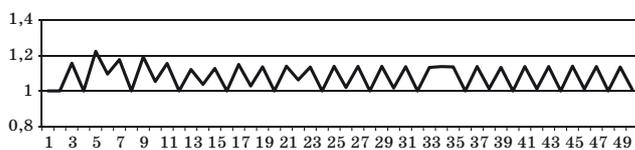
Правило Сильвестра и сходные с ним указывают на возможность двухкаскадной схемы вычислений, когда на первом этапе ищется матрица вдвое меньшего порядка.

Профиль кривой Мироновского

График t -нормы в зависимости от порядка матрицы будем называть кривой Мироновского*. Кривая аппроксимирует (нестрого) зависимость $1/\sqrt{n}$ и касается ее в точках $n = 2, 4, 8$ и т. п., отвечающих обычным матрицам Адамара. Особенность эта становится прозрачной, если мы умножим ее значения на корень из n (рис. 2).

Новая кривая, помимо первого фрагмента в виде буквы Л, вычерчивает характерные фрагменты, напоминающие буквы М. Нижние основания, равные 1, покоятся на порядках, соответствующих порядкам матриц Адамара. Средняя точка фрагмента М (помимо «странных» 22-й и 34-й точек) подчиняется зависимости $1/\sqrt{(n-1)}$ и стремится к 1. Это С-матрицы порядков 2, 6, 10, 14 и т. п., неоднородности отвечают исключениям из их числа. У приведенного построения есть замечательное свойство. Не только матрицы Адамара, но и любые вообще матрицы, подвергаемые сильвестровому преобразованию удвоения порядка, сохраняют относительную норму. То есть, если взять любую точку этой диаграммы, то она итерирует вправо применением к матрицам правила Сильвестра.

Первые три фрагмента М убывают. Однако далее убывание сменяется вдруг неочевидным ростом, который может быть обусловлен погрешностью вычислений. В отношении верхушек фрагментов М мнения разнятся. Как видно, они сохраняют свое значение: это либо артефакт, либо свидетельство того, что на 13-м порядке, о котором поговорим далее, происходит перерождение структуры М-матриц. Они становятся неуровневыми, поскольку равенство элементов снижает t -норму. Влияние диагонали у тринарных С-матриц с ростом размерности убывает. Чтобы так держать норму, должна повышаться дисперсность элементов.



■ Рис. 2. График кривой Мироновского, описывающей приведенные t -нормы матриц

Даже если это артефакт, b -полочка (ее отметил Н. А. Балонин в работе [1]), равная приблизительно 1,14, существует. Она информативна и описывает некий инвариант, общий как для численных методов, так и для правила Сильвестра. Иными словами, применением этого правила невозможно улучшить или ухудшить результат численного метода. Любая оптимальная или квазиоптимальная матрица с показателем ниже чем b порождает последовательность матриц с тем же свойством.

Поиск матриц приобретает направленность. Особенно ценны «подполочковые» матрицы, и ими являются M_{22} и M_{34} . Однако M_{34} очевидно мало исследовали, для нее фрагмент M выглядит как Π . В связи с фактом существования некоей константы b можно высказать предположение (гипотезу), что это нижняя граница для ряда дисперсных B -матриц нечетного порядка и достижение ее является признаком завершения итераций.

Нормы Шинтякова

Матрицы 1-, 2- и 4-го порядков являются одноуровневыми, матрица 3-го порядка — двухуровневая. C -матрицы — двухуровневые с $\text{diag} = 0$ и единичными вне ее (со знаками). Первая нетривиальная в этом смысле матрица — это матрица 5-го порядка: трехуровневая, содержит (после нормирования) элементы 6, 3, 2. Следующая — пятиуровневая матрица 7-го порядка. Для этих двух матриц Д. В. Шинтяковым в предположении, что структурирование по элементам произведено правильно, получены аналитические оценки норм $6/11$ и $(5 + 7\sqrt{7})/53$ [1].

Две первые B -матрицы, переход к C -матрицам

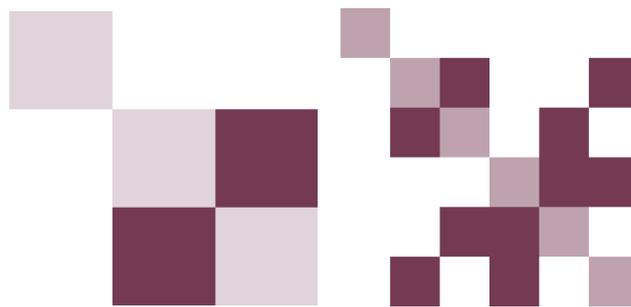
Приступим к более подробному рассмотрению связи B - и C -матриц. B -матрица 3-го порядка — двухуровневая:

$$B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

значения элементов здесь и далее приведены к целым числам (рис. 3).

Алгоритм 3. C -матрица Белевича порождается из M -матрицы нечетного порядка:

$$C = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} B_3 - I & B_3 + I \\ B_3 + I & -B_3 + I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$



■ Рис. 3. Матрицы исходная B_3 и синтезированная C_6

Заметим, что существует также матрица удвоенного порядка с приведенной нормой $m = 1,1558 > b$, порождаемая из B_3 правилом Сильвестра. В силу отмеченных топологических свойств она расположена на одном уровне с B_3 над C_6 — компенсационная добавка снижает дисперсность и, соответственно, m -норму.

B -матрица 5-го порядка имеет не одну, а две нижние полочки по пять элементов со значениями 2 и 3, максимальные элементы имеют значение 6. Каждая из них сортировкой строк и столбцов может быть выведена на диагональ, в этом смысле это матрица с двумя диагоналями. Компенсационная добавка должна корректировать обе из них, меньшую диагональ обращать в 0, другую подтягивать до максимума и симметризовать.

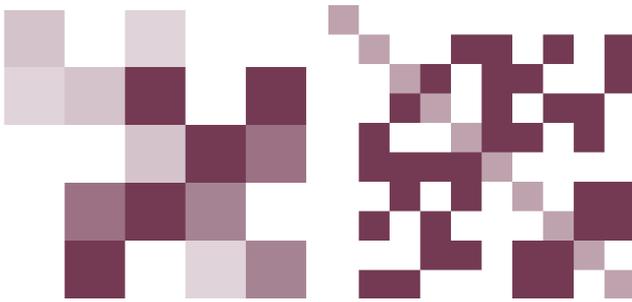
Алгоритм 4. Пусть матрица C_{10} поделена на блоки:

$$C_{10} = \begin{pmatrix} L & N \\ N^T & R \end{pmatrix},$$

верхний левый блок $L = (B_5 + D)/m$ таков: $\text{diag}(C) = 0$, внедиагональные элементы подтянуты к значениям ± 1 без изменения знаков, за исключением трех пар, нарушающих симметрию, — в них отрицательные элементы корректируются до $+1$.

Нижний правый блок R выбирается отличным от $-L$, но сходным с ним в том, что спектр (собственные значения) R знакоинвертирован по отношению к спектру L . Для того чтобы не связываться со спектральным анализом, выясняются косвенные признаки инверсии спектра: матрица R повторяет L за исключением двух пар элементов (из трех), нарушающих симметрию, в них положительные элементы корректируются до -1 . Инверсная к ним третья пара выбирается по признаку сбалансированности R по числу положительных и отрицательных элементов в строчках и столбцах.

Матрица N находится из условия ортогональности столбцов C -матрицы, которое допускает упрощение диагонализацией симметричных мат-



■ Рис. 4. Матрицы исходная V_5 и синтезированная C_{10}

риц L и R с инвертированными спектрами $LN + NR = 0$, $NN^T = (n - 1)I - L^2$, $n = 10$; при принятых условиях нормировки элементов L и R первая строка N состоит из $+1$, первый столбец, за исключением верхнего элемента, — из -1 (или $+1$ у инверсного варианта, так как за пределами первой строки и столбца элементы C -матрицы можно инвертировать). Оставшийся блок N из 16 элементов компьютер легко уточняет перебором, что позволяет найти также альтернативные решения. Условие ортогональности не жесткое, помимо целочисленных версий существуют прочие (субоптимальные) варианты.

Следует помнить, что C_{10} (рис. 4) является исключением, так как $q = n - 1 = 9$ (не простое число). Ее не находит рассмотренный в статье алгоритм 1, что повышает ценность иного подхода, его детали передают характерные особенности комбинаторной задачи. Помимо прочего это путь к матрице H_{20} , найденной Адамаром.

Хаотические V -матрицы

Легко заметить, что число дополнительных диагоналей V -матриц растет линейно по закону $d = (n - 1)/2$.

Численный анализ показывает, что эта оценка не соблюдается буквально и представляет собой идеализированный образец, помогающий понять общую закономерность. Такие регулярные решения есть, но они субоптимальные и принадлежат уровневым матрицам с очень близкими по значениям к нормам M -матриц показателями. Причем уровни эти не обязательно отличны между собой по величине, существует субоптимальная матрица 7-го порядка с утроенной по длине полочкой из $3 \times 7 = 21$ элемента.

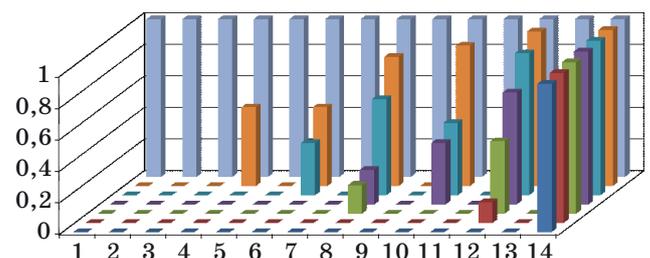
У оптимальной матрицы V_7 пара элементов эмитсирует наверх, строгая уровневая структура разрушается до четырех (вместо трех) неравных между собой по числу элементов уровней. Тот же самый эффект эмиссии, напротив, понижает число уровней V_9 до трех (вместо четырех). Регуляр-

ная матрица V_{11} находится легко, у нее пять потенциальных диагоналей, никаких неожиданностей, по-видимому, она в себе не несет. Тем более удивительно то, что происходит с V_{13} .

С ростом числа диагоналей до шести матрицы перестают быть диагональными. В одной строке насчитывается у них более одного близкого по абсолютному значению элемента с дефицитом их в других строках. Если это — оптимальное решение, то такую матрицу в принципе не диагонализировать. Похоже на то, что с ростом размерности эмиссия элементов окончательно разрушает уровневую структуру, так как субоптимальная матрица с протяженной полочкой в 9×13 элементов имеет высокую приведенную норму. Нижние слои больше не аттракторы, накапливающие элементы, бифуркационная диаграмма для них (зависимость уровней от размерности матрицы) приобретает черты диаграммы Фейгенбаума (рис. 5).

Бинарные ортогональные матрицы содержат осциллирующие между двумя значениями $+1$ и -1 процессы, известные также как функции Уолша—Радемахера. Вторая точка бифуркации связана с V_3 - и C -матрицами. С ростом размерности n число бифуркационных уровней нарастает (каждый из них бинарен). На тринадцатом порядке достигается критическая точка (см. рис. 5). Возникает стационарный безуровневый профиль (выходящий за пределы графика), воспроизводимый от эксперимента к эксперименту с некоторыми новыми начальными условиями.

Профиль не единственный. Можно предположить, опираясь на теорию нелинейных систем и процессов, что эквивалентные реализации V_{13} заполняют значениями элементов все пространство от 1 до некоторого минимума, но это слишком широкая экстраполяция для продуктов численного эксперимента. Тем не менее фрактальность свойств матриц основной последовательности очевидна. Известны работы, в которых алгоритм построения матриц Адамара раскрашивает треугольник Серпинского. На бифуркационной диаграмме Фейгенбаума существуют повторяющиеся островки регулярности, которые можно соотнести с бинарными матрицами, вне их решение хаотично.



■ Рис. 5. Бифуркационная диаграмма для V -матриц

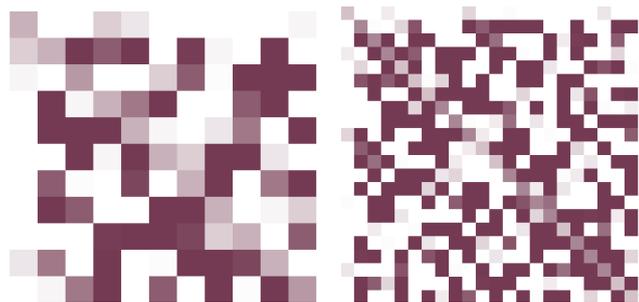
Энтропия (логарифм приведенной нормы) матрицы Адамара равна 0, эта структура регулярна. В информационном подходе, напротив, за условную 1 принимается приведенная норма b хаотической матрицы: $b = m\sqrt{n} = 1 + \delta$, $\delta = \sqrt{2}/10$. Ее информативность 0. Предположение, что в формуле присутствует десятая часть $\sqrt{2}$, фантастично, но позволяет запомнить это число. Гипотеза о b -полочке эквивалентна существованию информационного барьера или запрету на понижение энтропии.

Две шестиуровневые матрицы

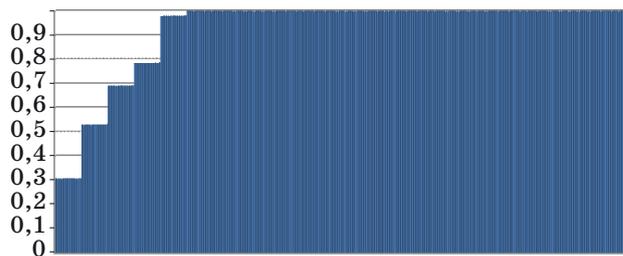
Напомним, что матрица 22-го порядка стала камнем преткновения теории. Доказано, что C_{22} не существует. Вероятность численного нахождения оптимальной матрицы крайне мала, так как $n > 13$. Численный алгоритм понизит норму до b , далее нужно искать точку на плоскости начальных условий двухпараметрического алгоритма. Никакой затягивающей области на этой плоскости (воронки m -нормы) не существует. Норма везде одинакова. Причем поведение алгоритма будет зависеть от вычислителя (эффект бабочки).

MatLab и другие вычислительные инструменты, опробованные на этой матрице, ведут себя предсказуемо, они упираются в пограничное b . Редкое решение выдал MatLab под DOS (рис. 6). При проверке стабильности сходимость (p , h)-алгоритма нарушается при изменении начального условия h на 0,00000000001 и менее (нижний предел отклонения не найден). Эта головоломка позволяет использовать ее для защиты информации. Матрица J_{22} (поименованная от нашего Juras-matrix) имеет 5 регулярных нижних уровней по 22 элемента (всего 6, с верхним: 1; 0,9802; 0,7845; 0,6924; 0,5299; 0,3076). Склон почти линеен (рис. 7). Приведенная m -норма матрицы равна 1,064 и расположена вдвое ниже критического значения b (по отношению к 1).

Д. В. Шинтяковым получены аналитические оценки расстояний между уровнями, весьма близкие результатам численного эксперимента. В силу



■ Рис. 6. Шестиуровневые матрицы V_{11} и J_{22}



■ Рис. 7. Регулярность слоев J_{22}

регулярности слоев это решение замещает пробел с C_{22} . Уместно вспомнить, что шестиуровневой является устойчиво находимая матрица вдвое меньшего порядка V_{11} , она имеет 5 регулярных нижних уровней из 11 элементов каждый.

О применении суперкомпьютеров в вычислительном эксперименте

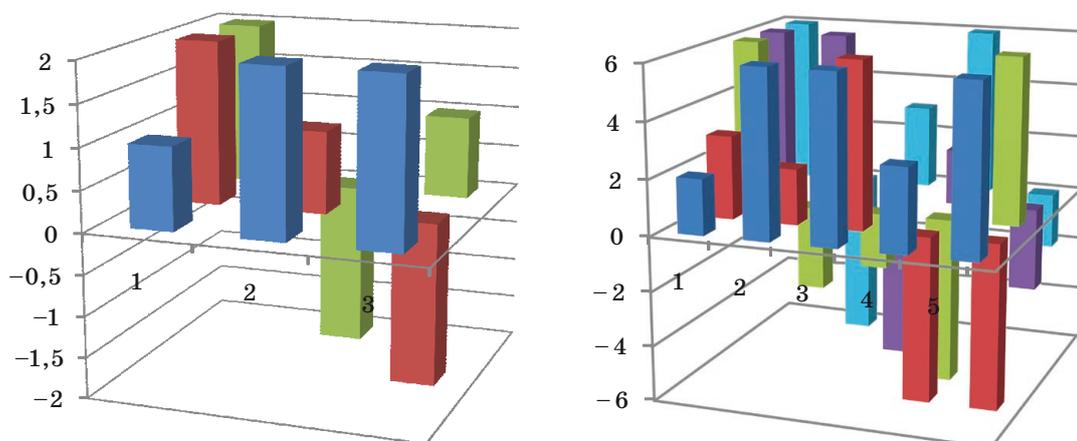
Странности вычисления матрицы критического порядка $n = 13$ привели к предположению, что это либо присущее ей свойство, либо недостатки вычислителя. Для проверки предположения в научной социальной сети *mathscinet.ru*, где ведутся эксперименты, была разработана программа комплекса, образованного из мощного серверного компьютера, производящего вычисления с заданной длиной разрядной сетки, и компьютера, фиксирующего результаты.

Результат опыта оказался неожиданным. При вычислении M -матрицы порядка 11 хватило 6 значащих цифр. Для прочих матриц — и того меньше. Это означает устойчивость алгоритма 2 по отношению к длине разрядной сетки вычислителя и возможность привлечь для расчета уровней матриц микропроцессоры с их скромными вычислительными ресурсами. Для хаотических же матриц длина разрядной сетки несущественна. С учетом того, что в алгоритмах есть этапы, связанные с комбинаторикой, сфера приложения супермашин не убывает: остаются ниши для применения тех и других компьютеров.

Практическое применение результатов

С матрицами Адамара связан наглядный геометрический феномен, согласно которому удочку, превышающую по длине ограничение, действующее в общественном транспорте на любое из трех измерений поклажи, можно беспрепятственно провезти в чемодане, разместив ее по диагонали.

Другая наглядная иллюстрация ставит вопрос о минимальной величине сарая, в котором уместится противотанковый еж. Некоторая неожиданность заключается в том, что сложенная



■ Рис. 8. Диаграммы элементов матриц B_3 и B_5

из удочек крестовина оптимально размещается в квадратном пакете, но вот сарай, объемлющий трехмерный еж, — не куб. Матрица Адамара 2-го порядка A_2 одноуровневая, тогда как ее обобщение в пространстве трех измерений B_3 имеет два уровня. Это заставляет задуматься о различии этих пространств. Для пространств большей, чем три, размерности, найдены оптимальные матрицы (рис. 8 и 9).

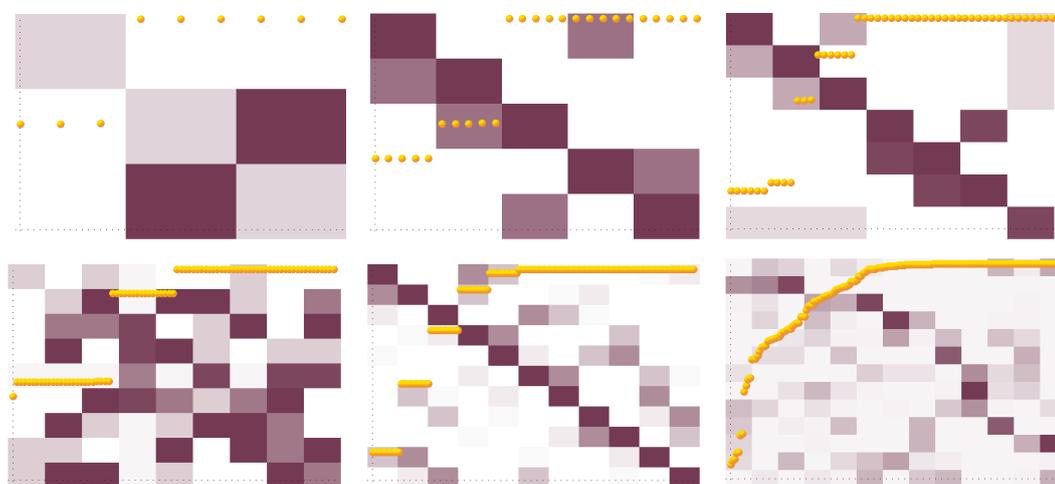
Ортогональные матрицы используются спектральной теорией для получения спектров сигналов в целях защиты информации от помех, в алгоритмах распознавания и прочих прикладных областях спектрального анализа. По своему характеру B -матрицы — это всплески, в которых видны отпечатки одной и той же размываемой с ростом размерности структуры (диагонали). Уровни матриц позволяют говорить о них, как о специфических спектрах, обусловленных квантованием. Эмиссионные и хаотические процессы, критический порядок перед хаосом могут найти

отражение в физических моделях. Четкие снимки Марса, Сатурна и прочих планет, переданные космическими аппаратами, обусловлены применением в технологии передачи сигналов матриц Адамара [6].

Заключение

В работе усовершенствован алгоритм, уникальность которого состоит в том, что он единообразно порождает все исторически трудным путем полученные матрицы Адамара и C -матрицы. Алгоритм прост и, кроме того, позволяет находить и другие матрицы. Указаны и комбинаторные алгоритмы, порождающие классические решения при опоре на M -матрицы. Построение M -матриц завершает пропуски на числовой оси, т. е. решает общую задачу, намеченную еще Адамаром.

Как обычно, исследование не только закрывает, но и открывает новые вопросы, связанные, на-



■ Рис. 9. Диаграммы с уровнями элементов B -матриц 3-, 5-, 7-, 9-, 11- и 13-го порядков

пример, с оптимальностью J_{22} , расчетом C -матриц по B -матрицам порядков больших, чем приведенные, и т. п. Это дает естественную почву для ра-

бот аспирантов, поскольку их труд, по определению, нуждается в terra incognita — мало изученных областях знаний.

Литература

1. Балонин Н. А., Мироновский Л. А. Матрицы Адамара нечетного порядка // Информационно-управляющие системы. 2006. № 3. С. 46–50.
2. Hadamard J. Resolution d'une question relative aux determinants // Bull. sci. math. 1893. Vol. 2. P. 240–248.
3. Belevitch V. Theory of $2n$ -terminal networks with applications to conference telephony // Electrical Communication. 1950. N 27. P. 231–244.
4. Paley R. E. A. C. On orthogonal matrices // J. Math. Phys. 1933. N 12. P. 311–320.
5. Stinson D. R. Combinatorial Designs Constructions and Analysis. — N. Y.: Springer-Verlag Inc., 2004. — 300 p.
6. Van Lint J. H., Wilson R. M. A course in combinatorics. Second ed. — Cambridge University Press, 2001. — 604 p.

Уважаемые подписчики!

Журнал «Информационно-управляющие системы» выходит каждые два месяца. Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 3600 рублей, для подписчиков стран СНГ — 4200 рублей, включая НДС 18 % и почтовые расходы.

На электронную версию нашего журнала (все выпуски, годовая подписка, один выпуск, одна статья) вы можете подписаться на сайте РУНЭБ (<http://www.elibrary.ru>).

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогам:

«Роспечать»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс;

«Пресса России» — № 42476,

а также посредством:

«Издательский дом «Экономическая газета»

Москва, тел.: (499) 152-88-50, 661-20-30, эл. почта: arpk@akdi.ru, izdatcat@eg-online.ru

«Северо-Западное Агентство «Прессинформ»

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335 97 51, 337 23 05, эл. почта: press@crp.spb.ru, zajavka@crp.spb.ru,

сайт: <http://www.pinform.spb.ru>

Подписное агентство «МК-Периодика» (РФ + 90 стран)

Москва, тел.: (495) 681 91 37, 681 87 47, эл. почта: export@periodicals.ru, сайт: <http://www.periodicals.ru>

«Информнаука» (РФ + ближнее и дальнее зарубежье)

Москва, тел.: (495) 787 38 73, эл. почта: Alfimov@viniti.ru, сайт: <http://www.informnauka.com>

«Артос-Гал»

Москва, тел.: (495) 603 27 28, 603 27 33, 603 27 34, сайт: <http://www.artos-gal.mpi.ru/index.html>

«ИНТЕР-ПОЧТА-2003»

Москва, тел.: (495) 500-00-60, 580-95-80, эл. почта: interpochta@interpochta.ru, сайт: <http://www.interpochta.ru>

Краснодар, тел.: (861) 210-90-00, 210-90-01, 210-90-55, 210-90-56, эл. почта: krasnodar@interpochta.ru

Новороссийск, тел.: (8617) 670-474

«Урал-Пресс» (филиалы в 40 городах РФ)

Сайт: <http://www.ural-press.ru>

«Идея» (Украина)

Сайт: <http://idea.com.ua>

«BTL» (Узбекистан)

и др.

Сайт: <http://btl.sk.uz/ru/cat17.html>

Возможно оформление редакционной подписки, как на текущий год, так и на все вышедшие в свет номера журнала, по заявке организации или частного лица:

по почте: 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ, Редакция журнала «Информационно-управляющие системы»

по телефону: (812) 494-70-02

по e-mail: 80x@mail.ru

УДК 681.5

СИНТЕЗ НЕЧЕТКИХ ЛОГИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ

М. В. Бураков,

канд. техн. наук, доцент

А. С. Коновалов,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Анализируется структура и принципы разработки нечетких ПИД-регуляторов, которые могут быть рассмотрены как естественное развитие последовательных ПИД-регуляторов. Предлагается простой четырехшаговый метод настройки нечеткого ПИД-регулятора. Разработанный контроллер обеспечивает типовые требования к переходному процессу, используя малое количество управляющих правил. Предлагаемая методология подтверждена примерами цифрового моделирования.

Ключевые слова — системы управления, нечеткий логический регулятор, ПИД-регуляторы.

Введение

Последовательные ПИД-регуляторы интенсивно используются в промышленности благодаря своей простоте, низкой стоимости и высокой эффективности при управлении линейными системами. Однако линейные ПИД-регуляторы обычно неэффективны для систем, у которых неизвестна точная математическая модель или присутствуют неопределенности. Нечеткие регуляторы ПИД-типа могут быть рассмотрены как естественное развитие последовательных ПИД-регуляторов.

Нечеткие логические регуляторы (НЛР) являются экспертными регуляторами, и алгоритмы их синтеза трудно формализовать для сложных объектов управления, обладающих свойством уникальности [1]. В то же время в последние годы наметилась тенденция к замене традиционных линейных регуляторов нечеткими регуляторами, и здесь могут быть рассмотрены регулярные алгоритмы синтеза НЛР, один из которых представлен ниже.

ПИД-регуляторы

Как показывает многолетний опыт конструирования промышленных систем управления, большинство реальных динамических объектов либо описывается передаточными функциями первого или второго порядка (возможно, с запаздыванием), либо их динамические характеристики могут быть аппроксимированы этими функ-

циями. Эта особенность привела к широкому распространению линейных ПИД-регуляторов, как простого и надежного средства автоматизации [2–4].

Запишем основное уравнение ПИД-регулятора в виде

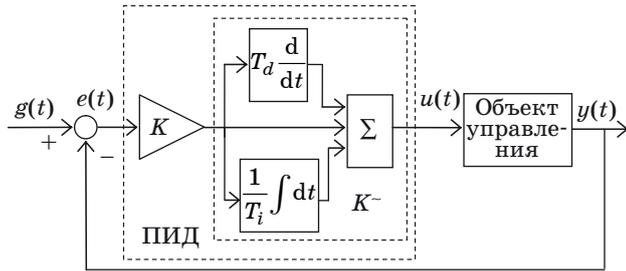
$$u(t) = u_0 + K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (1)$$

где u_0 — поправочное значение, которое может быть нулевым; K — усиление регулятора; $e(t)$ — ошибка регулирования; T_i и T_d — постоянные времени интегрирования и дифференцирования.

Использование производной ошибки в формуле (1) позволяет подавить нежелательные колебания и уменьшить перерегулирование. Использование интеграла ошибки позволяет уменьшить до нуля установившуюся ошибку в системе.

Управляющая поверхность ПИД-регулятора является гиперплоскостью, а для его упрощенных версий — ПД- и ПИ-регуляторов — она описывается плоскостью.

Современная вычислительная техника позволяет легко найти оптимальные параметры ПИД-регулятора, если математическое описание объекта управления точно известно. Однако на практике передаточная функция объекта управления обычно неизвестна или может быть задана приближенно. В этой ситуации используются непосредственные эксперименты с объектом в соответствии с известными экспертными методиками (Зиглера — Николса [5] и др.).



■ Рис. 1. Система с ПИД-регулятором

В одном из вариантов метода Зиглера — Николса на первом шаге необходимо определить значение $K = K_{\max}$ (при $T_d = 0$ и $T_i = \infty$), при котором на выходе объекта начинаются автоколебания. Затем параметры ПИД-регулятора рассчитывают исходя из K_{\max} и периода колебаний.

Таким образом, ПИД-регуляторы можно отнести к категории экспертных регуляторов, поскольку коэффициенты ПИД-регулятора определяются в результате ограниченного количества опытов с объектом управления по экспертной методике.

В соответствии с (1) ПИД-регулятор можно представить следующей структурой (рис. 1).

Как показывает рисунок, коэффициент усиления ПИД-регулятора описывается формулой

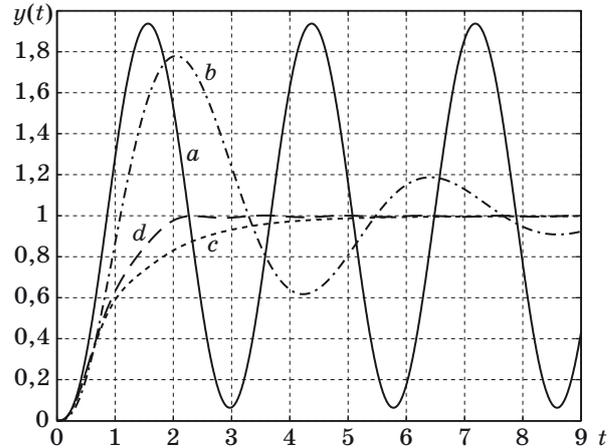
$$K_{\text{ПИД}} = K \cdot \tilde{K}, \quad (2)$$

где \tilde{K} — переменная часть коэффициента усиления, зависящая от текущего значения производной и интеграла ошибки управления.

Рассмотрим пример. Пусть объект управления задан передаточной функцией

$$W(s) = \frac{1}{(s^2 + 1)(s + 5)}.$$

В схеме моделирования в Simulink MatLab (рис. 2) параметры ПИД-регулятора рассчитаны по методике Зиглера — Николса. На рис. 3 пока-



■ Рис. 3. Переходные процессы в системе с ПИД-регулятором и НЛР

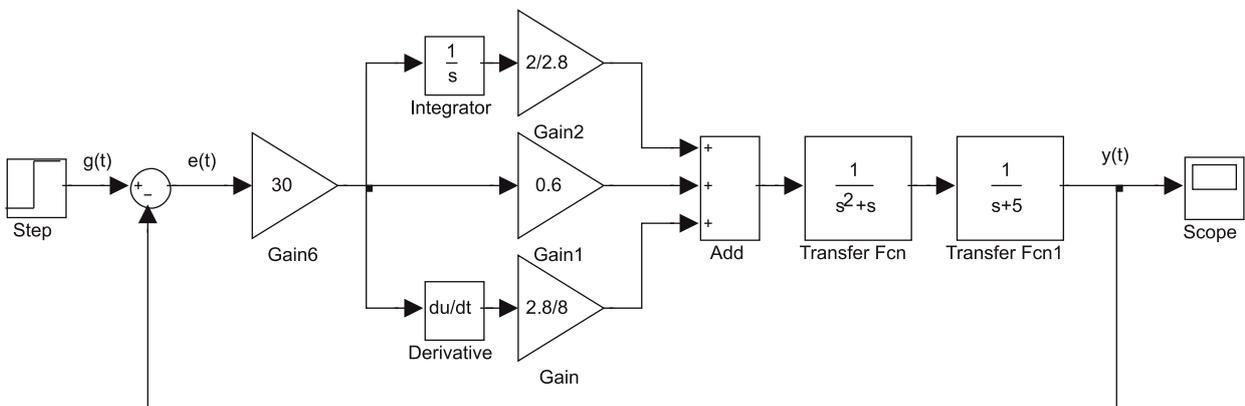
заны автоколебания в системе при $K_{\max} = 30$ (кривая *a*) и переходный процесс в системе управления (кривая *b*). В системе наблюдается большое перерегулирование, что характерно для метода Зиглера — Николса.

Представление закона ПИД-управления в виде (2) позволяет лучше понять механизмы конструирования НЛР, которые предназначены для замены ПИД-регуляторов.

Нечеткие регуляторы ПИД-типа

Нечеткие логические регуляторы ПИД-типа получают на входе, как следует из названия, ошибку управления, ее производную и интеграл. Соответственно, при меньшем числе входов возможны варианты НЛР ПД-, ПИ- или П-типа. Общая структура НЛР показана на рис. 4. Вектор входа X может иметь длину от одного до трех.

Входной вектор НЛР преобразуется в нечеткую форму X^* с помощью блока фаззификации F , затем выполняется нечеткий логический вывод



■ Рис. 2. Пример линейного ПИД-регулятора

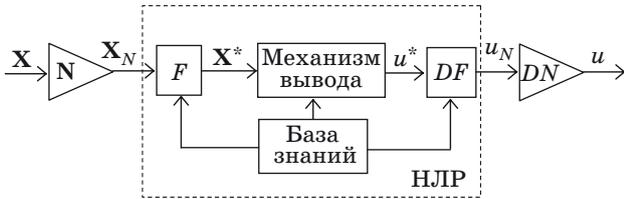


Рис. 4. Структура НЛР

в базе правил, в результате чего получается нечеткая выходная переменная u^* . После дефаззификации (блок DF) на объект управления поступает «четкий» сигнал управления u .

Блок N на рис. 4 обозначает операцию предобработки входного сигнала. Это может быть нормализация путем умножения x^i на масштабирующий коэффициент:

$$x_N^i = xN = x^i \frac{1}{|x_{\max}^i|},$$

либо операция ограничения значения входной величины до заданного диапазона $[-x_{\max}, x_{\max}]$:

$$x_N^i = \begin{cases} x^i, & |x^i| < x_{\max}^i; \\ x_{\max}^i \text{sign}(x^i), & |x^i| \geq x_{\max}^i. \end{cases} \quad (3)$$

В дальнейшем изложении используется второй вариант предобработки.

Постобработка выходного сигнала u (блок DN) сводится к денормализации:

$$u = u_N DN = u_N |u_{\max}|,$$

где u_{\max} — максимальное значение управления, подаваемого на объект.

База знаний НЛР содержит описание термов лингвистических переменных (ЛП), которые вводятся для каждой входной и выходной переменной, а также собственно правил управления. Конструирование базы знаний является основной проблемой при настройке НЛР ПИД-типа для конкретного объекта управления.

Потенциальное количество правил НЛР оказывается равно декартову произведению мощностей терм — множеств входных ЛП. Так, например, если для каждой из трех входных ЛП используется 5 термов, то получается 125 потенциальных правил, для которых нужно определить заключения. Эта громоздкая система трудно поддается настройке.

Поэтому для решения задачи синтеза НЛР требуется учесть ряд упрощающих допущений.

1. Использование производной в НЛР, как и в обычном регуляторе, служит только для борьбы с перерегулированием.

2. Использование интеграла в НЛР позволяет довести до нуля статическую ошибку и мало вли-

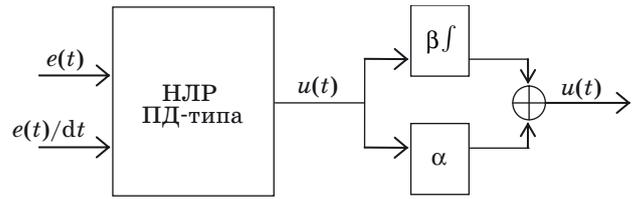


Рис. 5. Вариант структуры НЛР ПИД

яет на быстродействие. Можно показать (см., например, [6]), что НЛР ПИ-типа отличается от НЛР ПД-типа только тем, что вырабатывает не сигнал управления, а его приращение. Это позволяет при реализации НЛР ПИД-типа использовать структуру, показанную на рис. 5, где α и β — настраиваемые коэффициенты.

Таким образом, конструирование НЛР ПИД-типа основывается на синтезе НЛР П-типа, поведение которого улучшается введением производной и интеграла ошибки.

Анализ работы нечеткого регулятора П-типа

Нечеткий логический регулятор П-типа реализует в общем случае нелинейный закон управления. Однако можно показать условия, при которых НЛР становится линейным. Рассмотрим с этой целью простейший регулятор с тремя правилами (здесь, как и в обычном П-регуляторе, знак управления совпадает со знаком ошибки):

- если $e = \langle O \rangle$, то $u = \langle O \rangle$;
- если $e = \langle H \rangle$, то $u = \langle H \rangle$;
- если $e = \langle П \rangle$, то $u = \langle П \rangle$,

где $\langle O \rangle$, $\langle П \rangle$, $\langle H \rangle$ — лингвистические метки «отрицательное», «положительное», «нулевое».

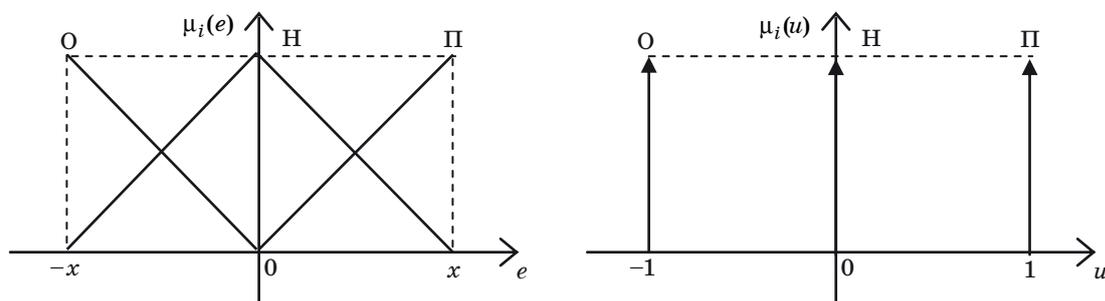
Для того чтобы НЛР был линейным, необходимо выполнение следующих условий:

- 1) используются треугольные функции принадлежности;
- 2) термы образуют нечеткое разбиение соответствующих базовых множеств;
- 3) для дефаззификации используется дискретный метод центра тяжести.

Пусть описания термов нормализованных входной и выходной переменных НЛР выбраны в виде, показанном на рис. 6.

Тогда, используя для дефаззификации дискретный метод центра тяжести, для любого значения ошибки справа от нуля имеем следующее значение сигнала управления (при $x = 1$):

$$u = \frac{\sum_{i=1}^2 \mu_i(e) u_i}{\sum_{i=1}^2 \mu_i(e)} = \frac{\mu_H(e)0 + \mu_P(e)1}{1} = \mu_P(e) = e.$$



■ Рис. 6. Описание вход-выходных термов нечеткого регулятора

Аналогично слева от нуля также выполняется $u = e$, т. е. получен линейный регулятор с единичным коэффициентом усиления.

Свойство линейности может выполняться при любом количестве термов, если термы имеют треугольную форму и образуют нечеткое разбиение базового множества, а для дефаззификации используется дискретный метод центра тяжести.

В общем случае, когда $x \neq 1$, получаем соотношение

$$u = \frac{e}{x} \Rightarrow \frac{u}{e} = \frac{1}{x} = K.$$

Таким образом, коэффициент усиления НЛР больше единицы, если $x < 1$.

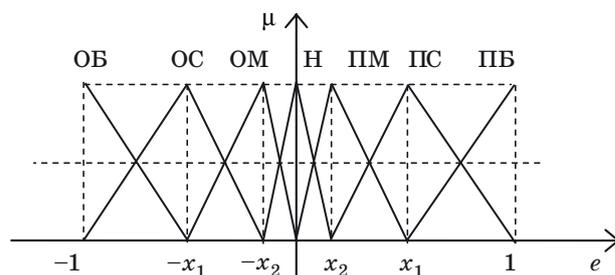
Как известно, линейное пропорциональное управление может вызывать конфликт между требованиями к переходному процессу: большое значение K уменьшает время нарастания, но одновременно увеличивает перерегулирование, и малое значение K уменьшает перерегулирование, но увеличивает время переходного процесса.

Нечеткий регулятор может иметь преимущество перед линейным регулятором, только если он обеспечивает переменное усиление на разных этапах переходного процесса.

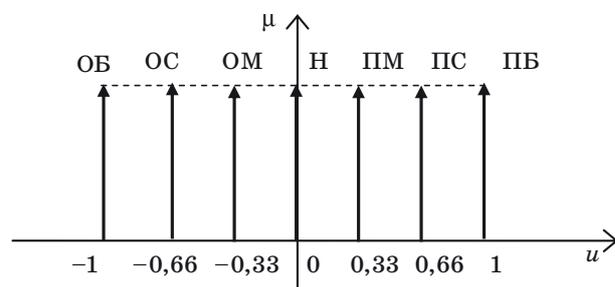
Типовой переходный процесс содержит три основных участка: разгон, торможение, стабилизацию. Соответственно нелинейный закон управления должен содержать три линейных участка. В этом случае НЛР должен иметь 7 термов для входной переменной (рис. 7, где «ОМ», «ПМ», «ОС», «ПС», «ОБ», «ПБ» — лингвистические метки «отрицательное малое», «положительное малое», «отрицательное среднее», «положительное среднее», «отрицательное большое», «положительное большое»).

Выходные термы НЛР можно расположить равномерно по базовой шкале (рис. 8), тогда каждому управляющему правилу (их, очевидно, оказывается семь) будет соответствовать свой коэффициент усиления.

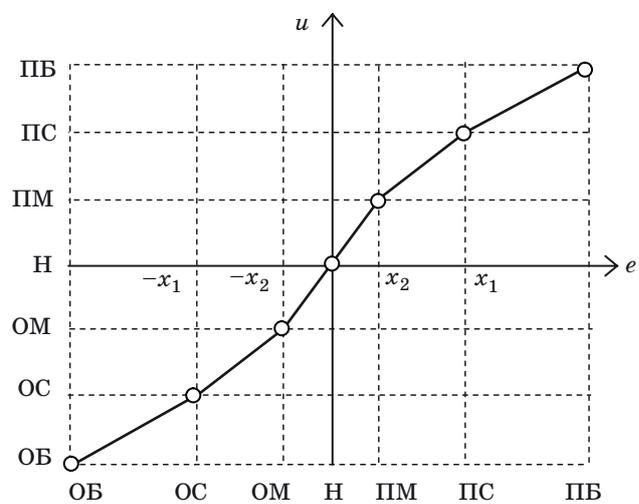
Графическое представление закона управления показано на рис. 9.



■ Рис. 7. Описание входных термов нечеткого регулятора



■ Рис. 8. Описание выходных термов нечеткого регулятора



■ Рис. 9. Закон управления нелинейного НЛР П-типа

Таким образом, синтез НЛР П-типа заключается в выборе положения центров термов «ПМ» и «ПС» (симметрично располагаются «ОМ» и «ОС»).

Задачу конструирования нелинейного НЛР П-типа можно рассмотреть как задачу синтеза кусочно-линейного закона управления. При этом нечеткость описания сглаживает переход от одного участка к другому.

Синтез нечеткого регулятора ПД-типа

Представим систему управления с НЛР ПД-типа в виде, соответствующем формуле (2) (рис. 10).

Входные величины НЛР нормализуются в соответствии с (3). В качестве коэффициента денормализации выбрано значение коэффициента усиления, при котором система находится на границе устойчивости: $DN = K = K_{max}$. Можно сказать, что этот коэффициент усиления описывает базовой П-регулятор.

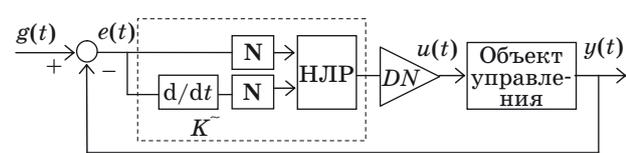
Как и в случае с обычным ПД-регулятором, переменная часть коэффициента усиления K служит для дополнительного усиления и демпфирования системы.

Рассмотрим линейный НЛР ПД-типа, у которого для каждой входной и выходной переменной использовано по 7 термов.

Будем считать, что используются, аналогично схеме рис. 6, треугольные функции принадлежности для входных переменных, так что они образуют нечеткое разбиение соответствующих базовых множеств.

При использовании 7 термов по каждой переменной получается 49 управляющих правил.

Входы и выход НЛР ПД нормализованы, поэтому выполняется



■ Рис. 10. Нечеткий логический регулятор ПД-типа

$$u^* = e^* + (de/dt)^*$$

Лингвистические переменные u^* , e^* и $(de/dt)^*$ имеют одинаковые множества термов. Тогда, учитывая ограниченные размеры базовой шкалы, можно записать 49 вариантов ограниченной суммы:

- ОБ + ОБ = ОБ; ОБ + ОС = ОБ;
- ОБ + ОМ = ОБ; ОБ + Н = ОБ;
- ОБ + ПМ = ОС; ОБ + ПС = ОМ;
- ОБ + ПБ = Н; ОС + ОБ = ОБ;
- ОС + ОС = ОБ; ОС + ОМ = ОБ;
- ОС + Н = ОС; ОС + ПМ = ОМ;
- ОС + ПС = Н; ОС + ПБ = ПМ;

...

- ПБ + ОБ = Н; ПБ + ОС = ПМ;
- ПБ + ОМ = ПС; ПБ + Н = ПБ;
- ПБ + ПМ = ПБ; ПБ + ПС = ПБ; ПБ + ПБ = ПБ.

Лингвистический закон управления принимает вид, показанный в таблице (впервые подобный табличный нечеткий закон управления описан в работе [7]).

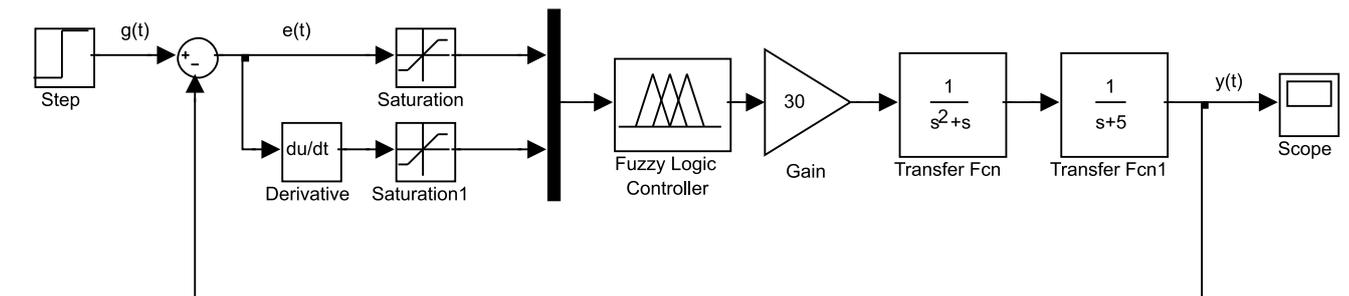
Обосновать закон управления НЛР ПД-типа также можно путем анализа типового переходного процесса на фазовой плоскости [6].

Схема моделирования НЛР ПД-типа в Simulink MatLab показана на рис. 11.

Включение линейного НЛР ПД-типа должно погасить колебания в системе. Это подтверждается графиком переходного процесса (см. рис. 3, кривая с). Получен апериодический переходный

■ Расширенная таблица правил

$(de/dt)^*$	e^*						
	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ
ОБ	ОБ	ОБ	ОБ	ОБ	ОС	ОМ	Н
ОС	ОБ	ОБ	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ
ОМ	ОБ	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС
Н	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ
ПМ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ	ПБ
ПС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ	ПБ	ПБ
ПБ	Н	ПМ	ПС	ПБ	ПБ	ПБ	ПБ



■ Рис. 11. Система управления с НЛР ПД-типа

процесс, быстродействие увеличено в 2,5–3 раза по отношению к ПИД-регулятору.

Дальнейшего увеличения быстродействия можно добиться при нелинейном расположении термов e^* . Выбирая величины x_1 и x_2 (см. рис. 7), получаем нелинейный закон управления. Переходный процесс, показанный на рис. 3, кривая d , получен при $x_1 = 0,5$ и $x_2 = 0,1$. Время переходного процесса уменьшено в 2 раза по отношению к линейному НЛР.

Статическая ошибка в системе близка к нулю, поэтому задачу синтеза регулятора можно считать решенной. В противном случае выход системы должен быть изменен в соответствии с рис. 5.

Заключение

Приведенные выше рассуждения и примеры моделирования позволяют сформулировать простой алгоритм синтеза НЛР ПИД-типа, состоящий из следующих шагов.

1. Рассматривается линейный П-регулятор. Коэффициент усиления увеличивается до возникновения в системе автоколебаний. Полученное значение K_{\max} фиксируется и рассматривается как коэффициент денормализации нечеткого регулятора.

2. В систему последовательно включается стандартный линейный НЛР ПД-типа с 7 термами для каждой ЛП и 49 правилами, задача которого заключается в подавлении колебаний.

3. Линейный НЛР ПД-типа преобразуется в нелинейный путем смещения центров промежуточных термов входных ЛП «ошибка управления» в сторону нуля. Выбираются два параметра x_1 и x_2 (см. рис. 7). Цель этого этапа — уменьшение времени переходного процесса.

4. В случае наблюдаемой статической ошибки в системе выход регулятора преобразуется в соответствии с рис. 5. Выбор параметров α и β обеспечивает уменьшение статической ошибки.

Рассмотренный алгоритм синтеза НЛР ПИД-типа отличается простотой, поскольку позволяет использовать стандартную форму описания ЛП и стандартный набор управляющих правил. Настройка регулятора на конкретный объект предполагает проведение ограниченного количества экспериментов для выбора не более чем 4 параметров регулятора.

Нечеткий регулятор показывает намного лучшие динамические свойства, чем классический ПИД-регулятор, поэтому практический эффект от замены регулятора вполне очевиден.

Литература

- Бураков М. В., Коновалов А. С. Проектирование нейронных и нечетких регуляторов с помощью генетического алгоритма // Управление в условиях неопределенности / Под ред. А. Е. Городецкого; СПбГТУ. — СПб., 2002. — 399 с.
- Astrom K. J., Hagglund T. Advanced PID control / ISA (The Instrumentation, System, and Automation Society), 2006. — 460 p.
- Денисенко В. В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации. Ч. 1 // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74.
- Денисенко В. В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации. Ч. 2 // Современные технологии автоматизации. 2007. № 1. С. 78–88.
- Ziegler J. G., Nichols N. B. Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. 1942. Vol. 64. P. 759–768.
- Бураков М. В. Нечеткие регуляторы: учеб. пособие. — СПб.: ГУАП, 2010. — 252 с.
- Macvicar-Whelan P. J. Fuzzy Sets for Man-Machine Interaction // J. Man-Mach. Studies. 1976. Vol. 8. P. 687–697.

УДК 62.50

ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПАССИФИЦИРУЕМЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ПРИ КОММУНИКАЦИОННЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

А. Л. Фрадков,

доктор техн. наук, профессор

Б. Р. Андриевский,

доктор техн. наук, профессор

А. Б. Андриевский,

младший научный сотрудник

Институт проблем машиноведения РАН

Исследуется задача оценки состояния для одного класса нелинейных колебательных систем при информационных ограничениях, вызванных недостаточной пропускной способностью канала связи. Описана схема кодирования данных, основанная на применении нестационарных бинарных кодеров-декодеров полного порядка. Приведены результаты теоретического анализа процесса оценивания состояния нелинейных систем в форме Лурье, выполненного на основе теоремы о пассивации, из которых следует, что оценка ошибки экспоненциально стремится к нулю при достаточно высокой скорости передачи данных. Представлены результаты экспериментальных исследований на многомаятниковом мехатронном комплексе, показывающие эффективность предложенного метода.

Ключевые слова — оценивание состояния, канал связи, нелинейная система, коммуникационные ограничения.

Введение

Во многих интенсивно развивающихся в последнее время областях, таких как автоматизация промышленного производства, автомобилестроение, а также в микроэлектромеханических системах и мобильной телефонии, растет потребность выполнения большого количества сложных дистанционных операций. В крупномасштабных приложениях автоматических систем управления в современной промышленности функциональные агенты: датчики, приводы и регуляторы — географически разнесены друг от друга, поэтому сигналы измерений и управления передаются между ними по каналам связи [1–6]. В сложных сетевых сенсорных системах, содержащих очень большое количество датчиков с низким энергопотреблением, объем данных, поступающих от сенсоров, может оказаться слишком большим для того, чтобы быть полностью переданным по существующим каналам связи [3, 4, 7]. В таких системах регулятору или наблюдателю доступна только последовательность конечных символов, передаваемых по каналу

связи. Такая ситуация может иметь место, например, при передаче управляющих сигналов со стороны общего пункта принятия решений большому числу мобильных агентов. Ввиду ограниченности спектра передаваемого радиосигнала, в таких системах возникают коммуникационные ограничения, которые могут вызывать значительные проблемы.

Задачи управления и оценивания при коммуникационных ограничениях решаются в различных постановках многими исследовательскими группами [4–7]. Первые результаты по синхронизации нелинейных колебательных систем при коммуникационных ограничениях представлены в работах [8–10], где рассматривалась так называемая *синхронизация на основе наблюдателей*. Получено, что для алгоритма системы кодирования-декодирования первого порядка верхняя граница предельной ошибки синхронизации пропорциональна максимуму скорости связывающего системы сигнала и обратно пропорциональна скорости передачи данных по каналу [8]. Эти результаты распространены на сетевые системы с древовидной топологией [9, 11], а также на

системы адаптивной синхронизации на основе наблюдателей [10, 12, 13]. В данной статье излагается процедура оценивания состояния нелинейных систем, основанная на передаче по каналу связи скалярного сигнала ошибки по выходу и использовании кодеров-декодеров полного порядка. Мы ограничиваемся исследованием нелинейных систем, представленных в форме Лурье. По результатам работы [14] получено, что при идеальном канале связи (без искажений и выпадений данных) и отсутствии погрешностей измерений предложенный метод оценивания состояния обеспечивает экспоненциальное затухание во времени ошибки оценивания, если скорость передачи данных по каналу связи превосходит некоторое пороговое значение. Аналогично [14] для обоснования предложенного алгоритма наблюдения используется *теорема о пассивации* [15–17].

Метод оценивания состояния

Рассмотрим модель объекта в *форме Лурье* (линейная часть и нелинейность в обратной связи по выходу):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\psi(y); \quad y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in R^n$ — вектор переменных состояния объекта; $y(t)$ — скалярная выходная переменная; \mathbf{A} — матрица размером $n \times n$; \mathbf{B} — матрица размером $n \times 1$ (столбец); \mathbf{C} — матрица размером $1 \times n$ (строка); $\psi(y)$ — непрерывная нелинейная функция.

Считаем, что измеряется только выход объекта $y(t)$. Задача состоит в получении оценки неизмеряемого вектора состояния $\mathbf{x}(t)$ с помощью удаленного наблюдающего устройства на основе доступных измерений с учетом ограниченности скорости передачи данных по каналу связи. С этой целью введем следующий *нелинейный наблюдатель полного порядка* (см., например, [18]):

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\psi(\hat{y}) + \mathbf{L}\varepsilon(t); \quad \hat{y}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t), \quad (2)$$

где $\hat{\mathbf{x}}(t) \in R^n$ — вектор оценок состояния объекта; $\hat{y}(t)$ — скалярная выходная переменная наблюдателя; $\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ — сигнал ошибки между выходами объекта и наблюдателя; \mathbf{L} — матрица размером $n \times 1$ (столбец), подлежащая выбору при синтезе наблюдателя.

Предполагается, что система наблюдения содержит интеллектуальный сенсор с микропроцессором на стороне объекта, в котором реализуется алгоритм нелинейного наблюдателя (2), т. е. оценки состояния, вырабатываемые на стороне передатчика, формируются на основе полной информации о выходе объекта (если не учитывать

погрешности измерений). В отличие от работы [19] и ряда других публикаций, в которых используется передача по каналу связи всего вектора оценки состояния $\hat{\mathbf{x}}(t)$, в данной работе считается, что по каналу передается только скалярная переменная, причем вместо значений выхода объекта $y(t)$ (в отличие от работ [8–10, 17, 20]) передается скалярный «сигнал инноваций» $\varepsilon(t)$. Анализ показывает, что это приводит к асимптотически затухающей по t ошибке оценки состояния $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ при достаточно большой скорости передачи данных (при отсутствии погрешностей и шумов). Заметим, что этот результат согласуется с *теоремой о скорости передачи данных* [4–6, 21–23].

Основная сложность в рассматриваемой задаче возникает вследствие того, что сигнал ошибки между выходами объекта и наблюдателя непосредственно не доступен, а передается по каналу связи, имеющему ограниченную пропускную способность. Несмотря на то что на скорость передачи данных от сенсора (расположенного непосредственно у объекта) ограничения не налагаются, наблюдатель (2) не может быть непосредственно реализован на стороне передатчика вследствие требований «условия равноосведомленности» (*equi-memory condition*) [21] (см. также [6]). Согласно этому условию, кодер и декодер принимают решения на основе одинаковой информации. Для рассматриваемой системы наблюдения это означает, что процедура кодирования-декодирования должна включаться и в алгоритм оценивания состояния на передающей стороне. Таким образом, ошибка оценивания $\varepsilon(t)$ должна кодироваться символами из конечного алфавита в дискретные моменты времени $t_k = kT$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ — дискретное время, T — интервал квантования. Полученная в результате кодирования величина $\bar{\varepsilon}[k] = \bar{\varepsilon}(t_k)$ должна использоваться вместо $\varepsilon(t)$ в наблюдателе (2), в результате чего (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\psi(\hat{y}) + \mathbf{L}\bar{\varepsilon}(t); \quad \hat{y}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t), \\ \bar{\varepsilon}(t) &= \bar{\varepsilon}[k] \quad \text{при } t \in [t_k, t_{k+1}), \quad t_k = kT. \end{aligned} \quad (3)$$

Значение $\bar{\varepsilon}[k]$ передается через канал связи приемнику, где воспроизводится процедура оценивания состояния, а именно — в декодере выполняется следующий алгоритм:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_d(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_d(t) + \mathbf{B}\psi(\hat{y}_d) + \mathbf{L}\bar{\varepsilon}(t); \quad \hat{y}_d(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_d(t), \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{x}}_d(t) \in R^n$ — вектор оценки состояния объекта, генерируемый в декодере, причем берется $\hat{\mathbf{x}}_d(0) = \hat{\mathbf{x}}(0)$. Считаем, что измерения получаются без искажений и запаздывание и искажение в канале связи отсутствуют. При преобразовании ди-

скретной последовательности $\bar{\epsilon}[k]$ в непрерывный сигнал $\bar{\epsilon}(t)$, входящий в (4), используется экстраполятор нулевого порядка, так что $\bar{\epsilon}(t) = \bar{\epsilon}[k]$ при $kT \leq t < (k+1)T$. Теоретический анализ выполнен для матриц \mathbf{L} вида $\mathbf{L} = \kappa \mathbf{V}$, где скалярный коэффициент усиления κ — параметр наблюдателя.

Ниже излагаются конструктивные условия наблюдения при передаче данных через канал связи, полученные для класса *пассивизируемых* (или *пассивных с обратной связью*) систем [14, 16, 17, 24].

Процедура кодирования данных

В работе [8] установлены свойства процесса синхронизации на основе наблюдателей при коммуникационных ограничениях для нелинейных систем Лурье с использованием кодеров первого порядка, где показано, что верхняя граница предельной ошибки оценивания пропорциональна некоторой верхней границе ошибки передачи данных по каналу связи. В предположении, что интервал квантования может выбираться надлежащим образом, показана оптимальность *двоичного* (бинарно-го) кодирования при обеспечении заданной ошибки синхронизации. В работе также найдена связь между точностью синхронизации и величиной оптимального интервала квантования. На основе этого результата в настоящей статье рассматриваются *бинарные* процедуры кодирования.

Рассмотрим сначала статический бинарный квантователь, заданный выражением

$$q(\epsilon, M) = M \text{sign}(\epsilon). \quad (5)$$

Параметр M характеризует *диапазон квантования*. Выход квантователя $\bar{\epsilon}[k] = M \text{sign}(\epsilon[k])$ представляется символом $s[k]$ из некоторого двоичного алфавита, содержащим один бит информации, поэтому скорость передачи данных составляет $R = 1/T$ бит/с.

В *нестационарных кодерах* [8, 22, 25, 26] диапазон M изменяется во времени, так что на каждом шаге обработки информации используются разные значения M , $M = M[k]$. Использование такого *метода масштабирования* (зуммирования) в кодерах позволяет увеличить точность кодера в установившемся режиме и в то же время избежать его насыщения в начале процесса. В данной работе используется следующий метод пересчета диапазона квантования по времени:

$$M[k] = M_0 \rho^k, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (6)$$

где $0 < \rho \leq 1$ — выбранный *параметр затухания*. Начальное значение M_0 должно быть достаточно большим, чтобы охватить возможную область

значений кодируемого сигнала. Уравнения (5), (6) описывают алгоритм, выполняемый в кодере. Подобная процедура реализуется в декодере, а именно значения $M[k]$ воспроизводятся на стороне приемника согласно (6), таким образом величины $\bar{y}[k]$ восстанавливаются по $M[k]$ из полученных символов кодового алфавита.

Аналогично [14] для алгоритма (3)–(6) следует, что при выполнении условий гиперминимальнофазовости (ГМФ) линейной части модели объекта (1) и при нелинейности, удовлетворяющей условию Липшица

$$|\psi(y) - \psi(\hat{y})| \leq L_\psi |y - \hat{y}|, \quad (7)$$

ошибка оценивания при достаточно больших k затухает экспоненциально быстро:

$$\|\epsilon[k]\| \leq \|e[k]\| \leq M_0 \rho^k. \quad (8)$$

Напомним, что ГМФ означает, что числитель $\beta(\lambda)$ передаточной функции $W(\lambda) = \mathbf{C}(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \beta(\lambda)/\alpha(\lambda)$ — гурвицев (устойчивый) многочлен степени $n - 1$ с положительными коэффициентами, что эквивалентно пассивизируемости линейной части модели объекта [16, 17, 24], т. е. существованию обратной связи по выходу, делающей замкнутую систему пассивной. В свою очередь, условие пассивности, возникшее в теории электрических цепей, означает отсутствие в системе внутренних источников энергии, а для общих линейных систем — выполнение *частотного неравенства* $\text{Re}W(j\omega) > 0$. Ключевым моментом в анализе является применение *метода непрерывных моделей*: анализа нелинейных гибридных (непрерывно-дискретных) систем через исследование их непрерывных моделей [27, 28].

Заметим, что на практике целесообразно отделять величину $M[k]$ от нуля. Тогда вместо (8) можно рекомендовать следующий алгоритм вычисления $M[k]$:

$$M[k] = (M_0 - M_\infty) \rho^k + M_\infty, \quad (9)$$

где $M_\infty \in (0, M_0)$ задает нижнюю предельную границу $M[k]$. Использование (9) вместо (8) приводит к практической (с некоторой установившейся ошибкой) сходимости процедуры наблюдения, но позволяет избежать расходимости процесса при малых $M[k]$, вызванной неучтенными факторами (погрешностями и шумами измерений).

Экспериментальное исследование на многомятниковом мехатронном комплексе

Многомятниковый мехатронный комплекс (ММК) разрабатывается в лаборатории управле-

ния сложными системами ИПМаш РАН с 2005 г. [29, 30]. Комплекс ММК (рис. 1) включает много-секционную маятниковую систему, состоящую из двигателя возбуждения и маятниковых секций (до 50), последовательно связанных между собой торсионными пружинами, и управляющую вычислительную машину для управления в реальном времени, обработки и визуализации результатов экспериментов. Каждая маятниковая секция снабжена датчиком угла поворота маятника и локальным вычислительным устройством. Обмен данными между вычислительным устройством и вычислительной машиной осуществляется по общей шине.

Математическая модель маятниковой системы может быть представлена в виде [29, 30]

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \mu\dot{\varphi}_1 + \omega_0^2 \sin \varphi_1 - k(\varphi_2 - 2\varphi_1) = ku(t), \\ \dots \\ \ddot{\varphi}_i + \mu\dot{\varphi}_i + \omega_0^2 \sin \varphi_i - k(\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) = 0, \\ (i = 2, \dots, N-1), \\ \dots \\ \ddot{\varphi}_N + \mu\dot{\varphi}_N + \omega_0^2 \sin \varphi_N - k(\varphi_N - \varphi_{N-1}) = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где N — число маятников в цепи; $\varphi_i(t)$ — угол отклонения i -го маятника от вертикального положения; μ , ω_0 , k — коэффициент вязкого трения, собственная частота колебаний маятника при малой амплитуде и параметр жесткости торсионной пружины соответственно. Угол поворота ротора двигателя обозначен через $u(t)$.

При большом числе маятников актуальна задача снижения объема передаваемых по шине данных. Рассмотрим возможность ее решения на основе предложенного метода. Пусть углы поворота некоторых маятников измеряются с мини-



■ Рис. 1. Многомаятниковый мехатронный комплекс ИПМаш РАН

мально возможной ошибкой и передаются с большой частотой по каналу связи (погрешность измерений угла валкодерами комплекса составляет 2°), в то время как положения остальных маятников передаются через описанную выше процедуру двоичного кодирования, что служит уменьшению загрузки канала.

Проведены эксперименты для системы из четырех маятников. Углы поворота ротора двигателя и маятника № 2 (нумерация идет от двигателя) измерялись с точностью 2° с интервалом выборки $T_0 = 10$ мс, а положение маятника № 1 передавалось по алгоритму (4), (5), (9).

Уравнения маятника № 1 в форме (1) имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -2kx_1 - \mu x_2 + \omega_0^2 \psi(y) + k(\varphi_2(t) + u(t)), \\ y = x_1, \quad \psi(y) = -\sin y, \end{cases} \quad (11)$$

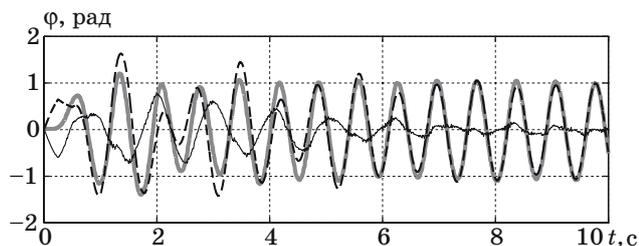
откуда получим матрицы линейной части системы (1) в следующем виде:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2k & -\mu \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1, 0].$$

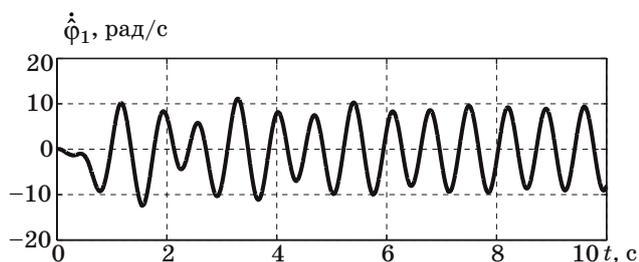
Заметим, что в (1) отсутствует слагаемое, соответствующее сумме внешних воздействий $\varphi_2(t) + u(t)$, но, так как эти внешние воздействия измеряются и передаются с достаточно высокой точностью, соответствующая добавка вводится в наблюдатель (4) и не приводит к дополнительным ошибкам оценивания.

Параметры модели (10) найдены путем идентификации с использованием пробного гармонического сигнала, подаваемого на двигатель, и выполнения процедуры поисковой оптимизации. Получены значения: $\mu = 0,95 \text{ с}^{-1}$, $\omega_0 = 5,5 \text{ с}^{-1}$, $k = 5,8 \text{ с}^{-2}$. Период T передачи данных по каналу связи взят $T = 0,25 \text{ с}$, что с учетом двоичной процедуры кодирования соответствует нагрузке канала со скоростью $R = 4$ бит/с. Выбор матрицы \mathbf{L} выполнен методом расположения полюсов наблюдателя так, чтобы получить многочлен Баттерворта $\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{LC}) = \lambda^2 + 1,4\Omega\lambda + \Omega^2$, где параметр Ω задает быстродействие наблюдателя. В эксперименте использовано значение $\Omega = 5 \text{ с}^{-1}$. В выражении (9) выбрано $M_0 = 0,5$, $M_\infty = -0,01$, $\rho = 0,829$.

Результаты экспериментов отражены на рис. 2–5. Из рис. 2 видно, что переходный процесс в наблюдателе занимает около 8 с, что при данной скорости передачи данных соответствует 32 бит информации. Заметим, что рассогласование $\varphi_1(t) - \hat{\varphi}_1(t)$, наблюдаемое на графике, вызвано не только ошибками кодирования-декодирования, но и погрешностью измерений угла $\varphi_1(t)$, составляющей $0,035$ рад. Оценка $\hat{\varphi}_1(t)$ производной угла



■ Рис. 2. Результат измерения $\varphi_1(t)$, полученный в эксперименте (сплошная линия); оценка $\hat{\varphi}_1(t)$, выработанная в декодере по процедуре (3)–(6) (штрихпунктир); рассогласование $\varphi_1(t) - \hat{\varphi}_1(t)$ между измеренным и восстановленным сигналами (пунктир)



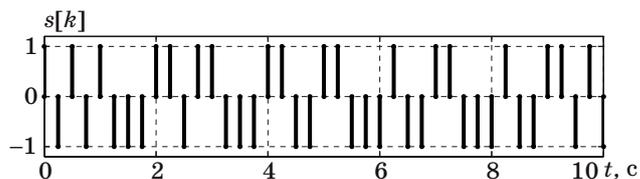
■ Рис. 3. Оценка $\hat{\varphi}_1(t)$ производной угла $\varphi_1(t)$, выработанная наблюдателем

$\varphi_1(t)$, выработанная наблюдателем, представлена на рис. 3. В комплексе отсутствуют датчики угловой скорости $\dot{\varphi}_1(t)$, информация о которой получается благодаря алгоритму (4), (5), (9).

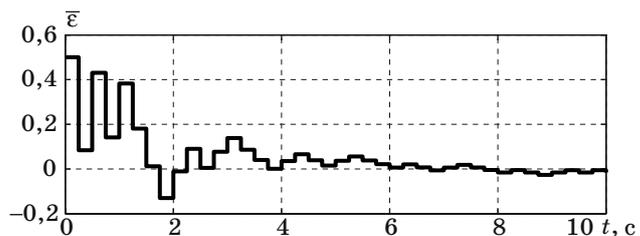
Как видно из полученных экспериментальных данных, алгоритм (4), (5), (9) позволяет существенно уменьшить загрузку канала связи, обеспечивая при этом высокое быстродействие и точность наблюдения.

Заключение

Разработан метод оценивания состояния нелинейных динамических систем вида Лурье при коммуникационных ограничениях, обеспечивающий асимптотически точное оценивание при достаточно большой скорости передачи данных по каналу в отсутствие искажений и помех, а также модификация метода, позволяющая обеспечить практически точное оценивание при влия-



■ Рис. 4. Последовательность символов $s[k] \in \{-1, 1\}$, переданная по каналу связи



■ Рис. 5. Сигнал поправки $\bar{\varepsilon}(t)$, восстановленный на стороне приемника по $s[k]$

нии искажений. Показано, что предложенный [14] метод применим не только к задачам управляемой синхронизации ведомой и ведущей систем, но и к оцениванию состояния нелинейных колебательных (в том числе хаотических) систем по каналу связи с ограниченной пропускной способностью. Обоснование алгоритма основано на методах пассивации и непрерывных моделей.

Применение разработанного метода для передачи данных на многомятниковом мехатронном комплексе ИПМаш РАН экспериментально подтвердило эффективность предложенной процедуры.

Продолжение работы намечено посвятить исследованию более реалистичных моделей системы, учитывающих неидеальность канала связи (пропадание данных, искажения и запаздывание), а также расширению предложенного метода на системы с распределенными параметрами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 07-01-92166, 08-01-00775, 09-08-00803), Межсекционной программы фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН «Проблемы управления и безопасности энергетики и технических систем. Активно-адаптивные сети» и ФЦП «Кадры» (госконтракт 16.740.11.0042).

Литература

1. Navet N., Song Y., Simonot-Lion F., Wilwert C. Trends in automotive communication systems // Proc. IEEE. Jun. 2005. Vol. 93. N 6. P. 1204–1223.
2. Stilwell D. J., Bishop B. E. Platoons of underwater vehicles // IEEE Control Syst. Mag. 2000. Vol. 20. N 6. P. 45–52.
3. Baillieul J., Antsaklis P. J. Control and communication challenges in networked real-time systems // Proc. IEEE. 2007. Vol. 95. N 1. P. 9–28.
4. Matveev A. S., Savkin A. V. Estimation and Control over Communication Networks. — Boston: Birkhäuser, 2009. — 533 p.

5. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Управление и наблюдение через каналы связи с ограниченной пропускной способностью // Гироскопия и навигация. 2009. № 4. С. 103–114.
6. Андриевский Б. Р., Матвеев А. С., Фрадков А. Л. Управление и оценивание при информационных ограничениях: к единой теории управления, вычислений и связи // Автоматика и телемеханика. 2010. № 10. С. 34–99.
7. Evans R., Krishnamurthy V., Nair G., Sciacca L. Networked sensor management and data rate control for tracking maneuvering targets // IEEE Trans. Signal Proc. 2005. Vol. 53. N 6. P. 1979–1991.
8. Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J. Chaotic observer-based synchronization under information constraints // Physical Review. E. 2006. Vol. 73. P. 066209.
9. Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J. Synchronization of nonlinear systems under information constraints // Chaos. 2008. Vol. 18. N 4. P. 037109 1–11.
10. Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J. Adaptive observer-based synchronization of chaotic systems with first-order coder in presence of information constraints // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 2008. Vol. 55. N 6. P. 1685–1694.
11. Fradkov A. L., Andrievsky B. Application of passification method to controlled synchronization of tree networks under information constraints // Proc. 3rd IEEE Multi-conf. on Systems and Control (MSC 2009), Saint Petersburg, Russia, Jul. 8–10, 2009. P. 513–518.
12. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Адаптивная синхронизация нелинейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50. № 10. С. 17–23.
13. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Адаптивная синхронизация нелинейных систем одного класса при ограниченной пропускной способности канала связи // Управление большими системами: Сб. 2009. Вып. 25. С. 48–83.
14. Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J. Synchronization of passifiable Lurie systems via limited-capacity communication channel // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 2009. Vol. 56. N 2. P. 430–439.
15. Фрадков А. Л. Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта // Сибирский математический журнал. 1976. Т. 2. С. 436–445.
16. Fradkov A. L. Passification of nonsquare linear systems and Feedback Kalman — Yakubovich — Popov Lemma // Europ. J. Contr. 2003. Vol. 9. N 11. P. 573–582.
17. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Метод пассивации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации // Автоматика и телемеханика. 2006. № 11. С. 3–37.
18. Nijmeijer H., Mareels I. M. Y. An observer looks at synchronization // IEEE Trans. on Circuits and Systems. I. 1997. Vol. 44. N 10. P. 882–890.
19. Cheng T. M., Savkin A. V. Output feedback stabilization of nonlinear networked control systems with non-decreasing nonlinearities: A matrix inequalities approach // Int. J. Robust Nonlinear Control. 2007. Vol. 17. N 5–6. P. 387–404.
20. Fradkov A. L., Andrievsky B., Evans R. J. Controlled synchronization under information constraints // Physical Review. E. 2008. Vol. 78. P. 036210 1–6.
21. Tatikonda S., Sahai A., Mitter S. Control of LQG systems under communication constraints // Proc. American Control Conf., San Diego, California, USA: AACC, Jun. 1999. P. 2778–2782.
22. Brockett R. W., Liberzon D. Quantized feedback stabilization of linear systems // IEEE Trans. Automat. Contr. 2000. Vol. 45. N 7. P. 1279–1289.
23. Matveev A. S., Savkin A. V. Optimal state estimation in networked systems with asynchronous communication channels and switched sensors // Proc. 40th IEEE Conf. on Decision and Control, Orlando, Florida, USA: IEEE, Dec. 2001. Vol. TuM13. P. 825–830.
24. Фрадков А. Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. 1974. № 12. С. 96–103.
25. Tatikonda S., Mitter S. Control under communication constraints // IEEE Trans. Automat. Contr. 2004. Vol. 49. N 7. P. 1056–1068.
26. Nair G. N., Fagnani F., Zampieri S., Evans R. Feedback control under data rate constraints: an overview // Proc. IEEE. 2007. Vol. 95. N 1. P. 108–137.
27. Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л. Две модели для анализа динамики алгоритмов адаптации // Автоматика и телемеханика. 1974. № 1. С. 67–75.
28. Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. — М.: Наука, 1981. — 216 с.
29. Андриевский Б. Р., Бойков К. Б., Лавров Б. П., Фрадков А. Л. Многомаятниковый мехатронный комплекс // Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления: Сб./Под ред. В. В. Белецкого, Д. А. Индейцева, А. Л. Фрадкова; ИПМаш РАН. СПб.: Наука, 2009. С. 129–140.
30. Фрадков А. Л., Андриевский Б. Р., Бойков К. Б., Андриевский А. Б. Многомаятниковый мехатронный комплекс // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 1. С. 41–54.

УДК 612.821.2

ИНФОРМАТИВНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

И. И. Степанов,

доктор мед. наук, ведущий научный сотрудник

О. М. Ефремов,

канд. мед. наук, старший научный сотрудник

Н. Б. Суворов,

доктор биол. наук, профессор

НИИ экспериментальной медицины Северо-Западного отделения РАМН

М. М. Даниловский,

ведущий разработчик

ООО «Системы Управления Инвестициями Матрикс»

Н. П. Майданов,

старший преподаватель

Санкт-Петербургский государственный инженерно-экономический университет

С. П. Шклярук,

канд. мед. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный университет

Приводится обзор известных математических моделей кривых обучения. Математическая модель, предложенная в статье, основана на передаточной функции линейной системы первого порядка. Разработанная модель является универсальной и пригодна для описания кривых обучения и запоминания как в экспериментах на животных, так и при оценивании состояния памяти у человека.

Ключевые слова — математическая модель, кривая обучения, передаточная функция, линейная система первого порядка.

Введение

Интерес к изучению процесса запоминания и обучения возник, когда человек осознал, что он способен обучаться путем запоминания, переработки и хранения информации. Переработка информации мозгом человека осуществляется отчасти посредством активизации оперативной и долговременной памяти. Не вдаваясь в теоретические рассуждения и гипотезы об информационном значении различных видов памяти, уместно напомнить, что по некоторым данным, объем памяти на различные предметы и цвета равен 3, на числа и точки — 8–9, на буквы — 6–9, на геометрические фигуры — 3–8 и т. д. [1]. Специалистами в области психофизиологии предложено несколько подходов к развитию и совершенствованию памяти. Самым эффективным из них, безусловно, является процесс обучения, в том числе

периодического или циклического. Основные способы оценки эффективности этих методик — построение соответствующих кривых, отражающих либо динамику объема запоминаемой информации, либо количество правильно исполненных поведенческих актов. Иными словами, сутью процесса обучения является дозированное управление информационными потоками, предъявляемыми испытуемому.

Математический анализ кривой обучения у животных и человека предпринимался с начала XX в. [2]. Совершенствование математической модели кривой обучения продолжается и по сегодняшний день. Таким образом, цель настоящей статьи заключается в систематизации различных математических моделей кривой обучения и выявления наиболее информативной модели для применения в фундаментальных и прикладных исследованиях обучения животных и человека.

Подходы к математическому моделированию кривой обучения

В литературе выделяются четыре основных подхода. Первый подход заключается в применении эмпирических математических моделей для аппроксимации кривой обучения. Второй подход состоит в использовании дифференциальных уравнений. Третий подход основывается на так называемых «рациональных уравнениях», выводимых из некоторых базисных теорий, отражающих взаимоотношения, обнаруженные в экспериментальных данных. Четвертый подход базируется на системном подходе с использованием передаточных функций и, по нашему мнению, является наиболее универсальным.

Эмпирические модели

Эмпирические модели применялись для наилучшей аппроксимации экспериментальных результатов, получаемых в различных исследованиях. При использовании простых парадигм обучения экспериментальные данные представляли собой монотонно возрастающие или убывающие значения. В этих случаях применялись различные непрерывные монотонно возрастающие выпуклые (с отрицательным ускорением) функции, например гипербола вида $\frac{x}{x+1}$ [3], а также более сложные гиперболы, например $\frac{a(x+c)}{(x+c)+b}$ [4]. Недавно была предложена гиперболическая функция для моделирования кривой запоминания слов [5] в виде

$$y(t) = \alpha - (\alpha - \beta) \left(\frac{t-1}{-t+1-\gamma^{-1}} + 1 \right),$$

где $y(t)$ обозначает количество правильно запомненных слов из предъявляемого списка; t — номер предъявления списка слов; α является асимптотическим числом запомненных слов; β определяет количество запомненных слов при первом предъявлении списка; γ определяет скорость запоминания.

Ряд авторов использовали $\text{arctg}(x)$, при этом было обнаружено, что кривые обучения крыс в простом лабиринте при аппроксимации гиперболой или арккотангенсом почти совпадали [6, 7]. Логарифмическая модель вида $a \ln(x) + b$ была применена для анализа кривой обучения у животных [8], а в виде $a \ln(x) + \ln(x) + bx + c$ — для аппроксимации данных по запоминанию слов человеком [9]. При использовании сложных парадигм обучения данные могли представлять собой кривые обучения S-образного вида, поэтому были применены соответствующие функции. Например, использовали логистическую функцию, ко-

торая имеет вид $\frac{1}{1+e^{-a+bx}}$, где x — номер сеанса

обучения; a и b — коэффициенты, расчет которых является задачей логистической регрессии [10].

Модели на основе дифференциальных уравнений

Иногда выбор подходящей математической модели для аппроксимации кривой обучения базировался на некоторых начальных предположениях. Предположение о том, что скорость обучения прямо пропорциональна разности между уже заученным материалом и физиологическим пределом способности к запоминанию (асимптотическим уровнем), приводило к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = a(y_\infty - y). \quad (1)$$

Решением такого уравнения с начальным условием $y = y_0$ при $x = 0$ была модель экспоненциального типа $y = y_0 - (y_\infty - y_0)e^{-ax}$. Ту же самую модель можно записать в ином виде:

$$y_0 e^{-ax} + y_\infty (1 - e^{-ax}), \quad (2)$$

где y_0 — начальное состояние обученности при $x = 0$; y_∞ — асимптотическое значение степени обученности при $x = \infty$; x — номер предъявления условного раздражителя или сеанса обучения, а коэффициент a представлял собой скорость обучения. Такая модель была использована в различных вариантах, в частности при задании нулевого начального значения, т. е. $y_0 \equiv 0$, целым рядом авторов [2, 11].

Встречающаяся иногда S-образная форма кривой обучения соответствует предположению, что скорость обучения пропорциональна произведению текущего уровня обученности на разность между текущим уровнем и асимптотическим уровнем обученности и приобретает вид $\frac{dy}{dx} = ay(y_\infty - y)$. Решение этого уравнения с начальными условиями $y = y_0$ при $x = 0$ имеет вид

$$\frac{y_0 y_\infty}{y_0 + (y_\infty - y_0)e^{-ay_\infty x}},$$

где x — номер предъявления условного раздражителя или сеанса обучения; y_0 — начальное состояние обученности при $x = 0$; y_∞ — асимптотическое значение степени обученности при $x = \infty$, а коэффициент a — скорость обучения [12].

Рациональные уравнения

Тарстоун (Thurstone) был первым, кто вывел математическую модель кривой обучения из целого набора постулатов [13]. Он предложил разделить все виды поведения во время сеансов обуче-

ния на две группы, из которых одни ведут к успеху, а другие — к неудаче. Затем Тарстоун разработал целый ряд дифференциальных и алгебраических уравнений для связи между накопленным количеством ошибок и количеством повторов (сеансов обучения). В конечном итоге, окончательным результатом этих расчетов стала модель вида

$$u = \frac{(\sqrt{m} / ak)R}{R + (\sqrt{m} / k)},$$

где u — суммарное количество ошибок; m , k — константы, связанные со способностью субъекта выучивать задание; a — константа для сохранения постоянства размерности; R — количество повторов. Очевидно, эта модель представляет собой гиперболу того типа, который ранее был предложен самим Тарстоуном [4], но на этот раз данная модель была получена не путем эмпирического отбора, а выведена из теоретической физиологической модели.

Позднее Галликсен (Gulliksen) [14] развил представления Тарстоуна по математическому моделированию кривой обучения, опираясь при разработке своих рациональных уравнений на закон эффекта, предложенного Торндайком [15]. Галликсен использовал такие переменные, как количество правильных ответов, вероятности правильных и неправильных ответов, суммарное количество правильных ответов и суммарное количество ошибок. В результате он предложил модель, описывающую суммарное количество ошибок как функцию от суммарного количества правильных ответов. Однако поскольку кривая зависимости суммарного количества ошибок от суммарного количества правильных ответов не отражает исходную форму кривой обучения, эта модель не получила широкого распространения.

Модель Хала

Хал (С. Hull) разработал математическую модель процесса обучения на основе теории подкрепления. Хал исходил из предположения, что скорость обучения пропорциональна разности между текущим значением величины силы навыка и ее физиологическим пределом. Это предположение математически выражалось в виде дифференциального уравнения (1). Поскольку Хал утверждал, что до начала обучения сила навыка всегда равна нулю, то он дал решение этого уравнения с нулевым начальным значением, т. е. $y(x = 0) = 0$ или в иных обозначениях $y_0 = 0$. Таким образом, зависимость силы навыка от количества подкреплений получила вид

$$sHr = M(1 - e^{-kN}),$$

где sHr — сила навыка; M — физиологический максимум силы навыка; k — скорость обучения;

N — количество подкреплений [16]. Следует отметить, что все его рациональные уравнения базировались на физиологических переменных, которые не могли быть измерены непосредственно, а потому носили гипотетический характер. Хал не применял свою формулу зависимости силы навыка непосредственно к измеряемой в эксперименте кривой обучения, полагая, что форма кривой зависит от условий эксперимента, принимая экспоненциальный либо S-образный вид [17].

Модификация модели Хала

В начале 80-х гг. прошлого столетия сделана попытка применить модель Хала для аппроксимации кривых обучения условному рефлексу отказа от пищи наземных улиток *Helix pomatia* [18]. Модель имела вид

$$y = B4(1 - e^{-B2x}), \quad (3)$$

где x — номер предъявления условного раздражителя или сеанса обучения; $B4 = y$ при $x = \infty$; $B2$ — скорость обучения. Было обнаружено, что модель удовлетворительно описывала данные по обучению только тех улиток, которые обучались первый раз и не подвергались никакому воздействию до начала обучения. Если же животных обучали повторно или животным до обучения вводили различные биологические модуляторы обучения, то модель не обеспечивала удовлетворительной аппроксимации. Однако хорошей аппроксимации удалось добиться при модификации модели (3) путем добавления ненулевых начальных условий в виде коэффициента $B3$, равного y при $x = 0$, т. е. переходом к модели $y = B4(1 - e^{-B2x}) + B3$ [18, 19]. В окончательном виде модифицированная нами модель приобрела вид

$$y = B3e^{-B2x} + B4(1 - e^{-B2x}). \quad (4)$$

Данная модель оказалась идентичной упомянутому выше решению дифференциального уравнения (2) при ненулевом начальном условии $y(0) = y_0$. Таким образом, добавление в модель кривой обучения ненулевых начальных условий существенно повышает ее информативность.

Модель Рескорлы—Вагнера

Рескорла и Вагнер (R. Rescorla, A. Wagner) основывали свою модель на большинстве предположений, сделанных ранее Халом, но исходили не из дифференциального уравнения, а разностного. При этом они оперировали гипотетической физиологической переменной, названной ими «ассоциативная сила» и обозначенной через V . Они полагали, что после каждого сочетания условного (УР) и безусловного (БР) раздражите-

лей новое значение ассоциативной силы V_{new} равно предшествующему значению плюс прирост ассоциативной силы $deltaV$ за счет сочетания двух раздражителей. Иными словами: $V_{new} = V_{old} + deltaV$. Ученые постулировали, что

$$deltaV = \alpha\beta(\lambda - V),$$

где V — текущее значение ассоциативной силы; α — относительная сила воздействия условного раздражителя, варьирующаяся между 0 и 1; β — относительная сила воздействия безусловного раздражителя, также варьирующаяся между 0 и 1; λ — физиологический максимум ассоциативной силы [20]. При практических расчетах по этой формуле надо задать начальное значение V_0 , значения α , β и λ . Тогда после первого сочетания УР и БР $deltaV = \alpha\beta(\lambda - V_0)$ и $V = V_0 + deltaV$. Аналогично вычисляется значение ассоциативной силы при каждом из последующих сочетаний УР и БР. Подчеркнем, что авторы допускали ненулевое начальное значение ассоциативной силы V_0 .

Для того чтобы увидеть, к какой модели кривой обучения приводит решение разностных уравнений Рескорлы—Вагнера, мы, записав их базисную формулу в виде $y_n = y_{n-1} + \alpha\beta(y_\infty - y_{n-1})$, с помощью программы Mathematica получили общее решение при ненулевых начальных условиях: $y = y_0$ при $n = 0$. Оказалось, что оно имеет вид $y = y_0(1 - \alpha\beta)^n + y_\infty(1 - (1 - \alpha\beta)^n)$. Если заменить y_0 на $B3$, а y_∞ — на $B4$, как в нашей модели (4), то выражение приобретает вид $y = B3(1 - \alpha\beta)^n + B4(1 - (1 - \alpha\beta)^n)$, откуда ясно, что $e^{-B2} = (1 - \alpha\beta)$. Применив модель (4) к экспериментальным данным по выработке простого условного рефлекса и рассчитав произведение $\alpha\beta = (1 - e^{-B2})$, мы подставили полученные значения в модель Рескорлы—Вагнера и обнаружили, что кривые обучения полностью совпали. Это и не удивительно, поскольку обе математические модели основываются на предположении о пропорциональности скорости обучения разности между текущим значением ассоциативной силы (уровня навыка) и физиологическим пределом ассоциативной силы.

Передаточная функция системы первого порядка как математическая модель кривой обучения

Итак, очевидно, что добавление ненулевого начального значения существенно повышает информативность модели кривой обучения. Однако информативность может быть повышена еще дополнительно, если обратить внимание на выбор начальной точки отсчета. При использовании первоначальной модели (4) в ряде случаев коэффициент $B3$ принимал нулевые и отрицательные

значения [19]. Рескорла и Вагнер указывали, что с теоретической точки зрения ассоциативная сила может принимать как положительные, так и отрицательные значения, при этом те и другие откладываются вдоль одной и той же оси y выше и ниже нулевой линии [20]. Тем не менее, отрицательные значения числа правильных ответов могут не вполне корректно отражать функциональное состояние мозга в начале обучения.

Указанное противоречие снимается при подходе к моделированию кривой обучения с позиции теории управления, рассматривающей идентифицируемую систему как «черный ящик» и анализирующей ее поведение в терминах входного и выходного сигналов, связанных друг с другом через передаточную функцию.

Если обозначить входной сигнал, действующий на систему, через F , а ответный выходной сигнал системы — через y , то передаточную функцию записывают в виде $\frac{1}{K} = \frac{y}{F}$, где K — коэффициент пропорциональности [21, 22].

Реакция линейной системы первого порядка на ступенчатое входное воздействие подчиняется дифференциальному уравнению $\tau \cdot dy/dt + y = F/K$. Это уравнение после соответствующих преобразований приобретает вид (1). Итак, мы пришли к приведенному выше решению (1), которое совпадает с нашей исходной моделью (4).

Для технических систем момент начала действия входного сигнала, обозначаемого через t_0 , для простоты дальнейших расчетов приравнивают нулю, а начальное условие формулируется как $y = y_0$ при $t = 0$, где t — время, а входной сигнал начинает действовать в момент времени $t = 0$. Если обратиться к обучению животных и человека, то входной сигнал — это безусловный раздражитель, определяющий подкрепление либо набор объектов для запоминания, например слов. Этот раздражитель действует на биологическую систему первый раз во время первого сеанса обучения или при первом предъявлении объектов для запоминания. Поэтому начальное состояние биологической системы $y = y_0$ следует оценивать при $x = 1$, т. е. при первом предъявлении условного раздражителя или набора тестовых объектов для запоминания.

Таким образом, модель приобретает окончательный вид

$$y = B3e^{-B2(x-1)} + B4(1 - e^{-B2(x-1)}), \quad (5)$$

где x — номер сеанса обучения; $B3$ — начальное состояние обученности ($y = B3$ при $x = 1$); $B4$ — асимптотическое значение степени обученности ($y = B4$ при $x = \infty$), а коэффициент $B2$ представляет собой величину, обратную постоянной времени системы ($B2 = 1/\tau$).

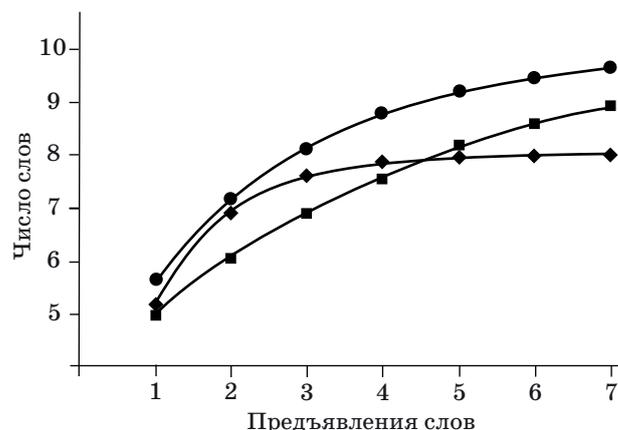
Использование независимой переменной в форме $(x - 1)$ означает, что при первом предъявлении объекта для запоминания (например, списка слов) оценивается объем внимания [23] или, по нашей терминологии, готовность к обучению, которая включает объем внимания, предварительное ознакомление с этим видом обучения, если субъект ранее уже обучался по данному методу, и уровень мотивации. Само обучение начинается, когда объект для запоминания предъявляют второй раз, так что второе предъявление является первым повтором. Собственно механизмы памяти отражены в коэффициентах $B2$ и $B4$. Коэффициент $B4$ интерпретируется как способность к обучению; он отражает состояние долгосрочной памяти. Так как $B2 = 1/\tau$, то $1/B2$ — это количество повторов, требующихся для достижения 63 % от разницы между начальным и конечным уровнями обученности, т. е. $(B3 - B4)$. Отметим, что в недавно предложенной гиперболической модели кривой запоминания слов независимая переменная также была приведена в форме $(t - 1)$ [5]. Таким образом, информативность модели кривой обучения еще более повышается за счет применения независимой переменной в форме $(x - 1)$.

Моделирование процесса запоминания слов

Проиллюстрируем практическое применение предложенной математической модели (5) на примере аппроксимации кривой запоминания слов по методу А. Р. Лурия [24]. Каждому испытуемому зачитывали список из 10 слов русского языка. Эмоционально нейтральные существительные выбирали по частотному словарю русского языка [25] с частотой не более 12 % и общим количеством букв 45. Список давался в магнитофонной записи за 20 с. Слова предъявлялись в ритме 1 слово в секунду с интервалом 2 с. Испытуемого просили вспоминать как можно больше слов из списка в произвольном порядке. Предъявление слов повторяли 7 раз. Всего было обследовано 116 чел., разделенных на три группы. Первая группа включала 16 здоровых испытуемых обоего пола в возрасте от 25 до 35 лет. Вторая группа — 20 больных наркоманией в возрасте от 19 до 52 лет. Третья группа включала 80 мужчин больных алкоголизмом в возрасте от 24 до 60 лет.

Расчет значений параметров модели — коэффициентов $B2$, $B3$ и $B4$, а также коэффициента детерминации, называемого также R^2 , осуществляли с помощью статистического пакета SPSS [26].

Значения коэффициентов модели у группы здоровых испытуемых оказались следующие: $B2 = 0,43 \pm 0,085$; $B3 = 5,62 \pm 0,20$; $B4 = 9,96 \pm 0,31$ и $R^2 = 0,9862$. Значения коэффициентов модели

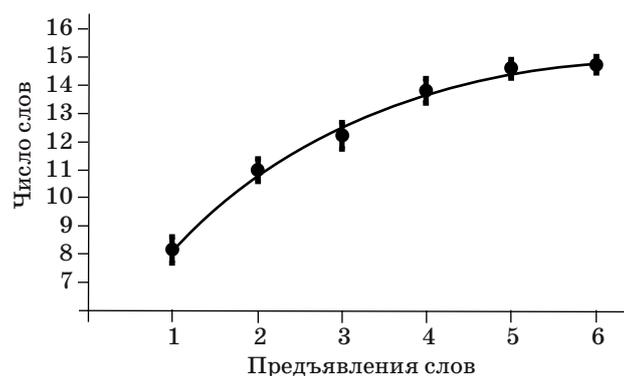


■ Рис. 1. Кривые запоминания слов в тесте Лурия, усредненные по группам испытуемых: ● — здоровые; ■ — больные алкоголизмом; ◆ — больные наркоманией

у группы больных наркоманией: $B2 = 0,96 \pm 0,12$; $B3 = 5,15 \pm 0,12$; $B4 = 8,01 \pm 0,08$ и $R^2 = 0,9905$. Значения коэффициентов модели у группы больных алкоголизмом: $B2 = 0,22 \pm 0,03$; $B3 = 5,01 \pm 0,08$; $B4 = 10,38 \pm 0,41$ и $R^2 = 0,9974$. Кривые представлены на рис. 1. Значение R^2 , близкое к 1,0, показывает, что модель объясняет почти всю изменчивость соответствующих переменных, т. е. хорошо аппроксимирует экспериментальные значения.

У больных наркоманией кривая запоминания начиналась несколько ниже кривой запоминания группы здоровых испытуемых, так как значения коэффициента $B3$ имели тенденцию к различию ($p = 0,08$). При последующих повторах кривая запоминания у больных наркоманией прошла также ниже кривой запоминания группы здоровых испытуемых, так как скорость запоминания (коэффициент $B2$) оказалась выше ($p = 0,007$), а асимптотический уровень (коэффициент $B4$) — ниже ($p = 0,0003$). У больных алкоголизмом кривая запоминания начиналась ниже кривой запоминания группы здоровых испытуемых, так как значение коэффициента $B3$ оказалось ниже ($p = 0,022$). В то же время скорость запоминания оказалась почти в два раза ниже, чем у здоровых испытуемых ($p = 0,047$). Способность к запоминанию (коэффициент $B4$) у больных алкоголизмом не отличалась от таковой для группы здоровых испытуемых ($p > 0,2$).

Косвенно можно дополнительно повысить информативность модели путем выбора оптимального количества объектов для запоминания. Следует отметить, что тест Лурия имеет существенный недостаток, заключающийся в использовании только 10 слов, что значительно превышает объем краткосрочной памяти, равный (7 ± 2) объекта для запоминания [27]. Таким образом,



■ Рис. 2. Кривая запоминания здоровыми испытуемыми 16 слов из четырех семантических групп

у здоровых испытуемых зачастую отмечается эффект «потолка», т. е. испытуемый может запомнить больше слов, чем ему предъявляют. Этот недостаток теста Лурия учтен в тесте CVLT на запоминание 16 слов при 5 предъявлениях [23].

Мы разработали несколько наборов слов по аналогии со списком слов, использованных в тесте CVLT, при этом список слов предъявляли 6 раз для оптимизации достижения асимптотического уровня. На рис. 2 показана кривая запоминания со средними значениями и их стандартными ошибками по данным обследования группы из 21 здорового мужчины в возрасте 25–30 лет. Коэффициенты математической модели приняли следующие значения: $B_2 = 0,4283 \pm 0,0769$; $B_3 = 8,16 \pm 0,26$; $B_4 = 15,72 \pm 0,57$. Модель удовлетворительно аппроксимировала число названных слов — коэффициент детерминации $R^2 = 0,9932$.

Испытуемые с самого начала называли в среднем 8 правильных слов, а к концу тестирования

запоминали 15–16 слов. Таким образом, здоровые испытуемые в состоянии запомнить в 1,5 раза больше слов по сравнению с 10 словами из теста Лурия. Следовательно, в нашем тесте «эффект потолка» минимизирован, что повышает чувствительность теста по выявлению ранних признаков нарушения памяти, и количественный анализ кривой запоминания позволяет более точно оценить состояние памяти у больных в процессе их лечения и реабилитации.

Заключение

Многочисленные данные относительно динамики процесса запоминания, полученные с помощью описанной математической модели, дают основания предполагать, что предложенная модель на основе передаточной функции линейной системы первого порядка является универсальной моделью для описания кривых обучения и запоминания у человека и животных. Она более чувствительна по сравнению с визуальной оценкой кривой запоминания. Параметры модели имеют определенный функциональный смысл. Модель можно использовать для оценки состояния памяти человека в клинических условиях для мониторинга эффекта лечебного воздействия. Перспективным также является ее применение для исследования индивидуальных специфических характеристик и профессионального отбора операторов информационно-управляющих систем, систем массового обслуживания и др., где требуется оперативная переработка больших объемов информации в условиях действия помех и меняющейся внешней среды. Представляется целесообразным введение описанной методики в состав тренажерных биотехнических систем.

Литература

1. Иванов-Муромский К. А. Мозг и память. — Киев: Наука. 1987. — 136 с.
2. Schükarev A. Über die energetischen Grundlagen des Gesetzes von Weber-Fechner und der Dynamik des Gedächtnisses // Annalen der Naturphilosophie. 1907. Vol. 6. N 4. P. 139–149.
3. Jette P. L. A study of the learning curves for two systems of shorthand // J. Experimental Psychology. 1928. Vol. 11. N 3. P. 144–160.
4. Thurstone L. L. The learning curve equation // Psychological Bulletin. 1917. Vol. 14. N 2. P. 64–65.
5. Zimprich D., Rast P., Martin M. Individual differences in verbal learning in old age // The handbook of cognitive aging: Interdisciplinary perspective. Eds. S. Hofer & D. F. Alwin. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 2008. P. 224–243.
6. Meyer M. F., Eppright F. O. The equation of the learning function // American J. Psychology. 1923. Vol. 34. N 2. P. 203–222.
7. Valentine W. L. A study of learning curves: I. The application of Meyer's arc cotangent function and Thurstone's hyperbola to the maze performance of white rats // J. Comparative Psychology. 1930. Vol. 10. N 3. P. 421–435.
8. Kern B., Lindow M. Die mathematische Auswertung empirisch gefundener Kurven mit besonderer Berücksichtigung der Übungskurven // Zeitschrift für angewandte Psychologie. 1930. Vol. 35. N 7. P. 497–529.

9. **Tulving E.** Intratrial and intertrial retention: notes towards a theory of free recall verbal learning // *Psychological Review*. 1964. Vol. 71. N 1. P. 219–237.
10. **Miazawa T.** et al. A rat model of spontaneously arrested hydrocephalus // *Child's Nervous System*. 1997. Vol. 13. N 3. P. 189–193.
11. **Ettlinger H. J.** A curve of growth designed to represent of learning process // *J. Experimental Psychology*. 1926. Vol. 9. N 1. P. 409–414.
12. **Chaisson A. F.** An alternative approach to the mathematical study of learning curves // *J. General Psychology*. 1930. Vol. 4. N 4. P. 352–359.
13. **Thurstone L. L.** The learning curve function // *J. General Psychology*. 1930. Vol. 3. N. 4. P. 469–492.
14. **Gulliksen H.** A rational equation of the learning curve based on Thorndike's law of effect // *J. General Psychology*. 1934. Vol. 11. N 6. P. 395–434.
15. **Thorndike E. L.** *The fundamentals of learning*. — N. Y.: Teach. Colleague, Bur. Publishing, 1932. — 315 p.
16. **Hull C. L.** *Principles of Behavior*. — N. Y.: Appleton Century Crofts, 1943. — 325 p.
17. **Спенс К. У.** Теоретический анализ процесса научения // *Экспериментальная психология* / Под. ред. С. С. Стивенса. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. Т. II. С. 224–273.
18. **Степанов И. И.** Приближенный метод оценки параметров кривой обучения // *Физиология человека*. 1983. Т. 9. № 9. С. 686–689.
19. **Степанов И. И.** и др. Гуморальное звено в механизме формирования условного рефлекса отказа от пищи у виноградной улитки // *Журн. ВНД*. 1987. № 3. С. 489–497.
20. **Rescorla R. A., Wagner A. R.** A theory of Pavlovian conditioning: Variations in the effectiveness of reinforcement and nonreinforcement // *Classical conditioning II: Current research and theory*. Eds. A. H. Black & W. F. Prokasy. N. Y.: Appleton-Century-Crofts, 1972. P. 64–99.
21. **Гродинз Ф.** Теория регулирования и биологические системы. — М.: Мир, 1966. — 254 с.
22. **Милсум Дж.** Анализ биологических систем управления. — М.: Мир, 1968. — 501 с.
23. **Delis D. C., Kramer J. H., Kaplan E., Ober B. A.** *California Verbal Learning Test. Second Ed.: Adult version manual*. — San Antonio, TX: The Psychological Corporation, 2000. — 157 p.
24. **Лурия А. Р.** Высшие корковые функции человека и их нарушения при локальных повреждениях мозга. — М.: Изд-во МГУ, 1962. — 318 с.
25. **Частотный** словарь русского языка. — М.: Русский язык, 1977. — 358 с.
26. **Бююль А., Цефель П.** SPSS: искусство обработки информации. — М.: DiaSoft. 2002. — 608 с.
27. **Miller G. A.** The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information // *Psychological Review*. 1956. Vol. 63. N 2. P. 81–97.

УДК 681.3

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГЛОБАЛЬНО АСИНХРОННЫХ СИСТЕМ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ

В. Б. Мараховский,

доктор техн. наук, профессор

В. Ф. Мелехин,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Рассматриваются задачи проектирования устройства (синхростратума), выполняющего функции глобальной синхронизации в массивно параллельных системах с произвольной локальной синхронизацией блоков; методика проектирования синхростратума в классе самосинхронных автоматов с использованием синхронных прототипов с различными дисциплинами синхронизации.

Ключевые слова — синхронизация, логическое время, физическое время, синхронные и асинхронные автоматы, массив автоматов, синхростратум, проектирование.

Введение

Системы с высокой степенью параллелизма работы составляющих их блоков получили название массивно параллельных систем. Координация взаимодействия блоков на основе асинхронных принципов (глобальная синхронизация) в таких системах привлекательна тем, что позволяет использовать преимущества синхронного и асинхронного принципов построения аппаратных средств и свести к минимуму их недостатки.

Более подробно о проблеме синхронизации, о концепциях физического и логического времени и о различном понимании терминов «синхронность» и «асинхронность» специалистами в области программного обеспечения и в области аппаратных средств можно прочесть в статье [1]. Напомним лишь, что физическое время может быть преобразовано в логическое или с помощью введения внешних часов (в синхронных системах), или с использованием методологии самосинхронизации (в асинхронных системах). Логическое время называют глобальным, если в нем осуществляется синхронизация работы структурных блоков системы, и локальным — действующим внутри структурного блока.

Как было показано в работах [1–6], асинхронная система может быть декомпозирована на подсистему синхронизации (синхростратум) и синхронизируемую подсистему ее блоков (условно называемую «процессорным стратумом»). Такой

подход дает возможность использовать для построения глобально асинхронных систем синхронные прототипы, что обеспечивает преемственность и эволюцию аппаратных средств.

Выделение синхростратума существенно упрощает переход от синхронного прототипа системы к ее асинхронной реализации. Синхростратум выполняет роль распределенных асинхронных часов, осуществляющих глобальную синхронизацию блоков системы, и в логическом времени может быть построен в соответствии с системой синхронизации прототипа.

Отказ от общих системных часов требует асинхронного взаимодействия синхростратума с блоками системы, которое может быть организовано на основе хендшейка (работы в соответствии с принципом «запрос-ответ»). Для организации взаимодействия по такому принципу необходимы сигналы окончания переходных процессов в блоках. Эта задача может быть решена различными способами в зависимости от типа и структуры блока, его размера, возможной вариации длительности переходного процесса в нем и т. д. Например, сигнал окончания переходного процесса может быть выработан с помощью встроенной задержки, включенной параллельно с блоком, самосинхронного проектирования или стартовых локальных часов, управляемых счетчиком синхросигналов. Возможно также применение синхростратумов второго и последующих уровней.

В дальнейшем нас не будет интересовать вопрос о том, как построены блоки системы. Важным является лишь наличие сигналов инициации и завершения переходного процесса в блоке.

В работе [1] показана возможность построения синхростратумов глобально асинхронных, локально произвольных (ГАЛП) систем для произвольных синхронных систем-прототипов, использующих двухтрековую (двухпроводную, двухтактную) двухфазную синхронизацию. Предлагаемая статья посвящена описанию способов перехода от других систем синхронизации прототипов к спецификации синхростратумов, осуществляющих глобальную синхронизацию блоков систем, и построению соответствующих эффективных реализаций синхростратумов.

Постановка задачи проектирования синхростратума в глобально асинхронных системах

Будем рассматривать систему параллельно работающих блоков. Блоки выполняют функции приема, хранения, обработки и выдачи данных. В соответствии с существующими в настоящее время принципами и технологиями проектирования цифровых устройств будем считать, что все блоки системы могут быть представлены синхронным автоматом либо сетью синхронных автоматов. Блок может содержать устройство обработки данных (в том числе процессор с программным управлением), порты для приема и выдачи данных при информационных обменах с другими блоками, контроллеры управления обменом, реализующие определенный протокол. Все устройства внутри блока синхронизируются от одного источника. Но источники синхронизирующих импульсов у разных блоков могут быть разными. То есть будем рассматривать локально синхронную, но глобально асинхронную систему.

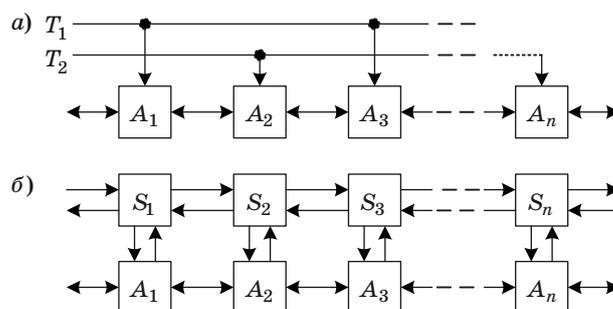
Для координации работы блоков в системе будем использовать выделенную для этого подсистему — синхростратум [1]. Синхронизируемые блоки системы образуют подсистему, называемую процессорным стратумом. Блоки процессорного стратума имеют между собой связи по данным и управлению. Топология связей в сети может быть различной и зависит от назначения системы и способа параллельной обработки данных, выбранного при разработке архитектуры системы. Процессорный стратум имеет связи и с внешней средой.

Декомпозиция системы на процессорный стратум и синхростратум позволяет разделить задачи проектирования процессорного стратума, решающего задачи собственно обработки данных, и синхростратума, решающего задачи координа-

ции во времени параллельно работающих блоков. Будем рассматривать задачу проектирования синхростратума как устройства, реализующего автоматное управление асинхронными процессами в системе. Моделью устройства является асинхронный автомат в классе самосинхронных схем [7, 8].

Различные подходы к проектированию синхростратума можно рассмотреть на примере системы с простейшей топологией сети связей — цепочке (одномерном массиве) взаимодействующих автоматов. При анализе задачи проектирования синхростратума будем рассматривать синхронный прототип и соответствующий вариант системы с асинхронным синхростратумом. На рис. 1, а показан пример синхронной системы с одномерным массивом автоматов, которая используется в качестве синхронного прототипа; на рис. 1, б — соответствующая асинхронная система с выделенным в отдельную подсистему синхростратумом.

У синхронных систем основным принципом организации взаимодействия блоков является выделение двух фаз в работе каждого блока. Взаимодействующие блоки разделяются на «ведущие» и «ведомые», или «активный» и «пассивный». В первой фазе ведущий блок воспринимает информацию от соседей, которые в этой фазе являются ведомыми, и в соответствии с заложенным в него алгоритмом изменяет свое состояние. Блоки, находящиеся в состоянии «ведомый», не меняют состояние своих выходов. Во второй фазе ведущий блок становится ведомым, а ведомый — ведущим. Переходные процессы в ведущем блоке не могут повлиять на состояние ведомого блока. Ведомый в это время не восприимчив к изменениям входных сигналов. При такой организации взаимодействия вариации длительности переходных процессов в блоке, если они не превышают длительность фазы, не оказывают влияния на работоспособность системы. Разделение физического времени, в котором работают все блоки (явля-



■ Рис. 1. Одномерный массив автоматов: а — с двухтактной двухфазной синхронизацией; б — с синхронизацией от синхростратума

ющиеся динамическими системами при рассмотрении их на уровне физических сигналов), на фазы реализуется в синхронных системах с помощью внешнего генератора синхронизирующих импульсов (внешних часов). Это простейший механизм связывания логического и физического времени [1].

Существенно отметить, что в синхронной системе-прототипе (см. рис. 1, а) имеются два уровня взаимодействий, использующих принцип «ведущий-ведомый». Нижний уровень — это двухфазная организация работы самих синхронных автоматов. На этом уровне принцип «ведущий-ведомый» реализуется в памяти синхронного автомата, построенной на триггерах, синхронизируемых фронтом и спадом тактовых импульсов [1].

Верхний уровень — это двухтактная синхронизация взаимодействия автоматов в массиве двумя последовательностями импульсов T_1 и T_2 . Импульсы T_1 и T_2 изменяются во времени следующим образом:

$$(T_1, T_2) = (0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow (0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow \dots$$

Следует отметить, что мы рассматриваем последовательность (T_1, T_2) в синхронной системе как прототип для асинхронного синхростратума. При этом существенны такие детали, как то, что не могут одновременно изменить свое значение два сигнала T_1 и T_2 (поскольку понятие одновременности связано с точностью измерения). Поэтому в последовательности (T_1, T_2) присутствуют коды $(0, 0)$, что для работы синхронной системы, реагирующей на события в виде перепадов значений T_1 и T_2 , не существенно.

Система синхронизации разбивает множество автоматов $\{A_1, A_2, A_3, \dots\}$ на два подмножества: подмножество нечетных автоматов $\{A_1, A_3, A_5, \dots\}$ и подмножество четных автоматов $\{A_2, A_4, A_6, \dots\}$. Нечетные синхронизируются последовательностью T_1 , а четные — T_2 . При $(T_1, T_2) = (1, 0)$ нечетные автоматы изменяют свое состояние в соответствии с реализуемыми в них функциями переходов. Аргументами функции переходов каждого автомата являются переменные, характеризующие текущее состояние автомата, а также переменные, представленные входными сигналами от соседних автоматов в массиве. Таким образом, в рассматриваемый интервал времени нечетные автоматы являются ведущими, а четные — ведомыми. При $(T_1, T_2) = (0, 1)$ ведущими становятся четные автоматы, а нечетные — ведомыми.

Для связи верхнего и нижнего уровня синхронизации в автоматах могут быть использованы

различные средства, например умножители частоты или внутренний синхростратум. Единственным требованием является организация взаимодействия синхростратума с блоками системы по принципу «запрос-ответ». В дальнейшем нас будет интересовать только верхний уровень синхронизации.

Для большей наглядности в последующих рассуждениях для подмножества нечетных автоматов будем использовать обозначение $\{A_i\}$, а для подмножества четных автоматов — обозначение $\{B_j\}$.

Автоматы объединены в цепь (см. рис. 1, а) в целях совместной реализации некоторого алгоритма. Каждый k -й шаг алгоритма, реализуемого цепью из автоматов, выполняется за два последовательных такта T_1, T_2 . При этом синхронная работа цепи автоматов может быть представлена в виде фрагмента сигнального графа (СГ)

$$\begin{aligned} \dots \rightarrow +T_1(k) \rightarrow \{+a_i(k)\} \rightarrow -T_1(k) \rightarrow \{-a_i(k)\} \rightarrow \\ \rightarrow +T_2(k) \rightarrow \{+b_j(k)\} \rightarrow -T_2(k) \rightarrow \\ \rightarrow \{-b_j(k)\} \rightarrow +T_1(k+1) \rightarrow \{+a_i(k+1)\} \rightarrow \\ \rightarrow -T_1(k+1) \rightarrow \{-a_i(k+1)\} \rightarrow +T_2(k+1) \rightarrow \dots, \end{aligned}$$

где обозначены следующие события:

- $+T_1(k)$ — фронт импульса T_1 на k -м шаге алгоритма;
- $+a_i(k)$ — завершение переходного процесса в автомате A_i при $T_1=1$;
- $-T_1(k)$ — спад импульса T_1 на k -м шаге алгоритма;
- $-a_i(k)$ — завершение процесса в автомате A_i при $T_1=0$;
- $\pm T_2$ — фронт и спад импульсов T_2 ;
- $\pm b_j$ — завершение переходных процессов в автомате B_j ;
- $\{\pm a_i\}$ ($\{\pm b_j\}$) — завершение переходных процессов во всех нечетных (четных) автоматах.

Изменения значений синхросигналов T_1 и T_2 могут происходить лишь после завершения переходных процессов во всех автоматах, инициированных предыдущим изменением значения одного из этих сигналов.

Алгоритм поведения системы определяется автоматными уравнениями, устанавливающими причинно-следственные отношения между событиями в автоматах и в их ближайших соседях по графу взаимосоединений, т. е. определяющими частичный порядок на событиях (в логическом времени).

По аналогии с синхронным прототипом для асинхронной системы (см. рис. 1, б) обозначим:

- T_{1i} и T_{2j} — сигналы запроса (сигналы инициации) автоматов A_i и B_j соответственно;
- $\{T_{2j}[A_i]\}$ — сигналы запроса для подмножества автоматов B_j , являющихся непосредственными соседями автомата A_i в графе взаимосоединений;

$\{T_{1i}[B_j]\}$ — сигналы запроса для подмножества автоматов A_i , являющихся непосредственными соседями автомата B_j в графе взаимосоединений;

a_i и b_j — сигналы ответов от автоматов A_i и B_j соответственно.

Будем говорить, что СГ поведения синхростратума специфицирует глобальную параллельную синхронизацию асинхронной системы, соответствующей синхронному прототипу, если удовлетворяются следующие два условия:

1) сигнальный граф синхронного прототипа гомоморфен СГ синхростратума относительно отображения $\{\pm T_{lj}(k)\} \rightarrow \{\pm T_l(k)\}$, $l \in \{1, 2\}$;

2) сигнальный граф синхростратума соответствует отношению следования между событиями в каждом автомате и в его непосредственных соседях.

Соответственно получим фрагмент СГ

$$\begin{aligned} +T_{1i}(k) \rightarrow +a_i(k) \rightarrow -T_{1i}(k) \rightarrow -a_i(k) \rightarrow \{+T_{2j}[A_i](k)\}; \\ +T_{2j}(k) \rightarrow +b_j(k) \rightarrow -T_{2j}(k) \rightarrow \\ \rightarrow -b_j(k) \rightarrow \{+T_{1i}[B_j](k+1)\}. \end{aligned}$$

Заметим, что такая формализация асинхронной глобальной синхронизации справедлива не только для одномерного массива автоматов, но и для массива с взаимосоединениями, соответствующими произвольному графу Кёнига [1].

Спецификация и реализация синхростратума с использованием синхронного прототипа с двухтактной двухфазной синхронизацией

Синхростратум является самосинхронной схемой. Методы и средства проектирования синхронных и самосинхронных схем имеют существенные различия. К сожалению, в рамках данной статьи невозможно изложить процесс проектирования самосинхронных схем. В настоящее время достаточно развиты теория самосинхронных схем, методы их проектирования и системы автоматизации проектирования (например, PETRIFY, FORCAGE и др.). В качестве языков спецификации самосинхронных схем обычно используют сигнальные графы, диаграммы изменений и сети Петри. Покажем здесь лишь ход проектирования синхростратумов, отметим основные особенности, возникающие при постановке и решении частных задач, приведем конечные результаты.

В синхронном прототипе выделяется ряд сигналов, с помощью которых можно корректно описать порядок срабатываний синхронизируемых блоков (координацию их взаимодействия). На этих сигналах строится сигнальный граф, который является исходной спецификацией синхро-

стратума. Как правило, непосредственно по этому СГ невозможно построить схему, поскольку он содержит некорректности.

В теории проектирования синхронных автоматов рассматриваются некоторые явления, связанные с разбросом времени распространения сигналов по сети элементов. Это риски сбоя — кратковременные «ложные» сигналы, не предусмотренные логическим проектированием. Методика проектирования предусматривает исключение влияния этих ложных сигналов на переходы автомата из одного состояния в другое. Как уже отмечалось, для этого используются организация памяти автомата по принципу «ведущий-ведомый» и внешние часы.

В асинхронных автоматах такого универсального механизма нет. Поэтому при проектировании асинхронного автомата необходимо исключать ситуации, приводящие к появлению ложных сигналов. Это используется, в частности, при проектировании синхронных триггеров, синхронизируемых перепадом уровня синхросигнала. Такой триггер строится на базе асинхронных триггеров. На входах асинхронных триггеров не должно быть ложных сигналов. При проектировании систем, содержащих сеть взаимодействующих автоматов, модели асинхронных автоматов не прижились по двум причинам.

1. Асинхронные автоматы тактируются изменением состояния входа, и новый такт может поступить лишь после завершения в автомате всех переходных процессов, вызванных предыдущим тактом. В этом смысле временное поведение асинхронных автоматов отличается от поведения синхронных только тем, что длительность такта не постоянна.

2. Методы проектирования асинхронных автоматов и получающиеся решения во много раз сложнее, чем синхронных, из-за необходимости борьбы с состязаниями и применения противочасового кодирования.

В самосинхронных автоматах (новом понимании асинхронных автоматов) используется так называемая согласованная модель автомата и среды, в которой автомат вырабатывает метки времени для среды, а среда вырабатывает метки времени для автомата (метки времени фактически являются сигналами окончания переходных процессов). В самосинхронных автоматах, как и в синхронных, нет необходимости бороться с состязаниями сигналов. Но при этом появляется новая проблема — выработка сигналов окончания переходных процессов. При ее решении в процессе разработки спецификации на самосинхронный автомат в виде СГ с использованием синхронного прототипа и могут возникнуть некорректности следующих типов.

1. Сигнальные графы являются подклассом сетей Петри. Функционирование СГ, как и сети Петри, связано с распространением маркеров. Каждая возможная комбинация маркеров в СГ связана с набором значений сигналов на выходах элементов схемы, обозначенных соответствующими сигналами. Набор значений этих сигналов представляет состояние схемы. Любой СГ можно развернуть в граф смены состояний, который обычно называют диаграммой Малера. Появление одинаковых состояний в диаграмме Малера называется конфликтом. При возникновении конфликта нарушается однозначное соответствие маркировки СГ и состояний схемы, что недопустимо. Например, если в СГ изменения одного и того же сигнала непосредственно следуют друг за другом или после некоторой последовательности значений различных сигналов непосредственно следует та же самая последовательность сигналов с противоположными значениями, то в этих случаях всегда возникает конфликт [8].

2. Все сигналы СГ должны быть корректны по переключениям. Это означает, что в любой последовательности сигналов не должны встречаться две копии сигнала с одним и тем же знаком, между которыми отсутствует тот же сигнал с противоположным знаком. Кроме того, в параллельных ветвях (не альтернативных) СГ не должен встречаться один и тот же сигнал с любыми знаками.

Некорректности можно обнаружить как по виду СГ, так и с использованием диаграмм Малера, по которым строятся таблицы истинности логических функций [8].

Некорректности устраняются расширением СГ с помощью введения дополнительных сигналов. Существуют методы, позволяющие привести исходное описание к виду, пригодному для реализации, и обеспечивающие введение минимального количества дополнительных сигналов (переменных). При этом можно получить несколько вариантов корректного СГ. Формальные методы синтеза графа существуют и реализованы, однако достижение минимальной сложности реализации — это творческий процесс, поскольку минимальное описание не всегда приводит к минимальной схеме.

Далее корректный СГ переводится в диаграмму Малера, по которой строятся таблицы истинности функций сигналов и находятся сами функции. Это первый этап логического синтеза. Далее идет процесс схемотехнической реализации полученных функций. Если каждая из этих функций реализуется одним из базисных элементов, то самосинхронная схема построена. (Имеются в виду базисные элементы самосинхронных схем [8].) В противном случае требуется снова вводить

промежуточные переменные и повторять всю процедуру синтеза.

К сожалению, обычные методы представления таких функций в виде суперпозиции функций базисных элементов непригодны, так как получающиеся схемы, как правило, не являются схемами, не зависящими от задержек элементов. Таким образом, процесс синтеза схемы, реализующей получаемые при логическом синтезе блоков синхростратума функции, требует особого подхода, основанного на теории самосинхронных схем и отличного от средств и методов синтеза комбинационных схем в синхронных автоматах.

Рассмотрим проектирование синхростратума для асинхронной системы (см. рис. 1, б). Примем для примера, что массив содержит 8 автоматов.

Обозначим:

T_j — сигнал инициализации работы автомата A_j , формируемый блоком S_j синхростратума;

P_j — сигнал ответа автомата A_j о завершении в нем инициированных процессов; сигнал поступает из A_j в S_j .

Сигнальный граф, построенный непосредственно на этих сигналах, не может быть реализован самосинхронной схемой, так как содержит некорректности. Для их исключения требуется введение локальных промежуточных переменных.

В работе [1] приведен правильный СГ для параллельной синхронизации рассматриваемого нами одномерного массива из 8 автоматов. В этом графе для каждого модуля синхростратума S_j введены две промежуточные переменные X_j и Y_j .

С использованием опыта проектирования построен еще один вариант корректного СГ (рис. 2).

В нем введено только по одной промежуточной переменной h_j в каждый модуль S_j синхростратума. Это позволяет упростить систему связей между модулями синхростратума по сравнению с другим решением [1].

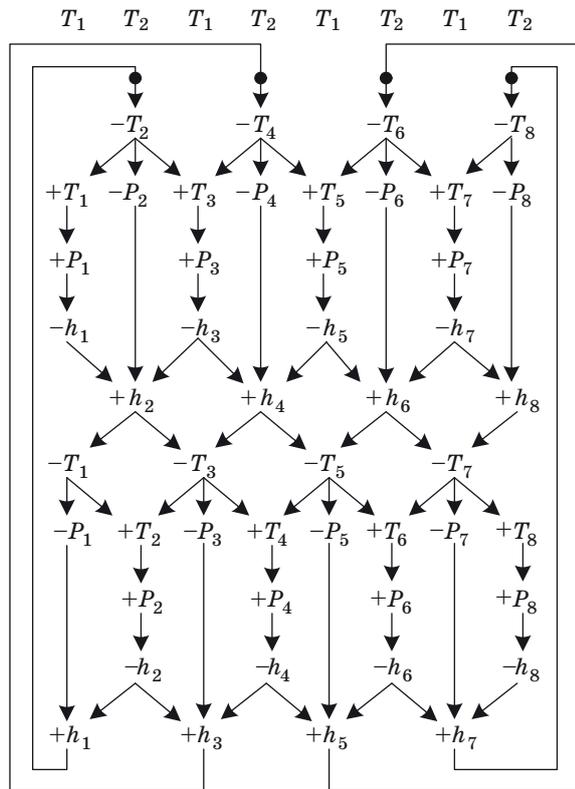
Строка над графом указывает на соответствие локальных сигналов синхростратума сигналам синхронизации T_1 и T_2 прототипа. В самом графе сигналы $\pm T_j$ представляют изменения выходных сигналов модулей S_j синхростратума, иницирующих фазы работы j -го автомата. Сигналы $\pm P_j$ представляют изменения сигналов ответа j -го автомата; сигналы $\pm h_j$ соответствуют изменениям локальных промежуточных переменных h_j .

По СГ на рис. 2 получены следующие собственные функции элементов (функции базисных элементов) модуля S_j синхростратума:

$$T_j = \overline{T_{j-1}} \vee h_{j-1} h_{j+1} \vee T_{j+1};$$

$$h_j = h_{j-1} \vee P_j \vee h_{j+1}.$$

Таким образом, каждый блок S_j синхростратума имеет 2 выхода, на которых формирует сиг-

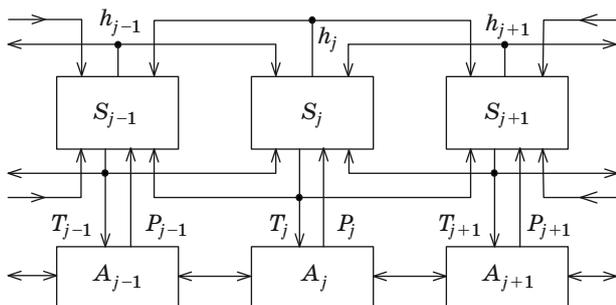


■ Рис. 2. Сигнальный граф для двухтактной двухфазной синхронизации массива из 8 автоматов

налы T_j и h_j , и 5 входов, на которые поступают сигналы: $P_j, h_{j-1}, h_{j+1}, T_{j-1}, T_{j+1}$. Соответствующая структура показана на рис. 3.

Просматривая пути по графу рис. 2, можно определить, что синхростратум добавляет задержку $D_{ss} = 6\tau_{gate}$ (τ_{gate} — задержка одного вентиля) ко времени цикла работы автомата.

Из графа рис. 2 можно также увидеть, что заданный порядок следования событий допускает параллельную работу нечетных и четных автоматов в противоположных фазах синхронизирующих сигналов. Например, рассмотрим строку графа, соответствующую одному моменту логического времени: $+T_1, -P_2, +T_3, -P_4, +T_5, -P_6, +T_7$,



■ Рис. 3. Структура синхростратума в асинхронной системе, соответствующая СГ на рис. 2

$-P_8$. В этот момент нечетные автоматы находятся в фазе «активен», а четные — «пассивен». Такая организация работы системы увеличивает ее производительность.

Спецификация и реализация синхростратума с использованием синхронного прототипа с четырехтактной синхронизацией

Поскольку синхростратум (см. рис. 3) является самосинхронной схемой, его ячейки взаимодействуют друг с другом по принципу «запрос-ответ», т. е. имеют четыре фазы работы: запрос, ответ, снятие запроса, снятие ответа. По этой причине можно сделать предположение, что синхростратум, построенный по прототипу синхронной системы с четырехтактной синхронизацией, будет обладать наименьшей сложностью.

Представим себе четырехтактную синхронизацию, осуществляемую с помощью четырех последовательностей синхросигналов T_1, T_2, T_3 и T_4 , в которых каждая пара импульсов смежных последовательностей перекрывается на половину длительности тактового импульса. Эти синхросигналы изменяются во времени следующим образом:

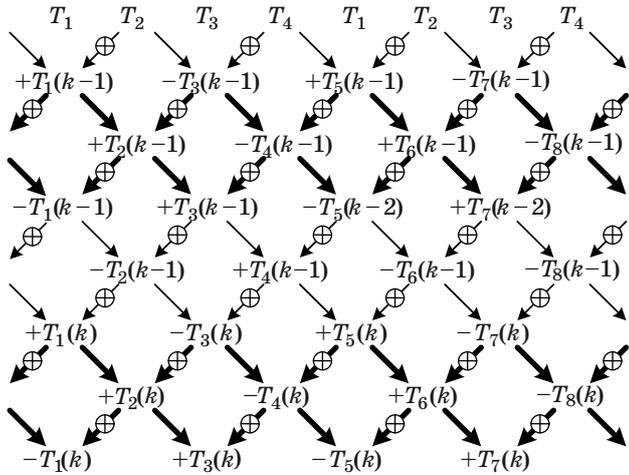
$$(T_1, T_2, T_3, T_4) = (1, 0, 0, 1) \rightarrow (1, 1, 0, 0) \rightarrow (0, 1, 1, 0) \rightarrow (0, 0, 1, 1) \rightarrow (1, 0, 0, 1) \rightarrow \dots$$

Возможность построения синхронной системы прототипа, представляющей одномерный массив взаимодействующих автоматов (см. рис. 1, а), с использованием внешнего генератора указанной последовательности тактовых импульсов не вызывает сомнений.

Для четырехтактной параллельной синхронизации одномерного массива автоматов можно построить СГ, являющийся спецификацией соответствующего синхростратума. На рис. 4 представлен фрагмент развертки такого СГ.

Дадим некоторые пояснения по составлению этого графа. Взаимодействие блока синхростратума S_i с соседними блоками и автоматом A_i (см. рис. 1, б) осуществляется по принципу «запрос-ответ». При этом допускается любая конечная задержка между запросом и ответом, включая нулевую. Рассмотрим вначале спецификацию на синхростратум для случая, когда ответ автомата на запрос приходит без задержки. Это означает, что $P_i = T_i$. Сигналы P_i можем не рассматривать.

В строке над графом на рис. 4 указано соответствие выходных сигналов синхростратума T_j , которые иницируют работу автоматов, синхросигналам прототипа $T_1 - T_4$. Сигналы $\pm T_j(k)$ — изменения T_j в моменты k логического времени. Мы



■ Рис. 4. Развертка сигнального графа для четырехтактной параллельной синхронизации

рассматриваем проектирование синхростратума из 8 автоматов, поэтому $j \in \{1, 2, \dots, 8\}$. Следуя синхронному прототипу, будем считать, что поведение сигналов T_5, T_6, T_7, T_8 в логическом времени полностью совпадает с поведением сигналов T_1, T_2, T_3, T_4 .

При четырехтактной синхронизации для реализации одного шага алгоритма цепочкой автоматов в синхронном прототипе требуется 4 такта. В асинхронной системе реализации $(k-1)$ -го шага алгоритма соответствуют 4 строки событий на рис. 4. Нечетные строки соответствуют изменениям нечетных сигналов, четные — изменениям четных сигналов. Условием изменения сигнала T_j служат события в соседних блоках синхростратума, чему соответствуют дуги графа.

Нетрудно заметить, что 7 строк событий, показанных на графе, соответствуют следующей последовательности вырабатываемых синхростратумом сигналов (T_1, T_2, \dots, T_8):

$$(10011001) \rightarrow (11001100) \rightarrow (01100110) \rightarrow \\ \rightarrow (00110011) \rightarrow (10011001) \rightarrow (11001100) \rightarrow \\ \rightarrow (01100110),$$

представляющей поведение синхронного прототипа, при этом граф не содержит некорrekтностей. Дополнительные переменные и связи в синхростратуме вводить не требуется. Существенно отметить, что при полном соответствии поведения синхронного прототипа и асинхронной системы в логическом времени в физическом времени они ведут себя по-разному.

Символом \otimes маркированы связи, в разрывы которых вставлены автоматы A_j . Вход стрелки в символ \otimes соответствует входу T_j автомата A_j . Выход стрелки из символа \otimes соответствует выхо-

ду P_j автомата A_j . Жирные стрелки, направленные в вершины $+T_j(k)$, определяют условия изменения состояний j -х автоматов в первой фазе их работы; тонкие стрелки, направленные в вершины $-T_j(k)$, определяют условия для запоминания измененных состояний в j -х автоматах во второй фазе их работы.

Из графа рис. 4 следует, что модуль синхростратума реализуется C -элементом с автоматным уравнением

$$T_j' = T_{j-1} \bar{P}_{j+1} \vee T_j (T_{j-1} \vee \bar{P}_{j+1}),$$

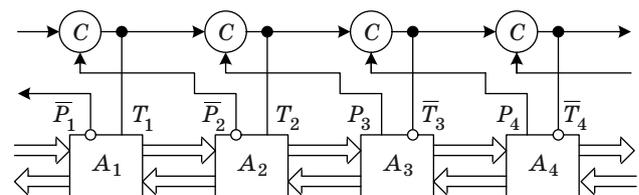
где \bar{P}_{j+1} — сигнал ответа $(j+1)$ -го автомата.

Структура одномерного массива с таким синхростратумом показана на рис. 5.

Вершины графа на рис. 4, в которых изменяются моменты логического времени, вызывают переходы в автоматах. Нетрудно видеть, что смена состояний автоматов с номерами $j = 4l + 1$ и $j = 4l + 2, l = 0, 1, 2, \dots$, осуществляется при $T_j = 1$, а автоматов с номерами $j = 4l + 3$ и $j = 4l + 4, l = 0, 1, 2, \dots$, — при $T_j = 0$. Поэтому для второй пары автоматов в схеме на рис. 5 изменена полярность управляющих сигналов. Заметим, что если тот же синхростратум использовать для волновой синхронизации одномерного массива автоматов [1], то все переходы автоматов осуществляются при $T_j = 1$, т. е. полярность тактирующих сигналов для всех автоматов одинакова.

В структуре рис. 5 дополнительная задержка, вносимая синхростратумом в работу автоматов, равна $D_{ss} = 4\tau_c = 8\tau_{gate}$, где τ_c — задержка C -элемента. Сложность модуля синхростратума определяется сложностью реализации C -элемента (от 8 до 12 транзисторов в КМОП-технологии) и числом проводов, соединяющих его с другими модулями (в данном случае их два).

Последняя схема синхростратума отличается от ранее описанных схем здесь и в работах [1–6] асимметрией взаимодействия ее модулей и способом подключения управляемых ею автоматов. Автоматы A_j вставляются в разрывы проводов сигналов T_j после разветвления (тем не менее, схема остается независимой от задержек в проводах). Асимметрия взаимодействия модулей опре-



■ Рис. 5. Одномерный ГАЛП-массив автоматов для синхронного прототипа с четырехтактной двухфазной синхронизацией

деляет направление распространения синхронизирующих сигналов, и синхростратум является асинхронным конвейером. Это различие становится заметным, если степень вершин графа взаимосоединений автоматов больше, чем два.

В случае произвольного графа взаимосоединений между автоматами при переходе от четырехтактной синхронизации к спецификации синхростратума требуется раскрасить этот граф в четыре цвета. В однородных массивах это сделать достаточно легко, в то время как в произвольном графе взаимосоединений могут возникать конфликты и такое разбиение автоматов на подмножества может оказаться сложной задачей. В этом смысле двухтактная синхронизация предпочтительнее, так как она требует раскраски графа взаимосоединений автоматов только в два цвета, что равносильно построению двудольного графа Кёнига по произвольному графу. Это может быть сделано достаточно просто [1].

Заметим, что при четырехтактной синхронизации пары синхропоследовательностей (T_1, T_3) и (T_2, T_4) являются двухтактными, т. е. можно снова перейти к двухтактной синхронизации автоматов, если использовать для координации взаимодействия автоматов только те выходы синхростратума, которые соответствуют, например, последовательностям T_2 и T_4 . Отсюда следует, что модуль синхростратума для двухтактной синхронизации может быть построен из двух модулей синхростратума для четырехтактной синхронизации, т. е. из двух C -элементов и одного инвертора, как это показано на рис. 6, а.

Преимуществом такой схемы модуля синхростратума является минимум связей с соседними модулями, что в ряде случаев имеет первостепенное значение, например при построении саморемонтирующихся отказоустойчивых систем.

При параллельной синхронизации одномерного массива автоматов синхростратум представляет собой генерирующую структуру. Для осуществления генерации с помощью начальной установки в каждый нечетный модуль записывается со-

стояние $C_1 = C_2 = 1$, а в каждый четный — состояние $C_1 = C_2 = 0$, и синхростратум замыкается в кольцо. При этом необходимо, чтобы кольцо имело четное число модулей.

Очевиден и другой способ организации генерации синхростратумом управляющих сигналов. Вместо замыкания его в кольцо можно организовать генерирующую схему на входе синхростратума, тогда условие четности числа его модулей снимается.

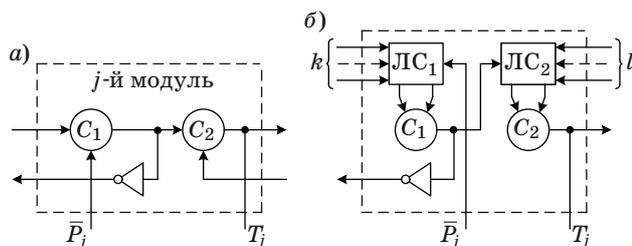
На основе модуля синхростратума для линейного массива автоматов нетрудно построить модуль синхростратума для координации взаимодействия автоматов со структурой межсоединений в виде произвольного графа Кёнига. Структура такого модуля, соответствующего вершине графа с k входными дугами и l выходными дугами, показана на рис. 6, б. Она содержит два двухвходных C -элемента — C_1 и C_2 , инвертор и две логические схемы: $ЛС_1$ осуществляет сжатие $k + 1$ сигналов запроса в два выходных сигнала [8], а $ЛС_2$ сжимает в два выходных сигнала $l + 1$ сигналов ответа.

Еще раз подчеркнем, что синхростратум, построенный из таких модулей в соответствии с произвольным графом Кёнига, может использоваться как для параллельной синхронизации (координации взаимодействия автоматов), так и для волновой. Отличие заключается лишь в назначении моментов логического времени и во внутреннем устройстве (функциях переходов) управляемых автоматов.

Заключение

Конечно, проблема глобальной асинхронной координации (синхронизации) блоков вычислительных и управляющих устройств не закрыта. Предложенный здесь подход, как и любое общее решение, хорош для всех случаев, но может оказаться не лучшим в каждом конкретном случае. Например, использование этого подхода для построения однобитного конвейерного регистра дает более сложные схемы, чем известные реализации асинхронных однобитных конвейеров. Поэтому очень важно понимать, в каких случаях можно ожидать положительных результатов.

На основании проведенных исследований можно сделать заключение, что для любой системы, представляющей собой массив блоков (реализующих информационные процессы) с межблочными соединениями, соответствующими произвольному графу Кёнига, можно спроектировать систему асинхронной глобальной синхронизации. При этом синхронная параллельная система-прототип может иметь любую систему синхронизации от общих часов.



■ Рис. 6. Модуль синхростратума для двухтактной синхронизации прототипа: а — для одномерного массива; б — для массива со структурой межсоединений в виде графа Кёнига

Проектирование системы асинхронной глобальной синхронизации сводится к решению двух задач:

1) в блоках системы необходимо спроектировать средства формирования сигналов окончания иницированного процесса;

2) спроектировать синхростратум, соответствующий синхронному прототипу.

При обсуждении ГАЛП-методологии основное внимание было сфокусировано на «глобальной

асинхронности»; «локальная произвольность» подразумевает широкие возможности по организации взаимодействия между синхростратумом и процессорным стратумом. С этой целью могут быть использованы самосинхронные устройства, токовые сенсоры (в КМОП-схемах ток протекает только во время переходного процесса), старто-стопные локальные генераторы (часы), параллельные инкорпорированные задержки (включая задержки, зависящие от данных) и др.

Литература

1. **Мараховский В. Б., Мелехин В. Ф.** Проектирование средств синхронизации блоков глобально асинхронных систем с произвольной локальной синхронизацией // Информационно-управляющие системы. 2010. № 1. С. 29–38.
2. **Угрюмов Е. П.** Цифровая схемотехника. — СПб.: БХВ-Петербург, 2007. — 800 с.
3. **Varshavsky V. I., Chu T.-A.** Self-Timing — Tools for Hardware Support of Parallel, Concurrent and Event-Driven Process Control: Proc. of the Conf. on Massively Parallel Computing Systems (MPCS). May 1994. P. 510–515.
4. **Varshavsky V. I., Marakhovsky V. B., Chu T.-A.** Logical Timing (Global Synchronization of Asynchronous Arrays) // Parallel Algorithm / Architecture Synthesis: Intern. Symp., Aizu-Wakamatsu, Japan. IEEE CS Press, Mar. 1995. P. 130–138.
5. **Varshavsky V. I., Marakhovsky V. B., Chu T.-A.** Asynchronous Timing of Arrays with Synchronous Prototype: Proc. of the Second Intern. Conf. on Massively Parallel Computing Systems (MPCS'96), Ischia, Italy, May 1996. P. 47–54.
6. **Varshavsky V. I., Marakhovsky V. B.** Global Synchronization of Asynchronous Arrays in Logical Time // Parallel Algorithm / Architecture Synthesis: Proc. of the Second Intern. Symp., Aizu-Wakamatsu, Japan. IEEE CS Press, Mar. 1997. P. 207–215.
7. **Varshavsky V.** Hardware Support of Parallel Asynchronous Processes / University of Technology, Digital Systems Laboratory. — Helsinki, Sept. 1987. Iss. 2. Ser. A: Research Reports. — 235 p.
8. **Варшавский В. И.** и др. Автоматное управление асинхронными процессами в ЭВМ и дискретных системах / Под ред. В. И. Варшавского. — М.: Наука, 1986. — 308 с.

УДК 621.039.564

АВТОМАТНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ ПЛИС В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Ю. Ю. Янкин,

аспирант

ОАО «Концерн «НПО «Аврора»

А. А. Шалыто,

доктор техн. наук, профессор

Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Рассматривается применение автоматного программирования для реализации блоков управления электроприводом, построенных на основе микросхем программируемой логики. Показана эффективность такого подхода. Приведены результаты испытаний блоков.

Ключевые слова — автоматное программирование, конечный автомат, электропривод, программируемые логические интегральные схемы.

Введение

В системах управления техническими средствами кораблей и судов часто возникает необходимость регулирования положения того или иного исполнительного органа. Для решения таких задач могут использоваться различные типы приводов — электромеханический, гидравлический, пневматический и т. д. Каждый из них имеет свои особенности и область применения. В настоящей работе рассматриваются блоки управления электромеханическим приводом на основе специально разработанного для таких электроприводов шагового двигателя (ШД). Указанные блоки могут быть построены на основе аналоговых микросхем, цифровых микросхем низкой степени интеграции, цифровых микросхем высокой степени интеграции или микроконтроллеров. Настоящая работа посвящена автоматной реализации блоков управления электроприводом на основе программируемых логических интегральных микросхем (ПЛИС).

Традиционно их программирование осуществляется с использованием языков описания аппаратуры (Verilog, VHDL), а также функциональных схем. Предлагаемый подход отличается тем, что алгоритм управления электроприводом задается в общем случае в виде системы графов переходов конечных автоматов, как это было предложено в работе [1]. Текст на языке описания аппа-

ратуры, необходимый для синтеза устройства в САПР производителя микросхем программируемой логики, формируется автоматически средствами пакета MATLAB. Предлагаемый подход является развитием автоматного программирования [2] применительно к программированию аппаратуры. Вопрос о применении автоматов при создании программ управления электроприводом для микроконтроллеров описан в работе [3].

Предлагаемый подход

Подход состоит из следующих этапов.

1. Создание схемы связей блока управления с объектом управления и системой верхнего уровня.
2. Разработка перечня и описания входных и выходных переменных.
3. Получение алгоритма работы от Заказчика (в виде словесного описания и временных диаграмм).
4. Эвристическое проектирование системы графов переходов конечных автоматов.
5. Отображение графов переходов с использованием пакета Stateflow, входящего в состав MATLAB, по методике, изложенной в работе [4].
6. Разработка модели объекта управления средствами MATLAB-Simulink.
7. Комплексное моделирование системы автоматов и объекта управления с получением временных диаграмм работы.

8. Сравнение результатов моделирования с требуемым алгоритмом работы. Если результаты моделирования не удовлетворяют требованиям Заказчика, то необходимо вернуться к этапу проектирования графов переходов.

9. Реализация системы графов переходов, представленных в Stateflow на языке описания аппаратуры (Verilog, VHDL), с помощью интерпретатора пакета HDL Coder, входящего в MATLAB.

10. Моделирование полученной программы с использованием САПР производителя ПЛИС или другой системы HDL-моделирования, например ModelSim.

11. Компиляция и последующая загрузка в целевую аппаратуру.

При разработке с использованием автоматов отладка либо занимает меньше времени, чем при традиционном подходе, либо она вообще отсутствует, так как автоматы обычно сразу работают в соответствии с требуемым алгоритмом. При этом отметим, что один и тот же автомат может быть использован как для получения исполняемого кода на языках программирования (C++), так и для получения описания устройства на языках описания аппаратуры, таких как, например, Verilog, VHDL.

Применение предлагаемого подхода исключает трудоемкий и обычно приводящий к большому числу ошибок процесс ручного программирования.

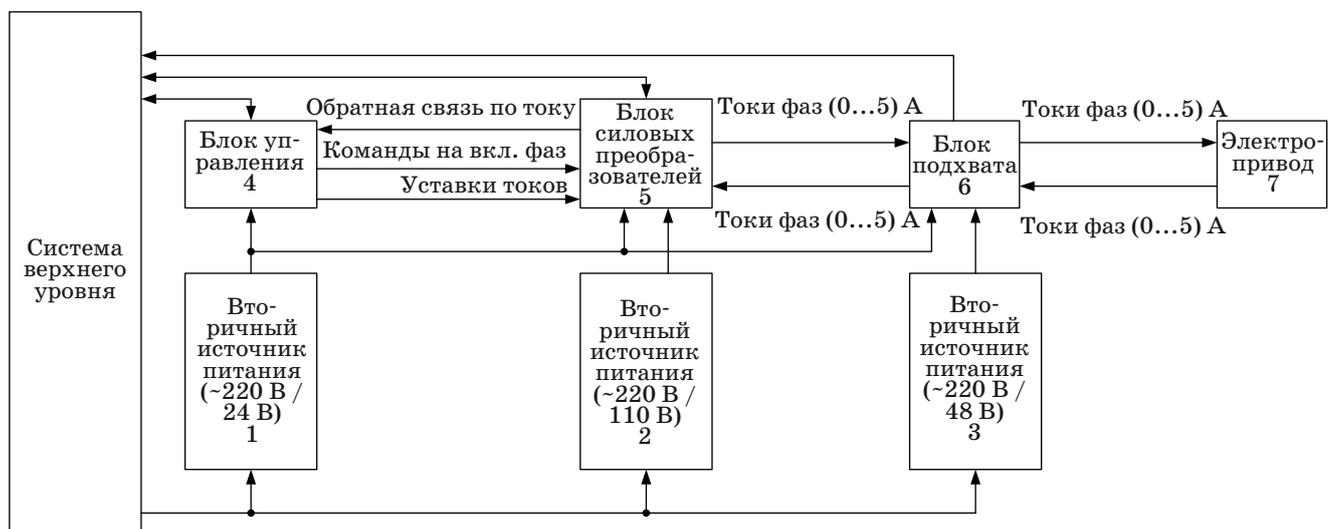
Реализации канала управления электроприводом на основе шагового двигателя с использованием предлагаемого подхода

Структурная схема канала управления электроприводом на основе четырехобмоточного ШД показана на рис. 1.

Вторичный источник питания 1 предназначен для формирования напряжения питания внутренних цепей блоков 4–6; источник 2 — для питания силового преобразователя блока 5; источник 3 — для питания силового преобразователя блока 6; блок управления 4 — для формирования режимов работы электропривода и уставок токов фаз ШД в соответствии с сигналами, поступающими из системы верхнего уровня; блок силовых преобразователей 5 — для формирования токов фаз ШД в соответствии с уставками, поступающими из блока управления, контроля их достоверности и формирования некоторых режимов работы электропривода в случае отказа блока управления, а блок подхвата 6 — для контроля токов, формируемых блоком силовых преобразователей 5, и «подхвата» токов фаз ШД в случае отказа блока 5. В настоящей работе структура канала управления и блоки типов 1–3, 6 не рассматриваются.

Блок управления 4 (рис. 2) содержит два функциональных узла, первый из которых (узел УФ1) предназначен для формирования режимов работы электропривода и уставок токов фаз, а второй (узел УК1) — для контроля исправности блока управления и блока силовых преобразователей. Для этого используется обратная связь по токам фаз ШД.

Блок силовых преобразователей 5 содержит три функциональных узла (рис. 3). Первый из них (узел УФ2) предназначен для контроля достоверности сигналов, поступающих из блока управления, и формирования некоторых режимов работы электропривода в случае отказа блока управления, второй (узел УК2) — для контроля исправности блока силовых преобразователей 5 и линий связи с ШД, а третий (узел УУ) — для формиро-



■ Рис. 1. Структурная схема канала управления

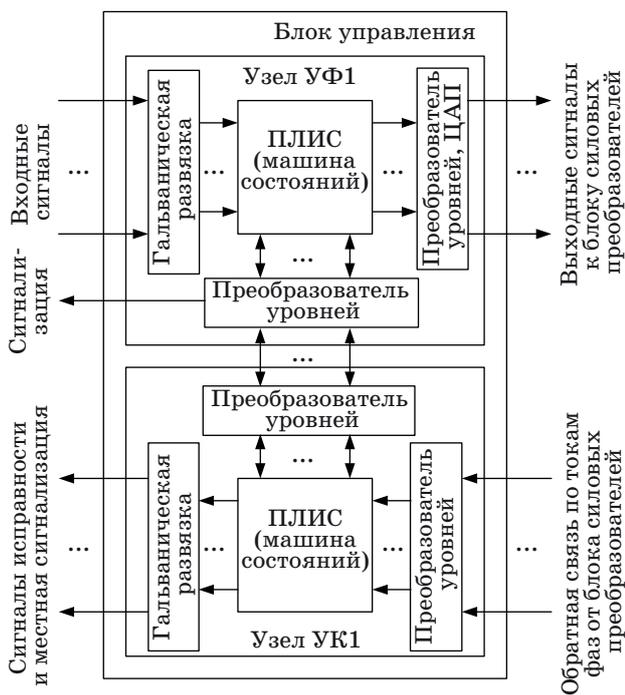


Рис. 2. Структурная схема блока управления

вания токов фаз ШД и контроля исправности силового преобразователя.

Модель фрагмента канала управления, содержащего блоки управления 4, силовых преобразователей 5 и нагрузку 7, показана на рис. 4. Модель реализована в среде MATLAB-Simulink с использованием таких его расширений как Power Systems Blockset, Stateflow, HDL Coder.

Подсистема *Inputs* на рис. 4 предназначена для моделирования части входных переменных модели блока управления 4, представленного в виде подсистемы *Type 4*. Подсистема *Type 5 and Load* содержит модель блока силовых преобразователей 5 и нагрузку 7. В качестве выходных переменных на блоки регистрации *Commands'n'References* и *Indicators* выведены следующие переменные и сигналы:

Type 4.z5, Type 4.z6 — внутренние переменные блока управления, определяющие направление движения;

CF1&FCF1...CF4&FCF4 — дискретные сигналы на включение фаз и дискретные сигналы обратной связи по току;

RF1&CuF1...RF4&CuF4 — уставки и токи фаз;

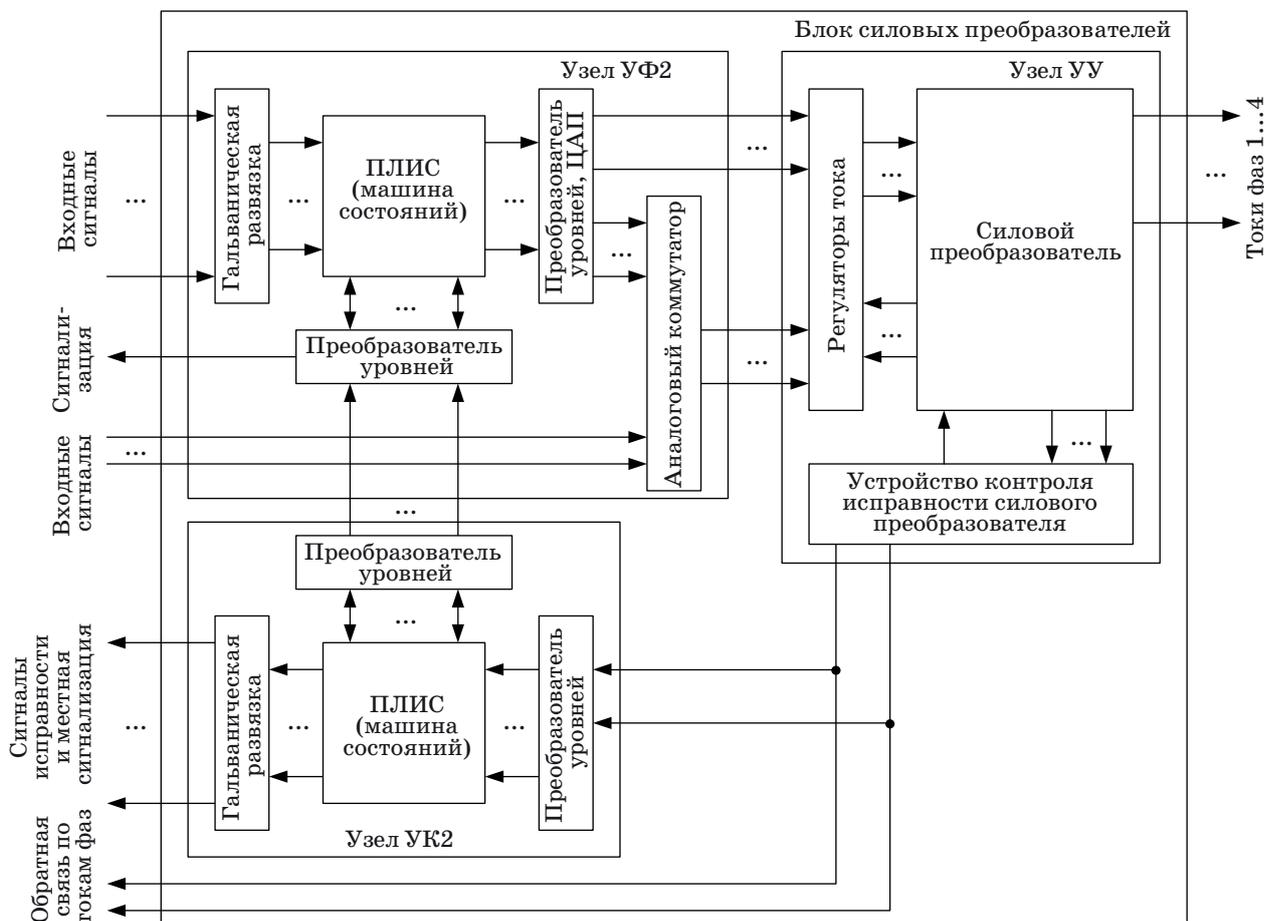
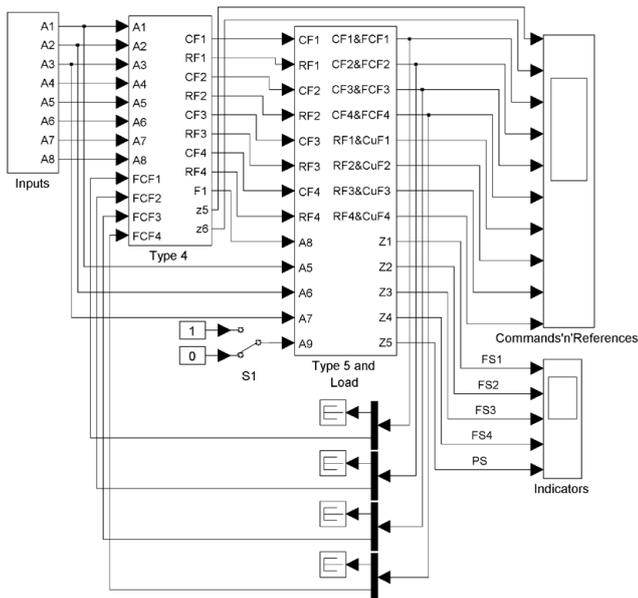


Рис. 3. Структурная схема блока силовых преобразователей



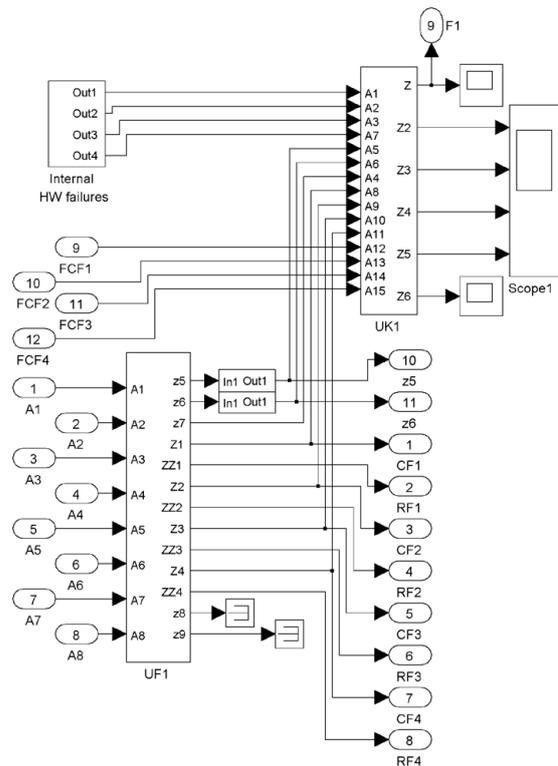
■ Рис. 4. Модель фрагмента канала

FS1, FS2, FS3, FS4, PS — сигналы и индикация неисправности блока силовых преобразователей.

Модель подсистемы *Type 4* представлена на рис. 5.

Блок *Internal HW failures* предназначен для имитации внутренних аппаратных неисправностей блока управления 4, например отсутствия вторичного электропитания, неисправности тактового генератора и т. п. Модели поведения узлов *УФ1, УК1* реализованы в виде *машин состояний UF1, UK1* соответственно.

Подсистема *Type 5 and Load* (см. рис. 4) содержит модели поведения узлов *УФ2, УК2*, выполненные аналогично моделям *UF1, UK1*, а также модель узла *УУ*. На рис. 6 представлена модель одного из четырех каналов узла *УУ*. Она содержит модель регулятора тока с широтно-импульсным модулятором (ШИМ) — *PI&PWM1*, модель силового преобразователя *HB1*, аналоговый коммутатор *SW1*, блок согласования шага интегрирова-



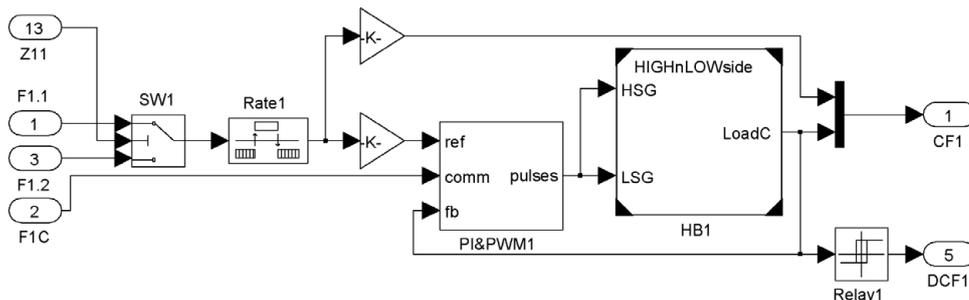
■ Рис. 5. Модель подсистемы *Type 4*

ния *Rate1* и пороговое устройство *Relay1*, предназначенное для реализации дискретной обратной связи по току.

Подсистема *PI&PWM1* (рис. 7) содержит пропорциональный интегральный регулятор тока — блок *PI* и ШИМ — блоки *SAW, CMP*, модель датчика тока *CS*. Выходными сигналами являются импульсы управления силовыми транзисторными ключами.

Модель *HB1* (рис. 8) состоит из модели источника напряжения 1 (см. рис. 1) — блок *VDC*, модели силового преобразователя *M1, M2, D1, D2, CM1* и нагрузки *RL1*.

Всего в системе содержится *четыре машины состояний UF1, UK1, UF2, UK2*, описывающие



■ Рис. 6. Модель одного канала узла *УУ*

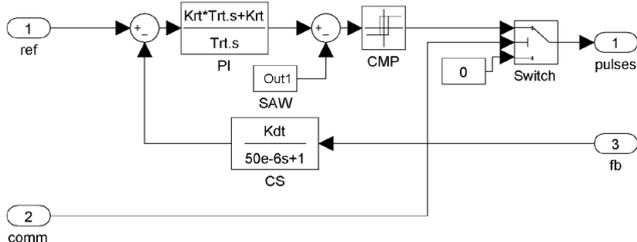


Рис. 7. Подсистема PI&PWM1

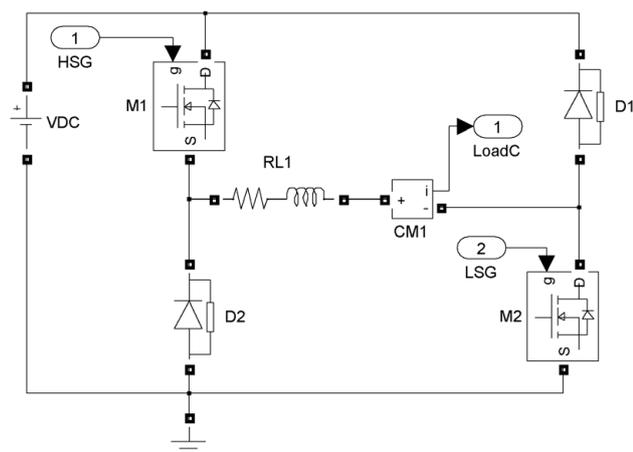


Рис. 8. Модель одного канала силового преобразователя HВ1 с нагрузкой

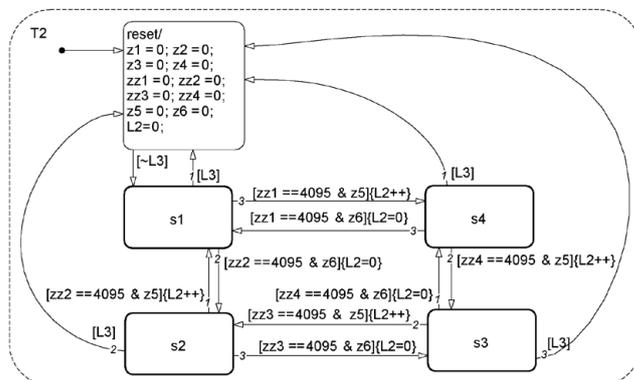
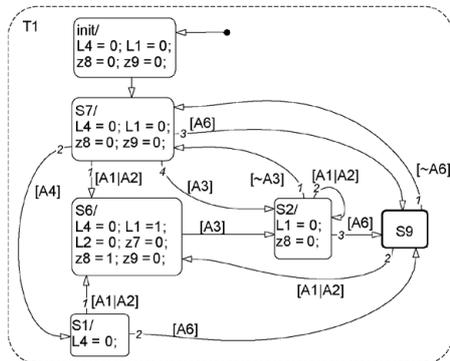


Рис. 9. Машина состояний UF1

truth table	function C1 = f1	function C2 = f2	function C3 = f3	function C4 = f4
t = tt1(b1,b2,b3,b4,b5,b6,b7,b8)	function C5 = f5			

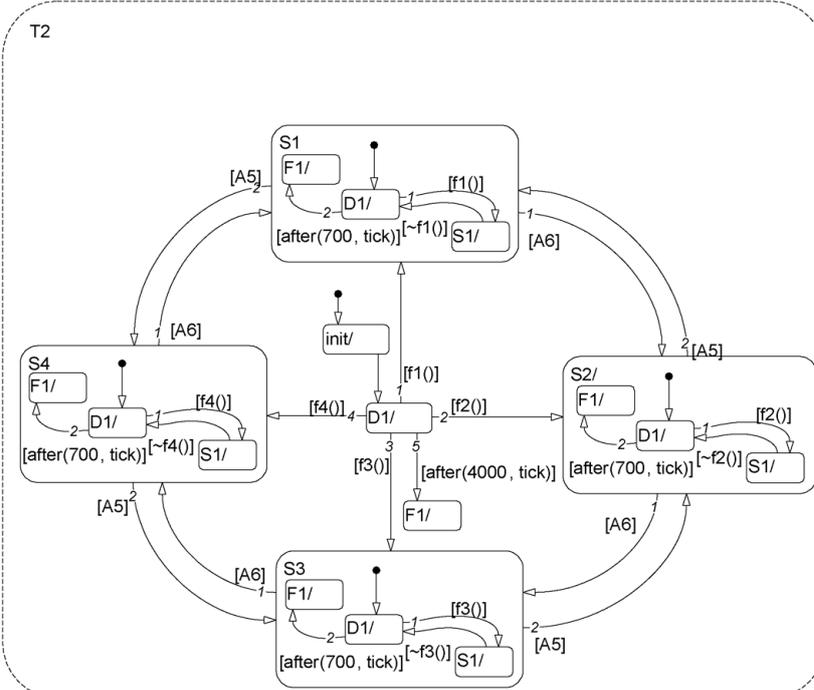
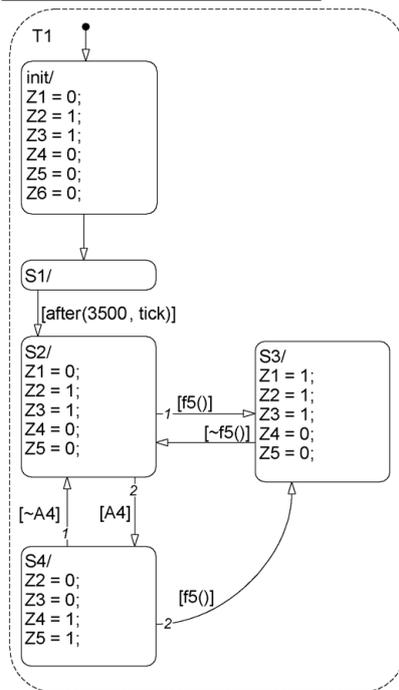
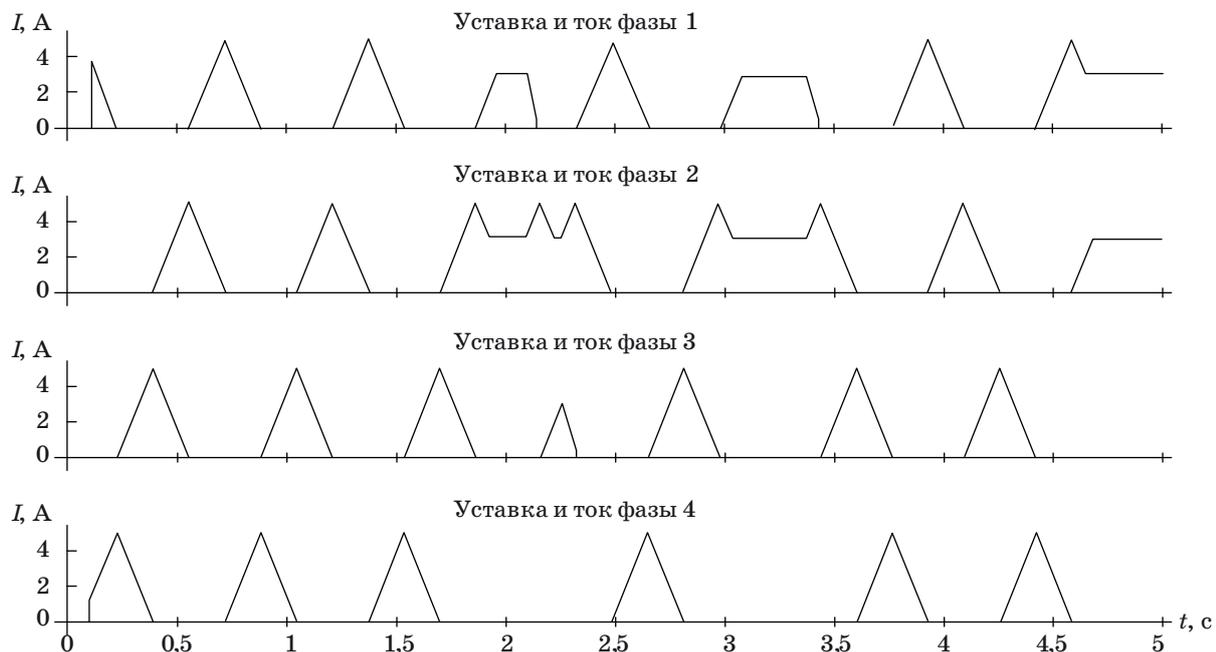
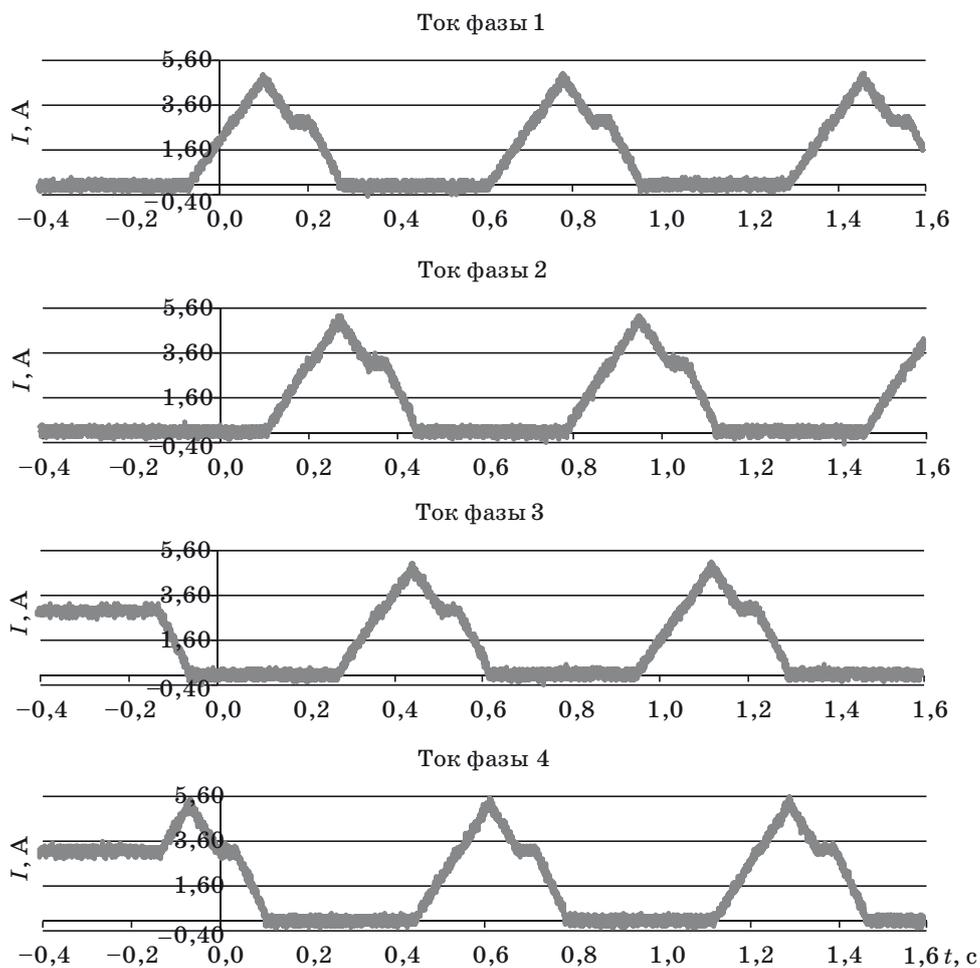


Рис. 10. Машина состояний UK1



■ Рис. 11. Результаты моделирования



■ Рис. 12. Результаты испытаний

поведение узлов УФ1, УК1, УФ2, УК2 соответственно. Машины состояний UF1 (рис. 9), UK1 (рис. 10), UK2 содержат по два гиперсостояния T1, T2, а машины узла UF2 — три гиперсостояния T1, T2, T3. При этом отметим, что гиперсостояние UF1.T1 содержит один вложенный конечный автомат S9, гиперсостояние UF1.T2 — четыре вложенных автомата S1, S2, S3, S4, гиперсостояние UF2.T2 — четыре вложенных автомата, а гиперсостояния UK1.T1, UK1.T2, UF2.T1, UF2.T3, UK2.T1, UK2.T2 не содержат вложенных автоматов. Таким образом, система состоит из 18 конечных автоматов.

Результаты моделирования в одном из режимов представлены на рис. 11.

Из их рассмотрения следует, что блоки отработали 12 шагов рабочего органа в прямом направлении, после небольшой паузы — один шаг в обратном, пять шагов — в прямом, а затем после паузы восемь шагов — в обратном и остановились в режиме удержания на фазах 1 и 2.

Результаты испытаний

Испытания опытного образца проводились в условиях стенда, блоки были установлены в штатный прибор, использовались штатные источники вторичного электропитания. В качестве нагрузки для модулей был использован штатный электропривод с нагрузочным устройством, обеспечивающим номинальную нагрузку на валу двигателя.

Из рассмотрения результатов испытаний (рис. 12) следует, что в начальный момент времени модули находились в режиме удержания на фазах 3 и 4, а затем они отрабатывают отдельные

шаги с выходом на ток удержания после окончания каждого шага; такой режим работы определяется входными сигналами из системы верхнего уровня. Сравнение графиков на рис. 11 и 12 показывает, что результаты моделирования и испытаний практически совпадают.

В заключение раздела отметим, что, несмотря на наличие достаточно большого числа автоматов в системе, особых проблем с отладкой не было. Это объясняется такими особенностями структуры автоматной части системы, как иерархичность, параллельность автоматов и состояний, а также вложенностью.

В ходе проектирования и испытаний система существенно эволюционировала, начав с шести автоматов. При этом каждое расширение ее функциональности происходило достаточно просто. Поэтому излагаемый подход может быть назван *ориентированным на внесение изменений*.

Заключение

Применение автоматного программирования по сравнению с традиционным подходом, состоящим в непосредственном программировании на языке описания аппаратуры, является более наглядным, доступным для интуитивного понимания, хорошо документируется, легко модернизируется человеком, который даже не принимал участия в разработке. Процесс программирования ПЛИС с применением автоматов формализован, что облегчает его использование и уменьшает число ошибок. При таком подходе возможно также применение методов формальной верификации программного обеспечения.

Литература

1. Harel D. Statecharts: A Visual Formalism for Complex Systems // Science of Computer Programming. 1987. Vol. 8. P. 231–274.
2. Поликарпова Н. И., Шалыто А. А. Автоматное программирование. — СПб.: Питер, 2010. — 176 с.
3. Козаченко В. Ф. Эффективный метод программной реализации дискретных управляющих автоматов во встроенных системах управления / Элект-
4. Basic Workflow for Building a Stateflow Chart / R2010b MathWorks Documentation. <http://www.mathworks.com/help/toolbox/stateflow/gs/bqnmvk8.html> (дата обращения: 26.10.2010).

ропривод и автоматика. http://www.motorcontrol.ru/publications/state_machine.pdf (дата обращения: 25.10.2010).

УДК 681.45

УПРОЩЕНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ПРИЕМНОГО ОБЪЕКТИВА В ЦИФРОВЫХ КАМЕРАХ ЗА СЧЕТ АППАРАТНОЙ И ПРОГРАММНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ЕГО АБЕРРАЦИЙ

Р. В. Анитропов,

инженер

В. Н. Васильев,

доктор техн. наук, профессор

В. А. Зверев,

доктор техн. наук, профессор

И. Л. Лившиц,

старший научный сотрудник

Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

М. Б. Сергеев,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Унчун Чо,

доктор техн. наук, профессор

Корейский политехнический университет

Представлены теоретические основы проектирования однолинзового объектива типа «плананастигмат», применение которого в цифровых камерах позволяет существенно упростить и удешевить их устройство. Практический пример подтверждает полученные теоретические соотношения и облегчает компьютерное моделирование аналогичных устройств.

Ключевые слова — объектив, плананастигмат, асферические поверхности, aberrации, цифровые мегапиксельные камеры.

Введение

Использование базовых законов проектирования оптических систем для создания на их основе объективов, содержащих минимальное количество компонентов, наряду с возможностью учета технологических особенностей изготовления этих компонентов, позволяет создавать однолинзовые объективы. При этом единственная линза, aberrации которой практически будут исправлены, облегчает программную компенсацию оставшихся aberrаций и позволяет получить оптико-электронную систему с качеством изображения, близким к дифракционному пределу. Очевидно, что такие линзы имеют асферические поверхности, применение которых является рациональным и не усложняет техноло-

гию производства оптики из пластических материалов.

В настоящей статье рассматриваются теоретические основы проектирования однолинзового объектива типа «плананастигмат» и приводится практический пример его реализации для цифровых мегапиксельных видеокамер.

Теоретические соотношения, обеспечивающие аппаратную компенсацию aberrаций

Тонкую линзу с помощью углов α , образованных осевым виртуальным (нулевым) лучом с оптической осью, можно записать в следующем виде:

$$\begin{array}{ccc} \alpha_1 = 0 & & n_1 = 1 \\ \alpha_2 = \alpha & d = 0 & n_2 = n \\ \alpha_3 = 1 & & n_3 = 1 \end{array}$$

Первичная сферическая аберрация изображения, образованного тонкой линзой, определяется коэффициентом S_I^* [1]:

$$S_I^* = B_0 = Q_1 + Q_2,$$

где

$$Q_i = P_i + T_i \sigma_i;$$

$$P_i = \frac{(\alpha_{i+1} - \alpha_i)^2}{(v_{i+1} - v_i)^2} (v_{i+1} \alpha_{i+1} - v_i \alpha_i), \quad v_i = \frac{1}{n_i};$$

$$T_i = \frac{(n_{i+1} \alpha_{i+1} - n_i \alpha_i)^3}{(n_{i+1} - n_i)^2};$$

σ_i — коэффициент деформации сферической поверхности [2, 3] в уравнении

$$x_i^2 + y_i^2 = 2r_i z_i - (1 + \sigma_i) z_i^2.$$

В рассматриваемом случае $B_0 = P + T_1 \sigma_1 + T_2 \sigma_2$, где

$$P = P_1 + P_2 = \frac{n(2+n)\alpha^2 - n(2n+1)\alpha + n^2}{(n-1)^2}; \quad (1)$$

$$T_1 = \frac{n^3 \alpha^3}{(n-1)^2}; \quad (2)$$

$$T_2 = \frac{(1-n\alpha)^3}{(n-1)^2}. \quad (3)$$

Первичная кома изображения, образованного тонкой линзой, определяется при $B_0 = 0$ коэффициентом

$$S_{II}^* = K_0 = -W_1 - W_2,$$

где

$$W_i = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{v_{i+1} - v_i} (v_{i+1} \alpha_{i+1} - v_i \alpha_i).$$

В рассматриваемом случае $K_0 = -\frac{n-(n+1)\alpha}{n-1}$. При $K_0 = 0$ угол

$$\alpha = \frac{n}{n+1}. \quad (4)$$

Подставив это соотношение в выражения (1)–(3), при $B_0 = 0$ получаем

$$(n^2 - n - 1)^3 \sigma_2 - n^3 \sigma_1 = n + 1. \quad (5)$$

Соотношение (4) и уравнение (5) определяют условие отсутствия первичной сферической аберрации и первичной комы в изображении, образованном тонкой линзой. При этом коэффициенты деформации поверхностей линзы могут принимать любые значения, удовлетворяющие уравнению (5).

Пусть $\sigma_1 = 1$. Тогда $\sigma_2 = \frac{n+1}{(n^2 - n - 1)^3}$. Легко убедиться, что если показатель преломления мате-

риала линзы удовлетворяет условию $1,618 \leq n < \infty$, то $\infty \geq \sigma_2 > 0$. Следовательно, вторая поверхность линзы будет иметь форму сплюснутого сфероида. При $n < 1,618$ коэффициент деформации второй поверхности линзы будет удовлетворять условию $-\infty < \sigma_2 < -1$. В этом случае поверхность линзы будет иметь форму гиперболоида вращения.

Пусть $\sigma_2 = 0$. Тогда $\sigma_1 = -\frac{n+1}{n^3}$. Легко убедиться, что при $n = 1,32472$ коэффициент $\sigma_1 = -1$. При этом первая поверхность линзы имеет форму гиперболоида вращения. При $1,32472 \leq n < \infty$ значения коэффициента σ_1 должны удовлетворять условию $-1 \leq \sigma_1 < 0$, что соответствует эллипсоидной форме первой поверхности линзы.

Первичный астигматизм изображения определяется при $B_0 = 0$ и $K_0 = 0$ коэффициентом

$$S_{III}^* = C_0, \quad \text{где } C_0 = \sum_{i=1}^{i=2} \frac{v_{i+1} \alpha_{i+1} - v_i \alpha_i}{h_1}.$$

В рассматриваемом случае при $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_3 = 1$ высота $h_1 = f'$. При оптической силе линзы $\varphi = 1$ высота $h_1 = 1$. Тогда $C_0 = 1$. Пецвалева кривизна поверхности изображения определяется коэффициентом $S_{IV}^* = D_0$, где

$$D_0 = \sum_{i=1}^{i=2} \frac{n_{i+1} - n_i}{n_{i+1} n_i r_i} = \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\varphi}{n},$$

$$\varphi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Следовательно, при $\varphi = 1$ коэффициент $D_0 = \frac{1}{n}$, при этом астигматизм и кривизна поверхности изображения соответственно равны [1]:

$$z'_s - z'_m = f' w^2;$$

$$z'_p = -\frac{1}{2n} f' w^2.$$

Итак, в изображении, образованном тонкой линзой, деформацией одной из сферических поверхностей можно компенсировать сферическую аберрацию изображения, а прогибом линзы (изменением угла α) — кому изображения. При этом остаются не компенсированными остаточный астигматизм и кривизна поверхности изображения. При сравнительно большом расстоянии между вершинами поверхностей появляются дополнительные коррекционные возможности, анализ которых имеет практический интерес.

Представим линзу конечной толщины углами α в виде

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 0 & & n_1 = 1 \\ \alpha_2 = \alpha & d_1 = d & n_2 = n \\ \alpha_3 = 1 & & n_3 = 1 \end{array}$$

При условиях, аналогичных рассмотренным выше, пещвалева кривизна поверхности изображения и в этом случае определяется коэффициентом S_{IV}^* . Положив $S_{IV}^* = 0$, получаем линзу с равными радиусами кривизны поверхностей: $r_1 = r_2 = r$. Оптическая сила такой линзы

$$\varphi = (n-1)^2 \frac{d}{nr^2}.$$

Выразим толщину линзы через радиус кривизны поверхностей линзы в виде $d = kr$. Тогда при $\varphi = 1$ получаем

$$r = \frac{(n-1)^2}{n} k. \quad (6)$$

Известно [4], что $n_{i+1}\alpha_{i+1} - n_i\alpha_i = h_i \frac{n_{i+1} - n_i}{r_i}$. В соответствии с этой формулой для первой поверхности имеем $n\alpha = h_1 \frac{n-1}{r_1} = \frac{n-1}{r}$. При этом

$$r = \frac{n-1}{n\alpha}. \quad (7)$$

Приравняв правые части выражений (6) и (7), получаем

$$\alpha = \frac{1}{k(n-1)}. \quad (8)$$

Тогда $h_2 = h_1 - \alpha d = 1 - \alpha kr$. Учитывая выражения (7) и (8), получаем

$$h_2 = \frac{n - (n-1)k}{n}. \quad (9)$$

Выражения коэффициентов, определяющих aberrации изображения, образованного рассматриваемой линзой, принимают вид

$$B_0 = h_1 Q_1 + h_2 Q_2 = Q_1 + h_2 Q_2;$$

$$K_0 = -W_1 - W_2 + h_2 S_2 Q_2; \quad (10)$$

$$C_0 = \frac{n^2 - 1}{n^2 - n(n-1)k} - 2S_2 W_2 + h_2 S_2^2 Q_2, \quad (11)$$

где

$$S_i = \sum_{k=2}^{k=i} \frac{d_{k-1}}{n_k h_k h_{k-1}}; \quad S_2 = \frac{d}{nh_2}.$$

Применив формулы (6) и (9), получаем

$$S_2 = \frac{(n-1)^2}{n} \frac{k^2}{n - (n-1)k}. \quad (12)$$

Из выражения (10) при $K_0 = 0$ находим, что

$$Q_2 = \frac{W_1 + W_2}{h_2 S_2}. \quad (13)$$

Подставив это соотношение в выражение (11), при $C_0 = 0$ получаем

$$S_2(W_2 - W_1) = \frac{n^2 - 1}{n^2 - n(n-1)k}. \quad (14)$$

С другой стороны, в этом выражении

$$W_2 - W_1 = \frac{n(n-1)^2 k^2 - (n^2 - 1)k + 2}{(n-1)^3 k^2}.$$

Тогда, применив выражение (12), получаем

$$S_2(W_2 - W_1) = \frac{1}{n(n-1)} \frac{n(n-1)^2 k^2 - (n^2 - 1)k + 2}{n^2 - n(n-1)k}. \quad (15)$$

Приравняв правые части выражений (14) и (15), получаем уравнение следующего вида:

$$k^2 - \frac{n+1}{n(n-1)} k - 1 + \frac{1+n(2-n)}{n(n-1)^2} = 0. \quad (16)$$

Полученное уравнение при выбранном значении показателя преломления позволяет найти значение коэффициента k . Однако следует заметить, что это уравнение имеет решение при $n > 1,602$ [5].

Выражение, определяющее коэффициент B_0 , можно представить как $B_0 = P_1 + T_1 \sigma_1 + h_2 Q_2$. Положив в этом выражении $B_0 = 0$, находим, что коэффициент деформации первой поверхности линзы

$$\sigma_1 = -\frac{1}{T_1} (P_1 + h_2 Q_2). \quad (17)$$

Здесь параметр $P_1 = \frac{n\alpha^3}{(n-1)^2}$, а параметр T_1 определяется формулой (2). При этом выполняется соотношение $\frac{P_1}{T_1} = \frac{1}{n^2}$. Применив формулу (8), находим, что $T_1 = \frac{n^3}{(n-1)^5 k^3}$. Высота h_2 определяется формулой (9). Раскрыв величины, входящие в выражение (13), получаем

$$Q_2 = \frac{n^2}{(n-1)^4} \frac{n(n-1)k - n - 1}{k^3}.$$

При этом выражение (17) можно преобразовать к виду

$$\sigma_1 = \frac{(n-1)^3}{n} \left[k^2 - \frac{n-1}{n} \frac{n^3 - 1}{(n-1)^3} k + \frac{n^3 - n - 1}{n(n-1)^3} \right]. \quad (18)$$

Параметр $Q_2 = P_2 + T_2 \sigma_2$ [6]. Отсюда находим, что коэффициент деформации второй поверхности линзы

$$\sigma_2 = \frac{1}{T_2} (Q_2 - P_2). \quad (19)$$

Параметр $P_2 = n \frac{(1-\alpha)^2}{(n-1)^2} (n-\alpha)$, а параметр T_2 определяется формулой (3). Применив формулу (8), находим

$$P_2 = \frac{n}{(n-1)^5 k^3} \times$$

$$\times [n(n-1)^3 k^3 - (n-1)^2 (1+2n)k^2 + (n-1)(2+n)k - 1];$$

$$T_2 = \frac{[(n-1)k - n]^3}{(n-1)^5 k^3}.$$

При этом выражение (19) можно преобразовать к виду

$$\sigma_2 = \frac{n(n-1)^3}{[n - (n-1)k]^3} \times$$

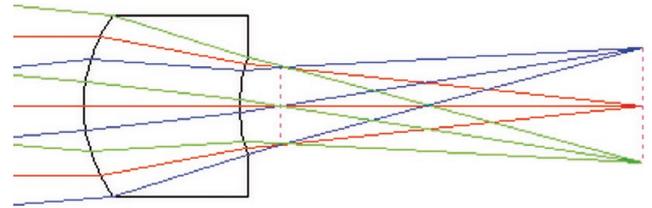
$$\times \left[nk^3 - \frac{1+2n}{n-1} k^2 + \frac{n^3-1}{(n-1)^3} (2-n)k + \frac{n^3-n-1}{(n-1)^3} \right]. \quad (20)$$

Пример реализации однолинзового объектива типа «плананастигмат»

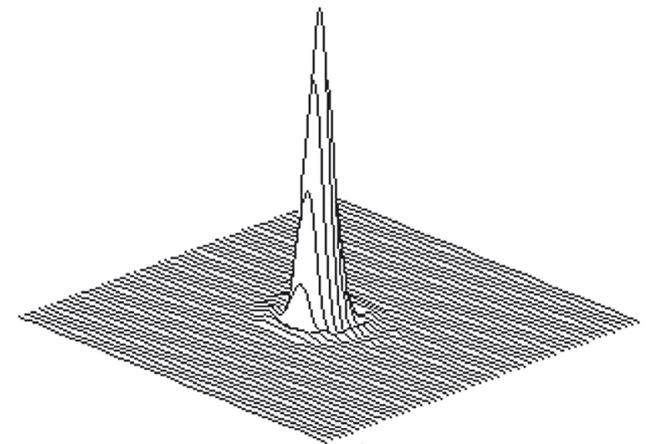
Выберем для примера в качестве материала линзы стекло ТК8 ($n_e = 1,61675$). При этом для коррекции хроматических аберраций возможно введение в линзу в сочетании со стеклом Ф1 ($n_e = 1,61688$) так называемой хроматической преломляющей поверхности [2]. Подставив значение $n_e = 1,61675$ в уравнение (16), получаем два решения: $k_1 = 1,6090$ и $k_2 = 1,0153$. Выбираем $k = 1,0153$. В соответствии с формулой (6) находим, что при $f' = 10$ мм радиус кривизны поверхностей $r = 2,389$ мм, при этом $d = 2,425$ мм. Используя формулы (18) и (20), находим коэффициенты деформации сферических поверхностей линзы: $\sigma_1 = -0,008$; $\sigma_2 = 2,664$. Вычисленные значения параметров позволяют определить форму первой поверхности линзы уравнением $x^2 + y^2 = 4,778z - 0,992z^2$, а форму второй поверхности — уравнением $x^2 + y^2 = 4,778z - 3,664z^2$.

В результате компьютерной оптимизации по критерию качества изображения форма первой поверхности не изменилась, а форма второй поверхности стала определяться уравнением $x^2 + y^2 = 4,778z - 3,538z^2$, т. е. изменилась весьма незначительно. На рис. 1 представлена оптическая схема однолинзового объектива, рассчитанного по предлагаемому методу, а на рис. 2 — функция дифракционного рассеяния точки, подтверждающая качество изображения оптической системы, близкое к идеальному.

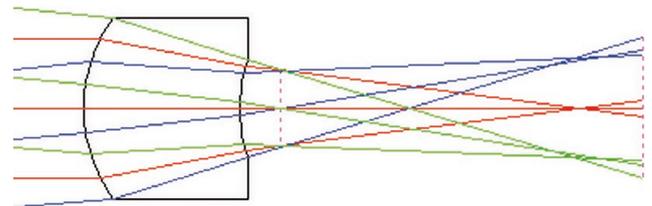
Аналогичные характеристики для объектива, не содержащего асферическую поверхность, показаны на рис. 3, 4. При сравнении технических



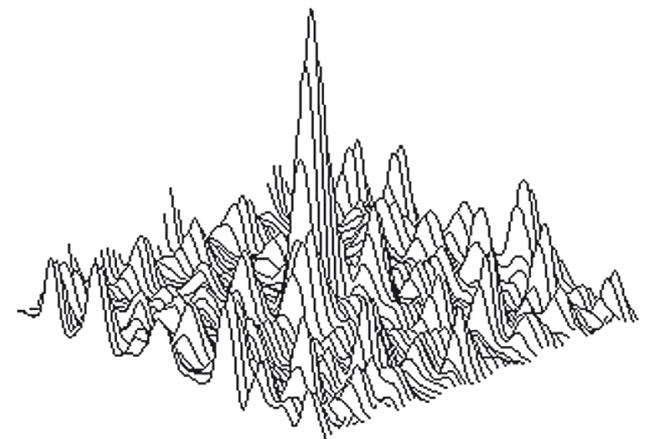
■ Рис. 1. Оптическая схема объектива «плананастигмат» с одной асферической поверхностью 2-го порядка



■ Рис. 2. Дифракционная функция рассеяния точки, подтверждающая качество изображения объектива, представленного на рис. 1



■ Рис. 3. Объектив без асферик



■ Рис. 4. Дифракционная функция рассеяния точки, иллюстрирующая низкое качество изображения однолинзового объектива

решений, представленных на рисунках, становится очевидным преимущество предлагаемой оптической схемы для использования приемного объектива в цифровых камерах.

Полученные результаты выполненного исследования аберрационных свойств однолинзовой оптической системы позволяют сделать следующие выводы:

— в изображении, образованном тонкой линзой, при несферической форме хотя бы одной из поверхностей и определенном ее прогибе возможна только апланатическая коррекция аберраций;

— в изображении, образованном линзой при сравнительно большом расстоянии между вершинами и при несферической форме поверхностей, возможна плананастигматическая коррекция аберраций изображения.

Полученные аналитические соотношения позволяют определить параметры как тонкой линзы, так и линзы при сравнительно большом расстоянии между вершинами поверхностей (толстой линзы).

Заключение

Представленные в статье теоретические основы проектирования однолинзового объектива

типа «плананастигмат» и практический пример его реализации подтверждают возможность создания объективов цифровых мегапиксельных камер, состоящих всего из одной линзы. При этом очевидно, что при использовании пластических материалов для изготовления линз применение асферических поверхностей является рациональным и не усложняет технологию производства оптики.

Деформации пластиковых линз, возникающие при их изготовлении, менее существенно влияют на качество изображения в случае «толстых» линз, описанных в данной работе. Кроме того, при наличии современного программного обеспечения эти деформации, приводящие к изменению формы линзы и, как следствие, ухудшению качества изображения, могут быть не только учтены, но и скомпенсированы на стадии моделирования оптической системы.

Таким образом, предлагаемая методика позволяет учесть базовые законы проектирования оптических систем и создать на их основе эффективные оптические системы, содержащие минимальное количество компонентов с возможностью учета технологических особенностей изготовления этих систем в условиях массового производства.

Литература

1. Зверев В. А. Основы геометрической оптики / СПбГУ ИТМО (ТУ). — СПб., 2000. — 218 с.
2. Чуриловский В. Н. Теория хроматизма и аберраций третьего порядка. — Л.: Машиностроение, 1968. — 312 с.
3. Зверев В. А., Кривоустова Е. В. Опотехника несферических поверхностей: учеб. пособие. — СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. — 203 с.
4. Чуриловский В. Н. Теория оптических приборов. — М.-Л.: Машиностроение, 1966. — 564 с.
5. Бронштейн И. Г., Лившиц И. Л., Сергеев М. Б., Унчун Чо. Теория и практика расчета малогабаритных объективов для оптико-информационных систем // Информационно-управляющие системы. 2007. № 5. С. 52–55.
6. Анитропов Р. В. и др. Анализ параметрической модели обобщенного триплета и его применение в оптико-информационных системах технологий // Информационно-управляющие системы. 2010. № 1. С. 6–13.

УДК 621.391.15:004.7

АЛГОРИТМ ДЕКОДИРОВАНИЯ С ВВОДОМ СТИРАНИЙ ДЛЯ МПП-КОДОВ, ПОСТРОЕННЫХ НАД ПОЛЕМ $GF(q)$

В. В. Зяблов,

доктор техн. наук, профессор

П. С. Рыбин,

младший научный сотрудник

А. А. Фролов,

младший научный сотрудник

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН

Предложен итеративный алгоритм декодирования для кодов с малой плотностью проверок, способный исправлять как ошибки, так и стирания. Представлена зависимость реализуемых корректирующих свойств данного алгоритма от количества стираний. Проведено сравнение данного алгоритма с мажоритарным алгоритмом для случая, когда присутствуют только ошибки.

Ключевые слова — МПП-код, итеративный алгоритм декодирования, стирание.

Введение

В настоящее время в связи со все более высокими требованиями к скорости передачи данных особенно интересны кодовые конструкции, для которых существуют быстрые алгоритмы кодирования и декодирования. Естественно, что алгоритмы декодирования должны при этом справляться с большим количеством ошибок.

Двоичные коды с малой плотностью проверок (МПП-коды) на четность были предложены Галлагером [1]. Доказано [2] существование МПП-кодов, способных исправить линейно растущее с длиной кода число ошибок при сложности декодирования $O(n \log_2 n)$, где n — длина кода. В настоящее время эти коды используются в стандартах подвижной беспроводной связи (например, LTE), цифровой телефонии; рекомендованы для использования в стандартах оптической связи, спутниковой связи, WiMAX, 802.11n.

Дальнейшее увеличение скорости передачи возможно лишь только с помощью увеличения «плотности» передаваемой информации (числа бит на герц), так как частотный ресурс ограничен. Одним из способов является увеличение мощности алфавита модуляции. Из-за этого особенно интересными становятся двоичные корректирующие коды. В работе [3] построены двоичные МПП-коды и доказан результат, аналогичный результату для двоичных. Описан также мажоритарный алго-

ритм декодирования для двоичных МПП-кодов, являющийся обобщением алгоритма «инвертирования бита» для кодов Галлагера. Этот алгоритм способен исправлять только ошибки, однако в некоторых случаях при передаче данных (например, при передаче на многих частотах) в принятом векторе содержатся как ошибки, так и стирания.

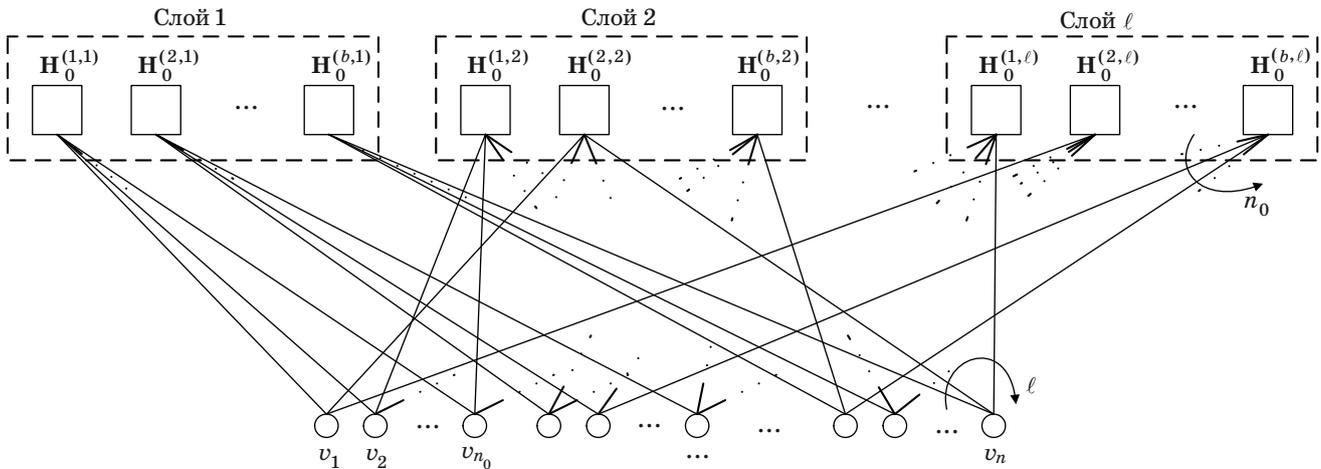
Основной нашей задачей является разработка алгоритма декодирования для МПП-кодов как двоичных, так и двоичных, способного справляться как с ошибками, так и со стираниями в принятом векторе. Также будут приведены исследования реализуемых корректирующих свойств данного алгоритма, частично представленные в работах [4–8].

Структура МПП-кодов

Для построения проверочной матрицы q -ичного МПП-кода C рассмотрим блочную диагональную матрицу H_b , на главной диагонали которой находятся b проверочных матриц H_0 кода-компонента длины n_0 :

$$H_b = \begin{pmatrix} H_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & H_0 \end{pmatrix}_{bm \times bn_0},$$

где m — избыточность кода-компонента ($m = n_0 - k_0$).



■ Рис. 1. Граф Таннера для МПП-кода

Пусть $\phi(\mathbf{H}_b)$ обозначает матрицу, полученную из матрицы \mathbf{H}_b произвольной перестановкой столбцов и умножением их на произвольные ненулевые элементы поля $GF(q)$. Тогда матрица

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \phi_1(\mathbf{H}_b) \\ \phi_2(\mathbf{H}_b) \\ \vdots \\ \phi_\ell(\mathbf{H}_b) \end{pmatrix}_{\ell b m \times b n_0}$$

размером $\ell b m \times b n_0$, составленная из ℓ таких матриц, как слоев, является разреженной проверочной матрицей q -ичного МПП-кода.

Замечание 1. Из определения ясно, что длина построенного кода $n = b n_0$.

Замечание 2. Отметим, что каждый символ принятого вектора проверяется в точности ℓ компонентными кодами (ровно одним в каждом слое).

Графически код C можно представить в виде двудольного графа, называемого графом Таннера, в котором символьные вершины соответствуют символам принятого вектора (имеют степень ℓ), а кодовые вершины соответствуют компонентным кодам и имеют степень n_0 . Пример такого графа приведен на рис. 1.

Нижняя оценка скорости кода C получена в работе [9]:

$$R \geq 1 - \frac{\ell b(n_0 - k_0)}{b n_0} = 1 - \ell(1 - R_0). \quad (1)$$

Равенство достигается в случае полного ранга матрицы \mathbf{H} . Из соотношения (1) получим ограничение для скорости кода-компонента

$$R_0 > 1 - \frac{1}{\ell},$$

т. е. чем больше количество слоев, тем выше должна быть скорость кода-компонента.

В данной работе будут исследованы МПП-коды с кодом-компонентом, имеющим один провероч-

ный символ. Его проверочная матрица \mathbf{H}_0 состоит из ненулевых элементов поля $GF(q)$:

$$\mathbf{H}_0 = \underbrace{(1 \ \alpha \ \dots \ \alpha^{n_0-1})}_{n_0}, \alpha \in GF(q) \setminus \{0\}.$$

Замечание 3. В случае $q = 2$ проверочная матрица кода-компонента имеет вид

$$\mathbf{H}_0 = \underbrace{(1 \ 1 \ \dots \ 1)}_{n_0}.$$

Алгоритм декодирования с вводом стираний

Главная особенность этого алгоритма состоит во введении стираний на места символов, подозрительных на ошибки. На каждой итерации подозрительные символы заменяются стираниями, и далее в пределах этой итерации выполняется только исправление стираний. Стирания, которые были введены и не были исправлены, после итерации удаляются. Эти операции повторяются до тех пор, пока не случится такого, что в процессе итерации мы не исправили ни одного стирания. В результате выдается либо исправленный вектор, либо отказ от декодирования.

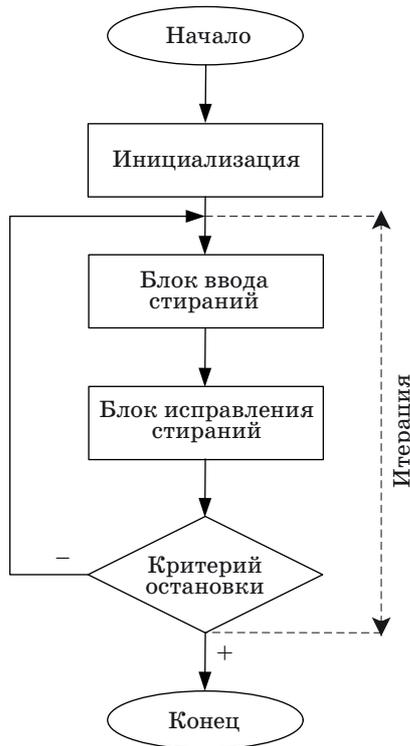
Прежде чем привести формальное описание алгоритма, введем понятие *обобщенного синдрома*. Обобщенный синдром — это вектор, состоящий из синдромов компонентных кодов. Вес обобщенного синдрома — число ненулевых синдромов кодов-компонентов.

Общий случай.

Блок-схема разработанного алгоритма A^* представлена на рис. 2.

Рассмотрим каждый из блоков более подробно.

Инициализация. Вычисляем обобщенный синдром. Он состоит из синдромов компонентных кодов. Если код-компонент содержит стирания,

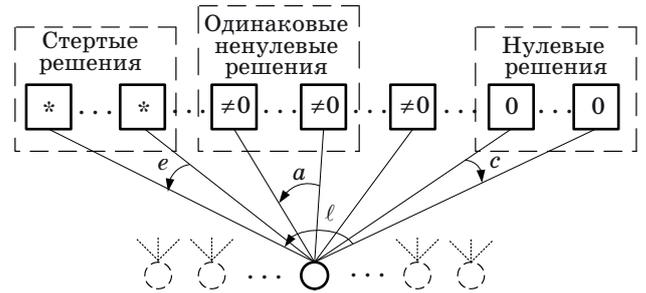


■ Рис. 2. Блок-схема разработанного алгоритма декодирования A^*

то его синдром не вычисляется и считается стертым.

Ввод стираний. Для каждого нестертого символа рассматриваются синдромы ℓ кодов-компонентов, в которые входит данный символ. Если синдром кода-компонента ненулевой и нестертый, то вычисляем *решение*. Решением назовем значение, которое нужно добавить к рассматриваемому символу, чтобы синдром кода-компонента стал нулевым. Нулевые и стертые синдромы соответствуют нулевым и стертым решениям (обозначим число нулевых решений через c , число стертых решений — через e). Выбирается подмножество одинаковых ненулевых и нестертых решений максимальной мощности a (если таких подмножеств несколько, то выбирается любое из них). Если $a > c + e$, то на место рассматриваемого символа вводится стирание; синдромы кодов-компонентов, содержащих данный символ, помечаются как стертые; позиция символа добавляется в список стертых символов (рис. 3).

Исправление стираний. Для каждого стертого символа рассматриваются синдромы ℓ кодов-компонентов, в которые входит данный символ. Нас интересуют только коды-компоненты, содержащие ровно одно стирание. Для каждого из таких кодов исправим стирание (заметим, что это очень простая операция), после чего сформируем список возможных значений символа. Выбирает-



■ Рис. 3. Введение стираний на места символов, подозрительных на ошибки

ся наиболее часто встречающееся значение. Это значение присваивается символу.

Критерий остановки. Добавленные стирания, которые не были исправлены, удаляются. Сравниваются синдромы до и после итерации. В случае если синдром изменился, перейти к следующей итерации, иначе — вычислить вес синдрома. Если вес нулевой, выдать исправленный вектор, иначе — отказ от декодирования.

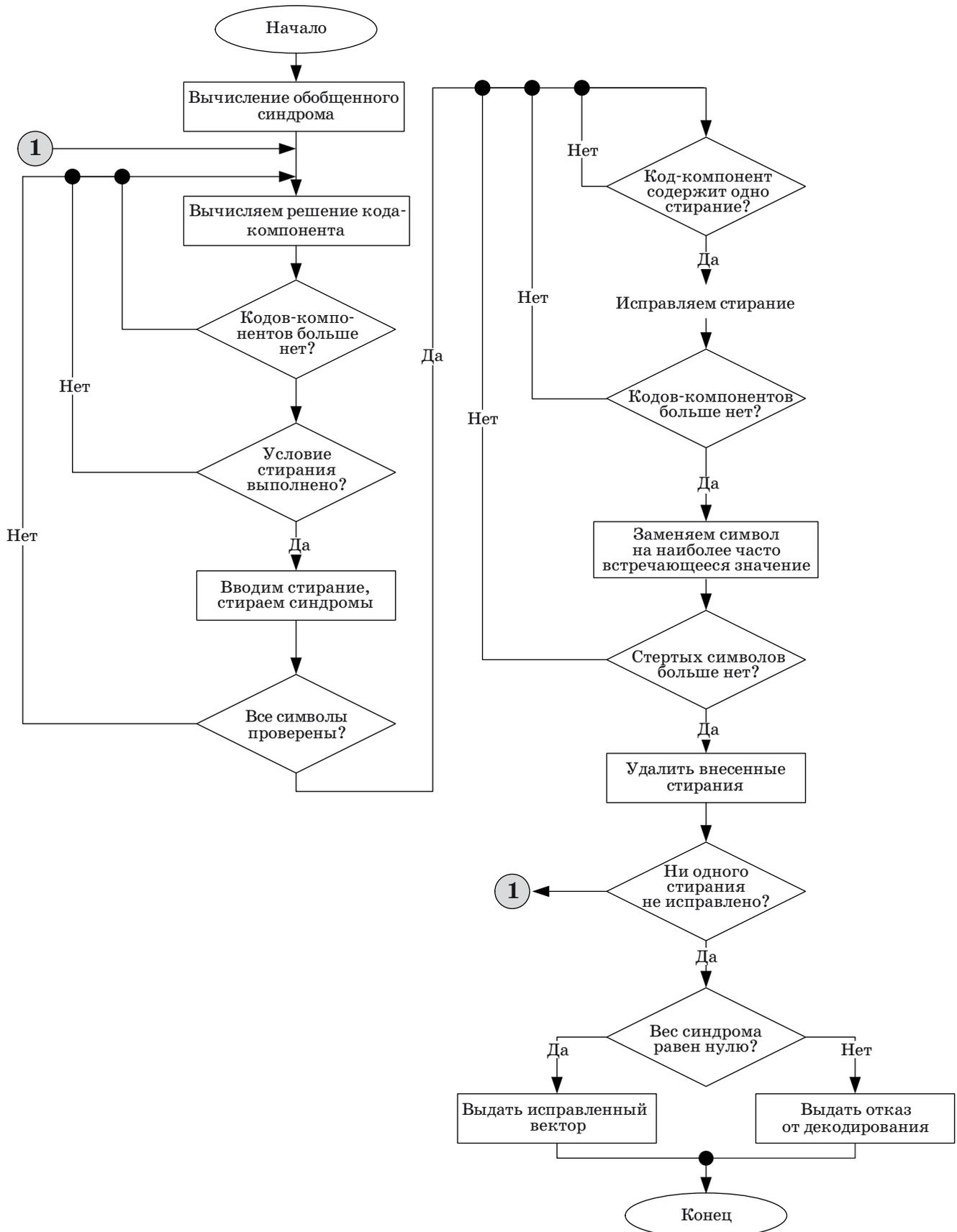
Замечание 4. Этот алгоритм без всяких изменений может быть применен к МПП-кодам с более мощными компонентами. Однако в случае более мощного кода-компонента можно исправить более чем одно стирание (a именно $d_0 - 1$, где d_0 — кодовое расстояние компонентного кода). В связи с этим разумно изменить алгоритм декодирования (блок исправления стираний).

Замечание 5. В случае $q = 2$ условие $a > c + e$ трансформируется в $a > \ell / 2$. Моделирование показало, что в этом случае вводится много стираний, что приводит к большой вероятности отказа от декодирования.

В следующем разделе описано, как модифицировать алгоритм при $q = 2$, в окончание же этого раздела приведем более подробную блок-схему разработанного алгоритма (рис. 4).

Случай $q = 2$.

Отличие алгоритма A^* для двоичного МПП-кода заключается только в критерии ввода стирания. Как отмечалось выше, условие ввода стирания $a > c + e$ алгоритма A^* трансформируется в двоичном случае в $a > \ell / 2$ (первый критерий). Однако моделирование показало, что в случае большого количества ошибок использование данного критерия приводит к большой вероятности отказа от декодирования. Поэтому был разработан дополнительный (второй) критерий ввода стирания и было решено использовать оба критерия. Критерий ввода стирания изменяется в течение декодирования принятой последовательности. На начальном этапе декодирования принятой последовательности используется первый критерий. Если использование первого критерия ввода стирания привело к отказу от декодирова-



■ Рис. 4. Подробная блок-схема алгоритма A*

ния, то происходит замена его на второй критерий. Если же использование второго критерия ввода стирания привело к отказу от декодирования, то происходит выход из цикла с отказом от декодирования. Таким образом, критерий ввода стирания изменяется только один раз в течение декодирования принятой последовательности, а декодирование каждой принятой последовательности начинается с использованием первого критерия ввода стирания.

В этой работе мы рассматривали следующие два критерия ввода стирания для алгоритма A^* декодирования двоичного МПП-кода. Символ заменяется стиранием, если он входит:

- 1) в более чем $\ell / 2$ невыполненных проверок;
- 2) в максимальное число невыполненных проверок (если таких символов несколько, то заменяются все).

Остальные шаги алгоритма A^* не требуют модификаций для декодирования двоичного МПП-кода.

Результаты моделирования

Описание моделирования.

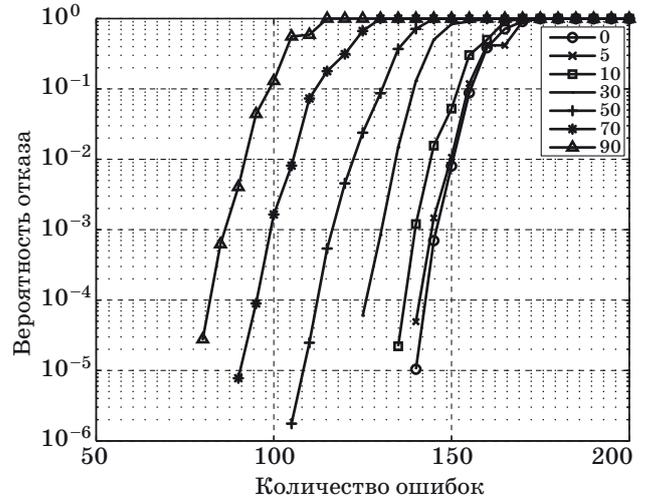
Результат моделирования — зависимость вероятности неправильного декодирования (отказ или переход в другое кодовое слово) от числа ошибок. Сначала задаются параметры кода и начальное число ошибок. Далее генерируется случайный код с заданными параметрами и происходит непосредственно само моделирование, т. е. генерируются случайные векторы ошибок заданного веса и подаются на декодер. Отметим, что мы не производим кодирования, а генерируем только векторы ошибок, т. е. в результате декодирования мы должны получить вектор из всех нулей. После 10 неправильных декодирований число ошибок уменьшается на величину шага. Вероятность неправильного декодирования при заданном числе ошибок вычисляется как отношение числа неправильных декодирований (10 в нашем случае) к общему числу испытаний. Для каждой зависимости было проведено более 10^6 испытаний.

Замечание 6. Отметим, что за все время моделирования не произошло ни одного перехода в другое кодовое слово, т. е. вероятность неправильного декодирования в этом случае равна вероятности отказа.

Результаты для $q = 16$.

Для всех моделирований мы использовали один и тот же код со следующими параметрами: $q = 16$; $n = 2048$; $R = 1/2$; $\ell = 8$. В качестве компонента кода используется код с $n_0 = 16$.

Сначала посмотрим, как изменяется корректирующая способность исследуемого алгоритма с увеличением начального числа стираний при де-



■ Рис. 5. Семейство зависимостей, построенных при разных начальных количествах стираний для $q = 16$

кодировании с помощью алгоритма A^* . На рис. 5 показано семейство зависимостей, построенных при разном начальном количестве стираний (0, 5, 10, 30, 50, 70, 90). Каждый график представляет собой зависимость вероятности отказа (см. замечание 6) от числа ошибок, число стираний фиксировано.

Введем следующие обозначения:

τ — начальное число стираний;

e^* — число ошибок, при котором вероятность отказа меньше, чем 10^{-4} (выбирается наибольшее число ошибок, удовлетворяющее условию).

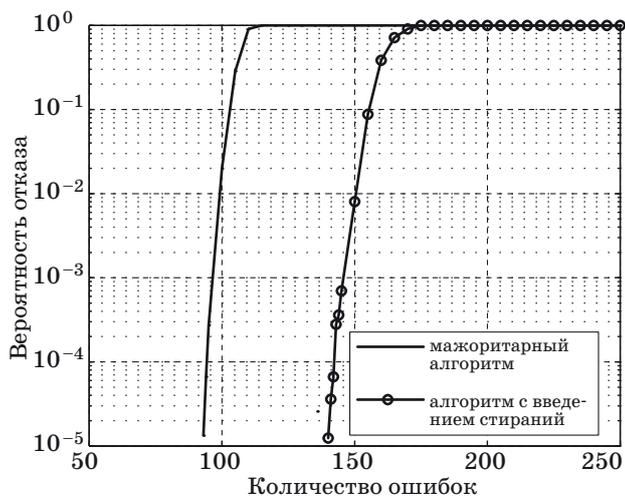
Мы будем использовать величину $d^* = 2e^* + \tau + 1$ для того, чтобы охарактеризовать реализуемую корректирующую способность. Полученная зависимость d^* от начального числа стираний и ее отношение к длине МПП-кода $\delta^* = d^*/n$ приведены в табл. 1.

Как мы видим, величина d^* , характеризующая реализуемую корректирующую способность, уменьшается с увеличением начального числа стираний.

Теперь посмотрим, как алгоритм справляется с ошибками. Пусть начальное число стираний равно нулю, т. е. в принятом векторе есть только

■ Таблица 1. Зависимость реализуемой корректирующей способности при $q = 16$ от начального числа стираний

Показатель	τ						
	0	5	10	30	50	70	90
e^*	142	140	136	126	110	94	81
d^*	285	286	283	283	271	259	253
δ^*	0,139	0,140	0,138	0,138	0,132	0,126	0,124



■ Рис. 6. Сравнение результатов моделирования при $q = 16$ для алгоритма с введением стираний и мажоритарного алгоритма

ошибки. Сравним полученные результаты моделирования и результаты моделирования для мажоритарного алгоритма. Подробное описание мажоритарного алгоритма приведено в работе [3]. Это итеративный алгоритм, на каждой итерации которого решение о замене каждого из просматриваемых символов принимается согласно мажоритарному правилу. Это правило похоже на наш критерий стирания символа и полностью совпадает с ним при отсутствии стертых синдромов кодов-компонентов.

В обоих случаях используется один и тот же МПП-код. Результаты приведены на рис. 6. Как мы видим, полученные результаты для алгоритма с введением стираний оказались лучше.

Результаты для $q = 2$.

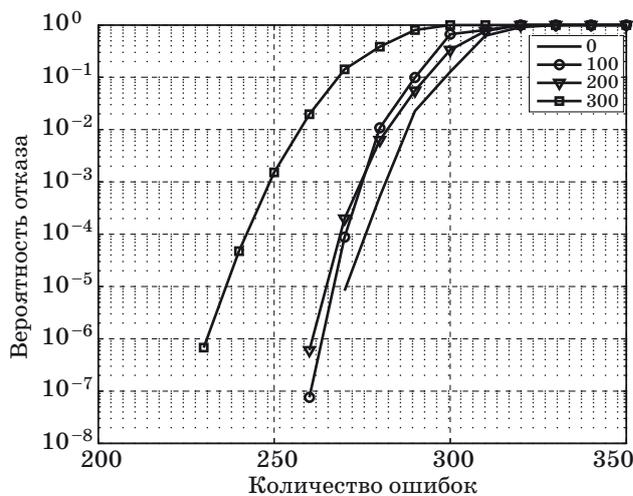
Для всех моделирований мы использовали один и тот же код со следующими параметрами: $q = 2$; $n = 7995$; $R = 1/2$; $\ell = 7$. В качестве компонентного кода используется двоичный код с проверкой на четность с $n_0 = 15$.

На рис. 7 приведено семейство зависимостей, построенных при разном начальном количестве стираний (0, 100, 200, 300). Каждый график представляет собой зависимость вероятности отказа от числа ошибок, число стираний фиксировано.

Рассмотрим реализуемую корректирующую способность исследуемого алгоритма, характеризуемую величиной d^* , введенной в предыдущем разделе. Полученные зависимости d^* и δ^* приведены в табл. 2.

Здесь в отличие от результатов предыдущего раздела d^* растет с увеличением начального числа стираний.

Теперь сравним полученные результаты моделирования и результаты моделирования для ма-

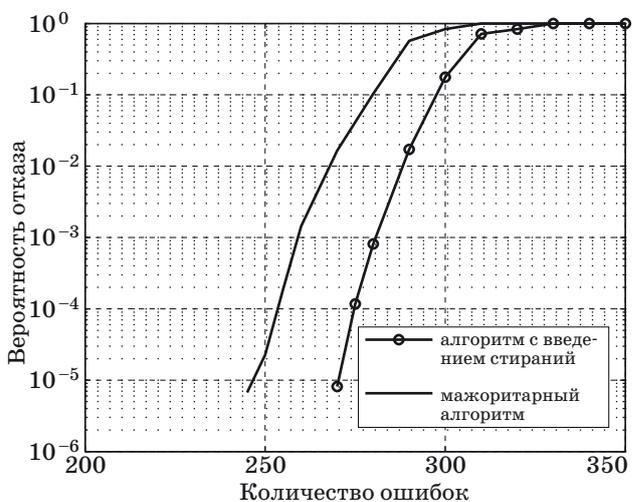


■ Рис. 7. Семейство зависимостей, построенных при разных начальных количествах стираний для $q = 16$

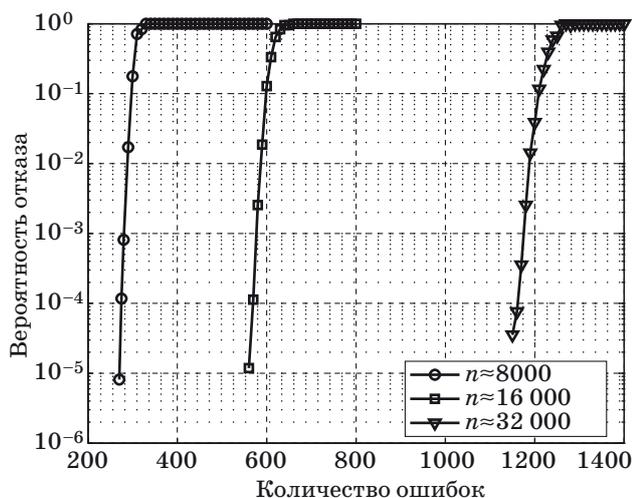
■ Таблица 2. Зависимость реализуемой корректирующей способности при $q = 2$ от начального числа стираний

Показатель	τ			
	0	100	200	300
e^*	276	271	269	242
d^*	553	643	739	785
δ^*	0,069	0,080	0,092	0,098

жоритарного алгоритма декодирования двоичных МПП-кодов, подробно описанного в работе [10]. В обоих случаях используется один и тот же МПП-код. Результаты приведены на рис. 8. Как мы видим, для алгоритма с введением стираний они оказались лучше.



■ Рис. 8. Сравнение результатов моделирования при $q = 2$ для алгоритма с введением стираний и мажоритарного алгоритма



■ Рис. 9. Семейство зависимостей, построенных для различных длин двоичного МПП-кода

Рассмотрим теперь, как изменяется доля исправленных ошибок с заданной вероятностью отказа при увеличении длины МПП-кода. На рис. 9

представлено семейство зависимостей вероятности отказа от количества ошибок для различных длин МПП-кода.

Обозначим через W количество ошибок, при которых вероятность отказа равна 10^{-4} , а через ω — ее отношение к длине МПП-кода n . Зависимость ω от n МПП-кода следующая:

n	8000	16 000	32 000
ω	0,0345	0,0356	0,0363

Как мы видим, доля исправленных ошибок увеличивается с увеличением длины МПП-кода.

Заключение

Предложен итеративный алгоритм декодирования МПП-кодов, способный исправлять как ошибки, так и стирания.

Проведено экспериментальное исследование предложенного алгоритма декодирования. Этот алгоритм дает лучшие по сравнению с мажоритарными алгоритмами результаты для канала, в котором есть только ошибки.

Литература

1. Галлагер Р. Дж. Коды с малой плотностью проверок на четность. — М.: Мир, 1966. — 144 с.
2. Зяблов В. В., Пинскер М. С. Оценка сложности исправления ошибок низкоплотными кодами Галлагера // Пробл. передачи информ. 1975. Т. 11. № 1. С. 23–36.
3. Фролов А. А., Зяблов В. В. Асимптотическая оценка доли ошибок, исправляемых q-ичными МПП-кодами // Пробл. передачи информ. 2010. Т. 46. № 2. С. 47–65.
4. Зяблов В. В., Рыбин П. С. Исправление стираний низкоплотными кодами Галлагера // ИТиС'08, Геленджик, 29 сентября — 03 октября 2008 г. / ИППИ РАН. М., 2008. С. 167–172.
5. Zyablov V., Rybin P. Decoding with Erasure Insertion of Binary LDPC Codes // The XII Symp. Problems of redundancy in information and control systems, St. Petersburg, Russia, 26–30 May 2009 / Saint-Peterburg State University of Aerospace Instrumentation. Saint-Peterburg, 2009. P. 150–154.
6. Zyablov V., Rybin P. Majority Decoding and Decoding with Erasure Insertion of Binary LDPC codes // Twelfth Intern. Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory (ACCT 2010), Novosibirsk, Russia, 5–11 Sept. 2010 / Sobolev Institute of Mathematics SB RAS. Novosibirsk, 2010. P. 329–334.
7. Frolov A. A., Zyablov V. V. The application of q-ary LDPC-codes for fiber optic lines // The XII Symp. Problems of redundancy in information and control systems, St. Petersburg, Russia, 26–30 May, 2009 / Saint-Peterburg State University of Aerospace Instrumentation. Saint-Peterburg, 2009. P. 121–125.
8. Frolov A. A., Zyablov V. V. Insertion of Erasures as a Method of Q-ry LDPC Codes Decoding // Twelfth Intern. Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory (ACCT 2010), Novosibirsk, Russia, 5–11 Sept. 2010 / Sobolev Institute of Mathematics SB RAS. Novosibirsk, 2010. P. 138–143.
9. Tanner R. M. A Recursive Approach to Low Complexity Codes // IEEE Trans. Inform. Theory. 1981. Vol. 27. N 5. P. 533–547.
10. Sipser M., Spielman D. A. Expander Codes // IEEE Trans. Inform. Theory. 1996. Vol. 42. N 6. P. 1710–1722.

УДК 389

ОЦЕНИВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПО МАЛЫМ ВЫБОРКАМ

Л. А. Мироновский,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

В. А. Слаев,

доктор техн. наук, профессор

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева

Описаны классические средние и их обобщения, сформулированы ограничения на функцию оценивания. Приведены сведения о средних по Коши, Колмогорову и квазисредних. Дана геометрическая интерпретация функций оценивания и предложены новые алгоритмы оценивания на основе методов технической диагностики.

Ключевые слова — классические средние и их обобщения, ограничения на функцию оценивания, средние по Коши и Колмогорову, квазисредние, алгоритмы оценивания, методы технической диагностики.

Введение

Один из важных разделов метрологии связан с обработкой результатов многократных измерений неизвестной величины. В частности, речь может идти о выходных сигналах нескольких датчиков, измеряющих одну и ту же величину, например температуру, давление или навигационные параметры. Алгоритм обработки измерительных данных существенно зависит от размера полученной выборки. Во многих практически важных случаях эта выборка оказывается слишком малой для применения статистических методов обработки, которые могут быть использованы только при $n \geq 4$ [1]. Примером служит измерение параметров уникальных процессов и явлений, таких как характеристики ядерного взрыва. Другим примером является сличение национальных измерительных эталонов в целях установления степени их эквивалентности. В них участвует сравнительно небольшое число лабораторий, причем для некоторых видов измерений число участников сличений ограничивается двумя-тремя.

В технике для повышения надежности аппаратуры часто используют параллельное включение трех однотипных блоков с последующим усреднением их выходных сигналов. Подобный подход широко применяется для улучшения надежности бортовой аппаратуры — сервоприводов, автопилотов, измерительных дат-

чиков, бортовых цифровых вычислительных машин.

Во всех случаях возникает задача математической обработки полученных измерений x_1, \dots, x_n и формирования оценки $\hat{x} = f(x_1, \dots, x_n)$. При $n = 3$ она известна как задача о трех измерениях. Ее отличает простота формулировки в сочетании с глубиной содержания и нетривиальностью результатов. В простейшей постановке эта задача сводится к следующему. Имеются результаты трех измерений x_1, x_2, x_3 неизвестной величины x . Требуется на их основе сформировать по возможности более точную оценку \hat{x} величины x .

При этом центральной задачей является выбор вида функциональной зависимости $\hat{x} = f(x_1, x_2, x_3)$. Один из естественных способов — вычисление среднего арифметического $\hat{x} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$ — вполне удовлетворителен, когда все три показания близки. Если же одно из трех показаний содержит грубую ошибку, то средняя арифметическая оценка дает неадекватный результат. Более надежной в этом смысле является оценка типа выборочной медианы, согласно которой крайние измерения отбрасываются, а за оценку принимается оставшееся измерение.

В статье описываются методы оценивания на основе классических средних и предлагаются новые алгоритмы, опирающиеся на использование принципов технической диагностики.

Классические средние

В настоящее время известно множество алгоритмов оценивания результатов измерений, обладающих различными точностными, надежностными и другими характеристиками. Рассмотрим наиболее известные из них, начиная с классических методов осреднения.

Среднее арифметическое

Средним арифметическим n чисел x_1, \dots, x_n называется величина

$$\hat{x} = A(x_1, \dots, x_n) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

Для случая двух и трех измерений среднее арифметическое определяется формулами

$$\hat{x} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2); \quad \hat{x} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3).$$

Среднее арифметическое — самое известное и распространенное из всех средних. Его название связано с тем, что каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому его соседних членов.

Средняя арифметическая оценка является оптимальной по квадратическому критерию. В соответствии с ним минимизируется сумма квадратов расстояний от точки \hat{x} до точек x_1, x_2, x_3 :

$$J = (x_1 - \hat{x})^2 + (x_2 - \hat{x})^2 + (x_3 - \hat{x})^2.$$

В этом можно убедиться, выполняя дифференцирование и приравнявая производную нулю.

Среднее арифметическое является наилучшей оценкой по методу максимального правдоподобия при равноточных измерениях с гауссовыми погрешностями. Оба эти факта, в сочетании с вычислительной простотой оценки, обусловили ее широкое практическое распространение.

Среднее геометрическое

Средним геометрическим нескольких положительных чисел x_1, \dots, x_n называется величина

$$\hat{x} = G(x_1, \dots, x_n) = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}.$$

Для случая двух и трех измерений среднее геометрическое определяется формулами

$$\hat{x} = \sqrt{x_1 x_2}; \quad \hat{x} = \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3}.$$

Название этого среднего связано с тем, что каждый член геометрической прогрессии с положительными членами, начиная со второго, равен среднему геометрическому его соседних членов.

Средняя геометрическая оценка минимизирует сумму квадратов логарифмических уклонов

$$J = (\ln x_1 - \ln \hat{x})^2 + (\ln x_2 - \ln \hat{x})^2 + (\ln x_3 - \ln \hat{x})^2.$$

В прикладной статистике среднее геометрическое полезно при нелинейной шкале измерений. Чаще всего среднее геометрическое находит свое применение при определении средних темпов роста (средних коэффициентов роста), когда индивидуальные значения признака представлены в виде относительных величин. При анализе систем управления используется понятие о среднем геометрическом корне характеристического уравнения.

Среднее гармоническое

Средним гармоническим n чисел x_1, \dots, x_n называется величина

$$\hat{x} = H(x_1, \dots, x_n) = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}.$$

Таким образом, среднее гармоническое — это число, обратная величина которого является средним арифметическим обратных величин данных чисел. По этой причине его называют еще обратным средним арифметическим. Название среднее гармоническое связано с хорошо известным в математике гармоническим рядом.

Для случая двух и трех измерений среднее гармоническое определяется формулами

$$\hat{x} = \frac{2}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} = \frac{2x_1 x_2}{x_1 + x_2};$$

$$\hat{x} = \frac{3}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}} = \frac{3x_1 x_2 x_3}{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}.$$

Оно минимизирует сумму квадратов уклонов обратных величин

$$J = (x_1^{-1} - \hat{x}^{-1})^2 + (x_2^{-1} - \hat{x}^{-1})^2 + (x_3^{-1} - \hat{x}^{-1})^2.$$

С помощью среднего гармонического вычисляется средняя скорость на эстафете, если известны скорости на отдельных этапах и длины всех этапов. Оно используется также при расчете средней продолжительности жизни, средней цены продукции при известных объемах продаж в нескольких торговых точках. Заметим, что вид, близкий к среднему гармоническому, имеют формула фокусного расстояния линзы, формула параллельного соединения сопротивлений и формула жесткости последовательно соединенных пружин.

Среднее квадратическое

Средним квадратическим n чисел x_1, \dots, x_n называется величина

$$\hat{x} = Q(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}$$

Для случая двух и трех измерений среднее квадратическое определяется формулами

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{2}}; \quad \hat{x} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{3}}$$

Оно минимизирует критерий

$$J = (x_1^2 - \hat{x}^2)^2 + (x_2^2 - \hat{x}^2)^2 + (x_3^2 - \hat{x}^2)^2.$$

Среднее квадратическое находит применение во многих приложениях. В частности, через него определяются такие понятия теории вероятностей и математической статистики, как дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

К перечисленным средним тесно примыкают еще две оценки — **минимальное** и **максимальное** из полученных измерений. Для случая трех измерений они имеют вид

$$\hat{x} = \min(x_1, x_2, x_3) \quad \text{и} \quad \hat{x} = \max(x_1, x_2, x_3),$$

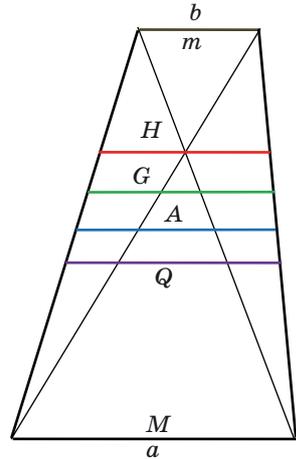
т. е. в качестве оценки берется наименьшее или наибольшее из трех значений измерений.

В совокупности получаем шесть классических средних, широко применяющихся при обработке измерений.

Для случая двух измерений классические средние допускают красивую геометрическую интерпретацию. Пусть A — среднее арифметическое двух положительных чисел a и b , G — их среднее геометрическое, H — среднее гармоническое, Q — среднее квадратическое, m — минимальное и M — максимальное из чисел a и b .

Геометрическая интерпретация этих средних как некоторых отрезков в трапеции с основаниями a и b представлена на рис. 1.

Все отрезки H, G, A, Q параллельны основаниям трапеции. Отрезок H , длина которого равна среднему гармоническому, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции. Отрезок G , соответствующий среднему геометрическому, делит трапецию на две подобные части. Отрезок A — это средняя линия трапеции, ее длина равна полусумме оснований, т. е. их среднему арифметическому. Отрезок Q , длина которого равна среднему квадратическому, делит трапецию на две равновеликие (по площади) части. Наконец, сами основания, равные максимальному и минимальному из чисел a, b , представляют собой крайние случаи средних значений.



- $m = \min(a, b)$ — minimal
- $H = \frac{2ab}{a+b}$ — Harmonic
- $G = \sqrt{ab}$ — Geometric
- $A = \frac{a+b}{2}$ — Arithmetic
- $Q = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ — Quadratic
- $M = \max(a, b)$ — Maximal

■ Рис. 1. Трапеция средних

Другой способ графического представления средних двух чисел показан на рис. 2, где приведены графики кривых для всех шести средних. Они построены в предположении, что число b постоянно, а число a принимает различные положительные значения. При $a = b$ все кривые пересекаются. Штриховкой выделены «запрещенные» области, в которых никакое среднее двух чисел не может находиться (по определению, среднее должно находиться между числами a и b).

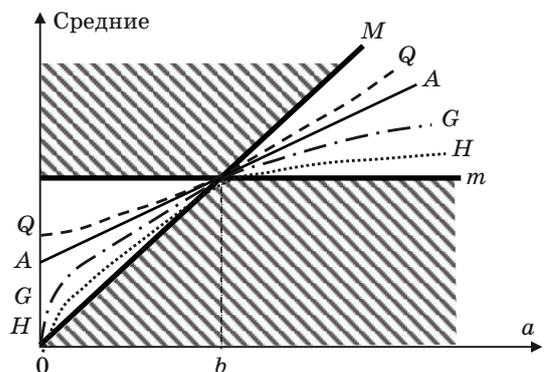
Среднему арифметическому на рис. 2 отвечает прямая, среднему геометрическому — парабола, повернутая на 90° , среднему гармоническому — гиперболы.

Кроме рассмотренных классических средних существует много других. В частности, любая монотонная кривая, лежащая в незаштрихованном секторе рис. 2, будет соответствовать некоторому среднему.

Цепочка неравенств, связывающих средние значения:

$$m \leq H \leq G \leq A \leq Q \leq M,$$

справедлива для любого числа измерений.



■ Рис. 2. Графики классических средних при $n = 2$

Другие средние

Медианная оценка $\hat{x} = \text{med}(x_1, x_2, x_3)$ минимизирует модульный критерий

$$J = |x_1 - \hat{x}| + |x_2 - \hat{x}| + |x_3 - \hat{x}|,$$

который равен сумме модулей расстояний $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ от значений измерений до оценки (рис. 3).

Минимум этого критерия достигается, если совместить \hat{x} со средним из трех значений измерения, т. е. если взять $\hat{x} = \text{med}(x_1, x_2, x_3)$. Такая оценка называется *выборочной медианой* (используются также названия «мажоритарная функция» или «функция голосования») и обладает многими любопытными свойствами.

В частности, она малочувствительна к возможным вариациям законов распределения помех, т. е. является робастной. Важно, что эту оценку можно использовать и при погрешностях (промахах, ошибках высокого уровня, например, при однократных отказах датчиков), когда одно из измеренных значений сильно отличается от двух других. Подобное свойство называют надежностью или устойчивостью оценки. Отметим, что ранее приведенные оценки таким свойством не обладают.

Минимаксная, или чебышевская, оценка параметра x имеет вид

$$\hat{x} = \frac{1}{2} [\max(x_1, x_2, x_3) + \min(x_1, x_2, x_3)].$$

Эта оценка называется минимаксной, так как она минимизирует критерий

$$J = \min_{\hat{x}} \max(|x_1 - \hat{x}|, |x_2 - \hat{x}|, |x_3 - \hat{x}|),$$

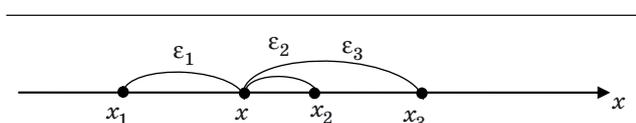
т. е. максимальное из трех уклонений $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$. Минимум этого критерия представляется оценкой, расположенной ровно посередине интервала измерений. Средняя точка при этом игнорируется («отбрасывается») подобно тому, как в предыдущей оценке отбрасывались крайние точки.

Средние степенные. Отдельный класс оценок задается формулой

$$\hat{x} = \sqrt[k]{\frac{1}{n} (x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k)},$$

где k — любое число, $x_i \geq 0$.

В случае трех измерений получаем оценку $\hat{x} = \sqrt[k]{\frac{1}{3} (x_1^k + x_2^k + x_3^k)}$, которая минимизирует критерий



■ Рис. 3. Нахождение оценки, наименее удаленной от трех измеренных значений

$$J = (x_1^k - \hat{x}^k)^2 + (x_2^k - \hat{x}^k)^2 + (x_3^k - \hat{x}^k)^2.$$

К классу средних степенных принадлежат и некоторые из приведенных выше оценок; в частности, при $k = 1$ получаем среднее арифметическое, при $k = -1$ — среднее гармоническое, при $k = 2$ — среднее квадратическое. При $k = -\infty$ и $k = \infty$ в качестве оценки берется наименьшее или наибольшее из значений измерений.

Взвешенные средние. Все средние оценки, рассмотренные выше, обладают свойством симметрии по отношению к значениям измерений. Перестановка аргументов x_1, \dots, x_n в этих средних не меняет итоговой оценки.

На практике такие средние можно применять в случае равноточных измерений. Если же измерения неравноточные, то их следует включать в формулы, домножая на соответствующие весовые коэффициенты, учитывающие значения погрешности отдельных измерений. Получаемые при этом оценки называются *взвешенными* и уже не обладают свойством симметрии.

Взвешенное среднее арифметическое набора чисел x_1, \dots, x_n с положительными весами a_1, \dots, a_n , сумма которых равна единице, определяется как

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^n a_i x_i, \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1.$$

Если сумма весов не равна единице, то в приведенной формуле добавляется нормирующий множитель:

$$\hat{x} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n a_i} \sum_{i=1}^n a_i x_i.$$

Обычно веса a_i берутся обратно пропорциональными квадратам соответствующих средних квадратических отклонений.

Для случая двух и трех измерений взвешенное среднее арифметическое определяется формулами

$$\hat{x} = a_1 x_1 + a_2 x_2, \quad a_1 + a_2 = 1;$$

$$\hat{x} = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3, \quad \sum_{i=1}^3 a_i = 1.$$

Взвешенное среднее геометрическое набора положительных чисел x_1, \dots, x_n с положительными весами a_1, \dots, a_n определяется как

$$\hat{x} = \left(\prod_{i=1}^n x_i^{a_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^n a_i} = \exp \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n a_i} \sum_{i=1}^n a_i \ln x_i \right).$$

Взвешенное среднее гармоническое набора чисел x_1, \dots, x_n с положительными весами a_1, \dots, a_n определяется формулой

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{x_i}}$$

Взвешенное среднее квадратическое набора чисел x_1, \dots, x_n с положительными весами a_1, \dots, a_n рассчитывается по формуле

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n a_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n a_i}}$$

Взвешенная медианная оценка. Минимизация критерия $J = \sum_{i=1}^n |a_i x_i - \hat{x}_i|$, где a_i — некоторые весовые коэффициенты, приводит к взвешенной медианной оценке, совпадающей с одним из значений измерений. Как и ранее, весовые коэффициенты позволяют учитывать «важность» тех или иных измерений.

Ограничения на функцию оценивания

Пусть по-прежнему x_1, x_2, x_3 — экспериментальные значения измерений, по которым необходимо построить оценку \hat{x} неизвестной скалярной величины x . Будем полагать, что априорная информация отсутствует. Тогда, обозначая функцию оценивания через f , можно записать $\hat{x} = f(x_1, x_2, x_3)$. При этом функция оценивания должна удовлетворять некоторым математическим ограничениям общего характера.

Например, логично потребовать, чтобы оценка \hat{x} принадлежала тому же отрезку l оси x , что и значения измерений x_1, x_2, x_3 :

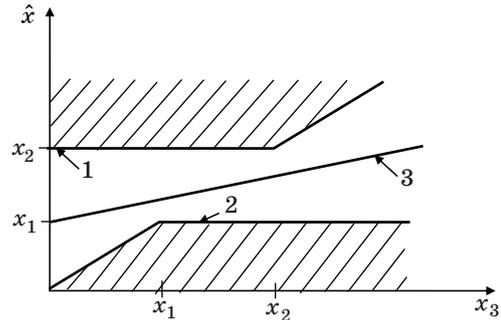
$$\min(x_1, x_2, x_3) \leq \hat{x} \leq \max(x_1, x_2, x_3). \quad (1)$$

Отсюда, как следствие, получаем, что если все три значения измерений одинаковы: $x_1 = x_2 = x_3$, то оценка должна совпадать с ними:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \text{ при } x_1 = x_2 = x_3.$$

Геометрически неравенство (1) можно проиллюстрировать с помощью рис. 4, на котором по оси абсцисс откладываются значения измерений, а по оси ординат — оценка $\hat{x} = f(x_1, x_2, x_3)$.

При построении графиков на этом и следующих рисунках предполагается, что измерения $x_1,$



■ Рис. 4. График среднего арифметического трех измерений: 1 — f_1 ; 2 — f_2 ; 3 — f_3

x_2 , помеченные на оси абсцисс вертикальными черточками, фиксированы, причем $0 < x_1 < x_2$, а измерение x_3 пробегает все возможные значения из диапазона $0 \leq x_3 < \infty$. Штриховкой на рисунке выделена область, не удовлетворяющая неравенству (1). Границы ее определяются функциями

$$f_1: \hat{x} = \max(x_1, x_2, x_3);$$

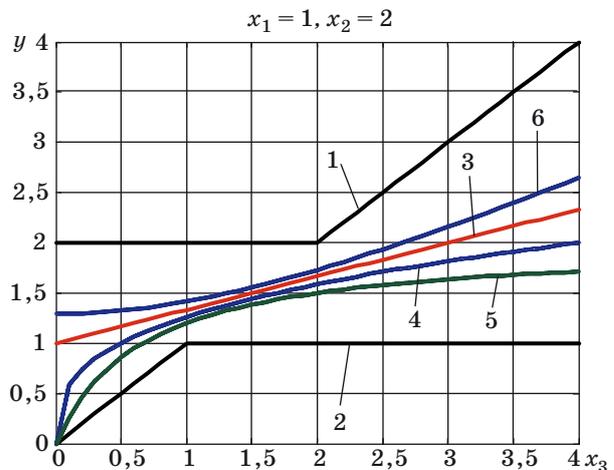
$$f_2: \hat{x} = \min(x_1, x_2, x_3),$$

представляющими два предельных случая оценок.

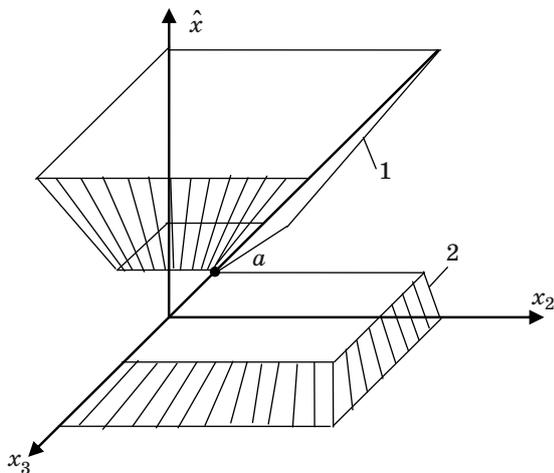
Графики всех возможных функций оценивания должны лежать в незаштрихованной области. В качестве примера на рис. 4 показан график, отвечающий средней арифметической оценке

$$f_3: \hat{x} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3).$$

Графики функций f шести классических средних для трех значений измерений представлены на рис. 5.



■ Рис. 5. Шесть классических средних трех измерений: 1 — большее из трех; 2 — меньшее из трех; 3 — среднее арифметическое; 4 — среднее геометрическое; 5 — среднее гармоническое; 6 — среднее квадратическое



■ Рис. 6. Область существования поверхностей оценивания: 1 — f_1 ; 2 — f_2

Аналогичные графики для случая двух измерений были показаны на рис. 2.

Рассмотрим другой способ геометрического представления функции оценивания

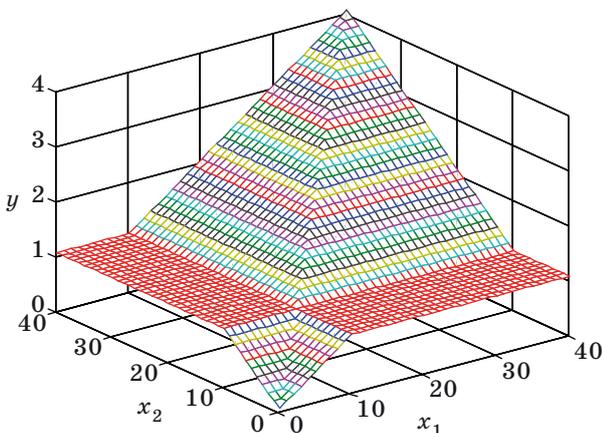
$$\hat{x} = f(x_1, x_2, x_3). \quad (2)$$

Уравнение (2) описывает поверхность в четырехмерном пространстве, характер которой зависит от вида функции f . Представление об этой поверхности можно получить, если фиксировать только один аргумент (например, x_3) и рассматривать \hat{x} как функцию двух остальных аргументов. Геометрически этому будут соответствовать поверхности в трехмерном пространстве с координатными осями \hat{x}, x_1, x_2 .

Рассмотрим, например, поверхности для функций

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \min(x_1, x_2, x_3); \\ \hat{x} &= \max(x_1, x_2, x_3), \end{aligned} \quad (3)$$

построенные при условии $x_3 = 1$.



■ Рис. 7. График поверхности среднего выборочного $\hat{x} = y = \text{med}(x_1, x_2, x_3)$ при $x_3 = 1$

Совмещая их на одном графике, приходим к рис. 6, где буквой a обозначена единственная общая точка обеих поверхностей. Она лежит на биссектрисе первого октанта и имеет координаты $(1, 1, 1)$. В соответствии с условием (1) рис. 6 наглядно задает область, которой могут принадлежать функции оценивания. Поверхность, отвечающая любой такой функции, должна проходить через точку a и лежать между поверхностями (3). Области ниже уровня $\hat{x} = \min(x_1, x_2, x_3)$ и выше уровня $\hat{x} = \max(x_1, x_2, x_3)$ являются запрещенными. На рис. 7 показана поверхность для выборочной медианы $\hat{x} = \text{med}(x_1, x_2, x_3)$, построенная для $x_3 = 1$.

Средние величины по Коши и Колмогорову

Впервые условие (1) было введено французским математиком О. Л. Коши [2]. Он дал следующее определение средней величины, известное также как «слабое» определение.

Определение 1. Средней величиной действительных чисел x_1, x_2, \dots, x_n является любая функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ такая, что при всех возможных значениях аргументов значение этой функции не меньше, чем минимальное из чисел x_1, x_2, \dots, x_n , и не больше, чем максимальное из этих чисел:

$$\min(x_1, \dots, x_n) \leq f(x_1, \dots, x_n) \leq \max(x_1, \dots, x_n).$$

Функция f такого вида называется средней по Коши. Заметим, что среднее от одинаковых чисел равно их общему значению. Все рассмотренные выше виды средних величин являются средними по Коши.

Гораздо более жесткие требования к функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ предъявляются при «сильном» определении средних, принадлежащем советскому математику академику А. Н. Колмогорову.

Определение 2. Непрерывная действительная функция $f(x_1, \dots, x_n)$ от n неотрицательных переменных называется средним, если для любых $x_1, \dots, x_n, \lambda \geq 0$ выполняются условия:

1) $\min\{x_1, \dots, x_n\} \leq f(x_1, \dots, x_n) \leq \max\{x_1, \dots, x_n\}$, т. е. функция f «усредняет» любой набор из n неотрицательных чисел (свойство усреднения Коши);

2) $x_1 \leq y_1, \dots, x_n \leq y_n \Rightarrow f(x_1, \dots, x_n) \leq f(y_1, \dots, y_n)$, т. е. «большому» набору аргументов соответствует большее значение функции f (свойство возрастания);

3) при любой перестановке чисел x_1, \dots, x_n значение функции f не меняется (свойство симметричности);

4) $f(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) = \lambda f(x_1, \dots, x_n)$ (свойство однородности).

В 1930 г. А. Н. Колмогоров доказал [3], что функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, удовлетворяющая этим условиям, имеет вид

$$f(x_1, \dots, x_n) = \varphi^{-1} \left(\frac{\varphi(x_1) + \dots + \varphi(x_n)}{n} \right), \quad (4)$$

где φ — непрерывная строго монотонная функция, а φ^{-1} — функция, обратная φ .

Функция f такого вида называется *средней по Колмогорову*. Она непрерывна и монотонна по каждому аргументу x_i .

Укажем два свойства средних по Колмогорову:

- как и ранее, среднее от одинаковых чисел равно их общему значению;
- некоторую группу значений можно заменить их собственным средним, не меняя общего среднего.

Отметим также несколько важных частных случаев функции φ . При $\varphi(x) = x$ получаем среднее арифметическое; при $\varphi(x) = \ln x$ — среднее геометрическое; при $\varphi(x) = x^{-1}$ — среднее гармоническое; при $\varphi(x) = x^2$ — среднее квадратическое; при $\varphi(x) = x^\alpha$, $\alpha \neq 0$ — среднее степенное.

Очевидно, что среднее по Колмогорову — частный случай среднего по Коши, от которого требовалось обладать только свойством усреднения. В частности, любые взвешенные средние нельзя представить в виде средних по Колмогорову, поскольку они не обладают свойством симметричности.

Отказавшись от требований симметричности и однородности, получаем следующее обобщение функции Колмогорова (4).

Определение 3 [4]. Квазисреднее неотрицательных чисел x_1, \dots, x_n есть величина вида

$$M(x_1, \dots, x_n) = f^{-1} \left[\sum_{i=1}^n p_i f(x_i) \right],$$

где $p_i > 0$, $i = 1, \dots, n$, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, при условии, что

функция f непрерывна и монотонна на промежутке, содержащем x_i .

В частности, при $f(x) = x$ получаем взвешенное среднее арифметическое, при $f(x) = \ln x$ — взвешенное среднее геометрическое, при $f(x) = x^\alpha$ — взвешенное среднее степенное.

Очевидно, что квазисредние включают и обычные средние (не взвешенные), если взять $p_i = 1/n$ для всех номеров i и те же функции: $f(x) = \ln x$, $f(x) = x^\alpha$. Эти частные случаи квазисредних удовлетворяют всем условиям *сильного* определения средней величины.

Обозначим через F класс функций f_i , удовлетворяющих определению Коши. Он чрезвычайно широк и включает в себя, как частные случаи, средние по Колмогорову и квазисредние. Собра-

жения, приводящие к выбору той или иной функции f_i , т. е. того или иного алгоритма оценивания, часто формулируются в виде некоторых эвристических принципов, таких как принцип голосования, принцип исключенного среднего, гипотеза компактности, принцип доверия большинству, принципы диагностики и коррекции, способ избыточных переменных и др.

В зависимости от вида функций f_i различают линейные, квазилинейные и нелинейные оценки. В книге [1] приводится несколько десятков функций $f_i \in F$ и соответствующих им алгоритмов оценивания, часть из которых совпадает со средними оценками, рассмотренными ранее.

Диагностические методы получения оценок

Ряд алгоритмов оценивания можно получить, используя принципы и методы технической диагностики, в первую очередь — идеи функционального диагностирования в системах с алгебраическими инвариантами и метод избыточных переменных (МИП).

Напомним, что согласно [5], системами с алгебраическими инвариантами называются системы, выходные сигналы x_1, \dots, x_n которых удовлетворяют хотя бы одному алгебраическому соотношению вида

$$\Delta = M(x_1, \dots, x_n) = 0,$$

причем при отсутствии ошибок это соотношение должно выполняться для любых входных сигналов и в любой момент времени.

В рассматриваемом случае исследуемая система описывается уравнениями

$$x_1 = x + e_1; \quad x_2 = x + e_2; \quad x_3 = x + e_3, \quad (5)$$

где роль входного сигнала играет неизвестная измеряемая величина x , а роль выходных сигналов — значения измерений x_1, x_2, x_3 . При отсутствии погрешностей (промахов, ошибок, сбоев) e_i выходные сигналы этой системы удовлетворяют двум независимым линейным алгебраическим соотношениям (алгебраическим инвариантам)

$$\Delta_1 = x_1 - x_2 = 0; \quad \Delta_2 = x_1 - x_3 = 0. \quad (6)$$

Последние уравнения удобно записать в матричной форме

$$\Delta = MX = 0, \quad M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

В реальных условиях погрешности (ошибки) $e_i \neq 0$, поэтому вектор рассогласований $\Delta = Me$, где $e = [e_1, e_2, e_3]^T$, будет также отличен от нуля. Для

повышения точности и достоверности результата измерений естественно попытаться использовать информацию о неизвестных погрешностях e_1, e_2, e_3 , содержащуюся в векторе Δ . В рамках МИП исследованы два подхода к использованию такой информации:

— коррекция значений измерений, содержащих малые погрешности (ошибки);

— обнаружение, локализация и отбраковка (исключение, «отбрасывание») недостоверных значений измерений, содержащих погрешности (ошибки) высокого уровня.

Изложение соответствующих результатов для динамических систем с произвольными алгебраическими инвариантами имеется в работах [5–7]. Ниже дается конкретизация их для системы, описываемой уравнениями (5) и (6).

Использование метода избыточных переменных для повышения точности оценивания

Предположим, что погрешности (ошибки) e_i имеют малые значения (лежат в «допуске») и вероятностью появления недостоверных измерений (отказов датчиков) можно пренебречь. Тогда для повышения точности оценивания можно использовать принцип коррекции ошибок, применяемый в МИП. В данном случае он сводится к следующему.

Подставив в соотношение (6) реальные значения сигналов x_i из (5), получаем $\Delta = Me$.

Таким образом, сигнал Δ несет информацию о векторе погрешностей e , содержащихся в значениях измерений. Идея коррекции состоит в том, чтобы вычестить из вектора значений измерений X оценку \hat{e} (корректирующую поправку). Простейшая оценка \hat{e} получается псевдообращением матрицы M :

$$\hat{e} = M^+ \Delta = M^T (MM^T)^{-1} \Delta. \quad (7)$$

Выполняя вычисления для $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, находим псевдообратную матрицу

$$M^+ = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, скорректированный вектор значений измерений определяется выражением

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= x_1 - \frac{1}{3}(\Delta_1 + \Delta_2); \\ \hat{x}_2 &= x_2 + \frac{1}{3}(2\Delta_1 - \Delta_2); \\ \hat{x}_3 &= x_3 - \frac{1}{3}(\Delta_1 - 2\Delta_2). \end{aligned}$$

Подставляя сюда x_i из (5) и Δ_i из (6), получим

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= x + \frac{1}{3}(e_1 + e_2 + e_3); \\ \hat{x}_2 &= x + \frac{1}{3}(e_1 + e_2 + e_3); \\ \hat{x}_3 &= x + \frac{1}{3}(e_1 + e_2 + e_3). \end{aligned}$$

Таким образом, перераспределение погрешностей в результате коррекции привело к тому, что значения $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ стали одинаковыми. Поэтому любое из них может быть взято за искомую оценку, т. е. результирующий алгоритм оценивания можно записать в виде

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x_1 - \frac{1}{3}(\Delta_1 + \Delta_2), \\ \Delta_1 &= x_1 - x_2, \\ \Delta_2 &= x_1 - x_3. \end{aligned}$$

Оценка, получаемая по этому алгоритму, совпадает со средним арифметическим, в чем можно убедиться подстановкой в оценочную функцию двух последних уравнений. Это объясняется тем, что коррекция на основе псевдообращения эквивалентна применению метода наименьших квадратов, который, как известно, приводит к средней арифметической оценке.

Если погрешности e_i независимы и имеют одинаковые дисперсии, то такая коррекция является оптимальной, обеспечивая уменьшение дисперсии ошибок в 3 раза. Если измерения неравноточные и известна корреляционная матрица погрешностей $R = M\{e \cdot e^T\}$, то минимальной дисперсией обладает оценка, получаемая в соответствии с алгоритмом

$$f: \hat{x} = x_1 - RM^T(MRM^T)^{-1} \Delta,$$

где вектор Δ определяется соотношением (6).

Можно показать, что эта оценка совпадает с марковской оценкой.

Применение алгоритмов диагностики для отбраковки части измерений

Обратимся теперь к ситуации, когда наряду с малыми погрешностями возможны однократные ошибки высокого уровня, к которым могут приводить, например, отказы или сбои датчиков. С точки зрения технической диагностики, в такой ситуации целесообразно определить номер недостоверного значения измерения и «отбросить» его, сформировав оценку по двум оставшимся значениям.

Такой подход позволяет построить целую группу оценок, отличающихся алгоритмом диагностики, используемым для определения индек-

са значения недостоверного измерения, а также способом формирования оценки по оставшимся значениям. Дадим описание некоторых оценок, разработанных в рамках метода избыточных переменных и систем с алгебраическими инвариантами.

Отбраковка одного измерения по минимальному рассогласованию

В теории систем с алгебраическими инвариантами доказано, что для диагностики однократных ошибок необходимо иметь два независимых алгебраических инварианта, которые в линейном случае можно записать в виде

$$\Delta = \mathbf{M}\mathbf{X} = 0,$$

где \mathbf{M} — прямоугольная матрица, имеющая две строки.

От исходных алгебраических инвариантов путем их линейного комбинирования перейдем к системе зависимых инвариантов

$$\bar{\Delta} = \bar{\mathbf{M}}\mathbf{X} = 0, \tag{8}$$

где $\bar{\mathbf{M}}$ — квадратная матрица с нулевой диагональю.

Для системы (5) и алгебраических инвариантов (6) уравнение (8) будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Подставляя $x_i = x + e_i$, $i = \bar{1}, \bar{3}$, получаем

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}.$$

Если одна из погрешностей e_i будет значительно больше других, это приведет к существенному отклонению всех компонент вектора рассогласований, кроме одной, в которую она входит с нулевым коэффициентом. Это обстоятельство позволяет определить индекс недостоверного значения измерений и отбраковать его.

Таким образом, алгоритм диагностики состоит в том, что из трех значений измерений x_1, x_2, x_3 отбрасывается только одно, индекс которого совпадает с индексом минимальной из величин $|\Delta_1|, |\Delta_2|, |\Delta_3|$. Оценка формируется по двум оставшимся значениям измерений (назовем их x'_1, x'_2), например путем вычисления их среднего арифметического, среднего геометрического и т. п.

Описанный переход от значений измерений x_1, x_2, x_3 к значениям x'_1, x'_2 можно формально представить в виде

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \mathbf{L}'_m \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

где оператор отбраковки по минимальному рассогласованию \mathbf{L}'_m задается (2×3) матрицей, в каждой строке которой один элемент равен единице, а остальные — нулю. Например, матрица отбраковки первого измерения имеет вид

$$\mathbf{L}'_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Используя классические средние двух оставшихся значений измерений, можно получить шесть различных оценок.

Отбраковка одного измерения по максимальному рассогласованию

Идея этого алгоритма состоит в получении оценки вектора погрешностей на основе анализа рассогласований алгебраических инвариантов и отбраковки значения измерений, обладающего максимальной оценкой погрешности.

Оптимальная в смысле метода наименьших квадратов оценка вектора погрешностей дается формулой (7), откуда для матрицы \mathbf{M}^+ получаем

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Из трех значений измерений x_1, x_2, x_3 будем отбрасывать то, индекс которого совпадает с индексом максимальной из величин $|\hat{e}_1|, |\hat{e}_2|, |\hat{e}_3|$. Обозначая, как и прежде, оставшиеся значения измерений через x'_1, x'_2 , можно записать

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \mathbf{L}'_M \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

где \mathbf{L}'_M — оператор отбраковки по максимальной оценке погрешности, подобный оператору \mathbf{L}'_m .

Так же, как и выше, в зависимости от способа усреднения оставшихся значений измерений можно получить различные оценки.

Кроме обработки измерений с помощью операторов \mathbf{L}'_M и \mathbf{L}'_m , можно предложить много других способов отбраковки. Можно, например, считать недостоверным и отбрасывать значение измерений, наиболее удаленное от среднего арифметического трех значений, от их среднего геометрического или от любой другой оценки из числа

приведенных ранее. После этого два оставшихся значения измерений осредняются одним из известных способов.

Оценки с отбраковкой двух значений измерений

Отдельный класс образуют алгоритмы оценивания, использующие отбрасывание (исключение, отбраковку) двух значений измерений из трех. Они позволяют парировать не только однократные, но и некоторые двукратные отказы. Согласно этим алгоритмам в качестве оценки берется одно из значений измерений, а два других в оценке в явном виде не присутствуют. Классическими примерами алгоритмов с отбраковкой двух значений измерений являются алгоритмы

$$\begin{aligned}\hat{x} &= \max(x_1, x_2, x_3); \\ \hat{x} &= \min(x_1, x_2, x_3); \\ \hat{x} &= \text{med}(x_1, x_2, x_3),\end{aligned}$$

использующие в качестве оценки максимальное, минимальное или среднее выборочное измерение. Возможны и другие варианты, когда, например, за оценку берется значение измерений, ближайшее к среднему арифметическому, среднему геометрическому или к любой другой средней оценке.

Опишем два алгоритма оценивания такого рода, опирающиеся на приведенные выше диагностические процедуры.

Первый из них состоит в том, что вычисляется вектор рассогласований (9) и из трех значений измерений x_1, x_2, x_3 отбрасываются два, индексы которых совпадают с индексами рассогласова-

ний, имеющих меньшую абсолютную величину. Тем самым в качестве оценки берется измерение, которому соответствует наибольшее из рассогласований $|\Delta_1|, |\Delta_2|, |\Delta_3|$. Обозначая оператор отбраковки, определенный таким образом, через L_m'' (число штрихов указывает на число отбрасываемых измерений), можем записать

$$f: \hat{x} = L_m''(x_1, x_2, x_3).$$

Согласно второму алгоритму отбраковываются два значения измерений, для которых оценка погрешностей, полученных по формуле (10), имеет наибольшую абсолютную величину. Тем самым в качестве оценки берется измерение с минимальной оценкой погрешности. Обозначая соответствующий оператор также через L_M'' , можем записать

$$f: \hat{x} = L_M''(x_1, x_2, x_3).$$

Заключение

Таким образом, в статье описаны классические средние и их обобщения; сформулированы ограничения на функцию оценивания, приведены сведения о средних по Коши, Колмогорову и квазисредних; дана геометрическая интерпретация функций оценивания и предложены новые алгоритмы оценивания на основе методов технической диагностики.

Полученные результаты могут быть использованы при обработке малых выборок измерительных данных в метрологии, технике, экономике и других областях.

Литература

1. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Алгоритмы оценивания результата трех измерений. — СПб.: Профессинал, 2010. — 192 с.
2. Орлов А. И. Прикладная статистика. — М.: Экзамен, 2006. — 671 с.
3. Колмогоров А. Н. Об определении среднего // Избр. тр. Математика и механика. — М.: Наука, 1985. С. 136–138.
4. Muliere P. On Ouasi-Means // J. Ineq. Pure and Appl. Math. 1991. Vol. 3. N 2. Art. 21.
5. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. — М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998. — 256 с.
6. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Инварианты в метрологии и технической диагностике // Измерительная техника. 1990. № 6. С. 3–14.
7. Управление вычислительными процессами / Под ред. М. Б. Игнатъева. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1973. — 298 с.

УДК 004.9

МЕТОДИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗРАБОТКИ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

Д. Н. Володина,

программист

А. В. Сарафанов,

доктор техн. наук, профессор

А. Г. Суковатый,

канд. физ.-мат. наук, доцент, ведущий научный сотрудник

Сибирский федеральный университет

Изложены подходы к созданию мультимедийных электронных образовательных ресурсов, основанных на разделении контента на образовательные примитивы. Приведены критерии целесообразности преобразования примитивов в мультимедиа. Рассмотрены процессы расчета смысловой нагрузки исходного образовательного материала и интеграции образовательных примитивов в единый ресурс.

Ключевые слова — электронные образовательные ресурсы, мультимедиа, образовательный примитив.

Разрабатываемые и распространяемые в РФ электронные образовательные ресурсы (ЭОР) [1] в настоящее время в своем большинстве являются статичными и не оснащенными дополнительными инструментами, повышающими эффективность обучения, такими, например, как управляемая/неуправляемая анимация, 3D-моделирование, графики с тьюнингом в реальном масштабе времени и т. п. Чаще всего ЭОР обладают очень низкой интерактивностью, которая достигается за счет использования различных технологий разметки текста (pdf, гипертекстовая разметка html).

Применение мультимедиа позволяет задействовать несколько уровней восприятия учебного материала, что способствует повышению эффективности процесса обучения. Согласно исследованиям в области эффективности различных моделей обучения [2], эффективность чтения оценивается в 10 %; аудиоинформация воспринимается обучаемыми на 20 %; видеоинформация — на 50 %; информация, примененная на практике, усваивается с эффективностью 60–80 %. Эти исследования позволяют сделать вывод о том, что учет в процессе разработки ЭОР данных о психофизиологических особенностях обучаемых является важным аспектом. При этом психофизиологические особенности обучаемых целесообразно рассматривать по принципу разделения их на ти-

пологии. Данные о типологии личности позволяют разработчику принять решение о выборе необходимой модели обучения, а затем разработать ЭОР, контент которого специальным образом будет воздействовать на обучаемых.

Существует множество различных методик [3, 4] по определению типологии личности, из которых наиболее подходящими для выбора модели обучения являются:

1) типология К. Г. Юнга [5, 6] и типология Майерс-Бриггс, в рамках которых всех людей делят на 2 основных типа — экстраверты и интроверты. Каждый из этих типов подразделяется на 4 вида (мыслительный, чувствительный, интуитивный, ощущающий). Процедура определения типа по Майерс-Бриггс проходит в три этапа: тест *МВТИ*, затем очное интервью с экспертом в типологии Майерс-Бриггс и тренинг, — в ходе которых изучается поведение человека в нескольких модельных ситуациях. Определяются типологии по К. Г. Юнгу с помощью тестирования [6];

2) типология Г. Айзенка — это типология суперчерт личности. Система пяти типов-параметров, показатели по каждому должны стремиться к положительному полюсу (например, экстраверсия в этой системе считается идеальным состоянием, а интроверсия — отклонением) [5, 6]. Определяется с помощью тестирования;

3) типология *NLP*. Типы определяются по доминирующему каналу восприятия: визуалы, аудиалы, кинэстетики и дискретный тип. Определяется с помощью тестирования [6];

4) типология Хейманса и Ле Сенна (практическая типология). Характер рассматривается как совокупность (в различной дозировке) трех основных составных частей: эмоциональности, активности, первичности и вторичности. Определяется с помощью тестирования.

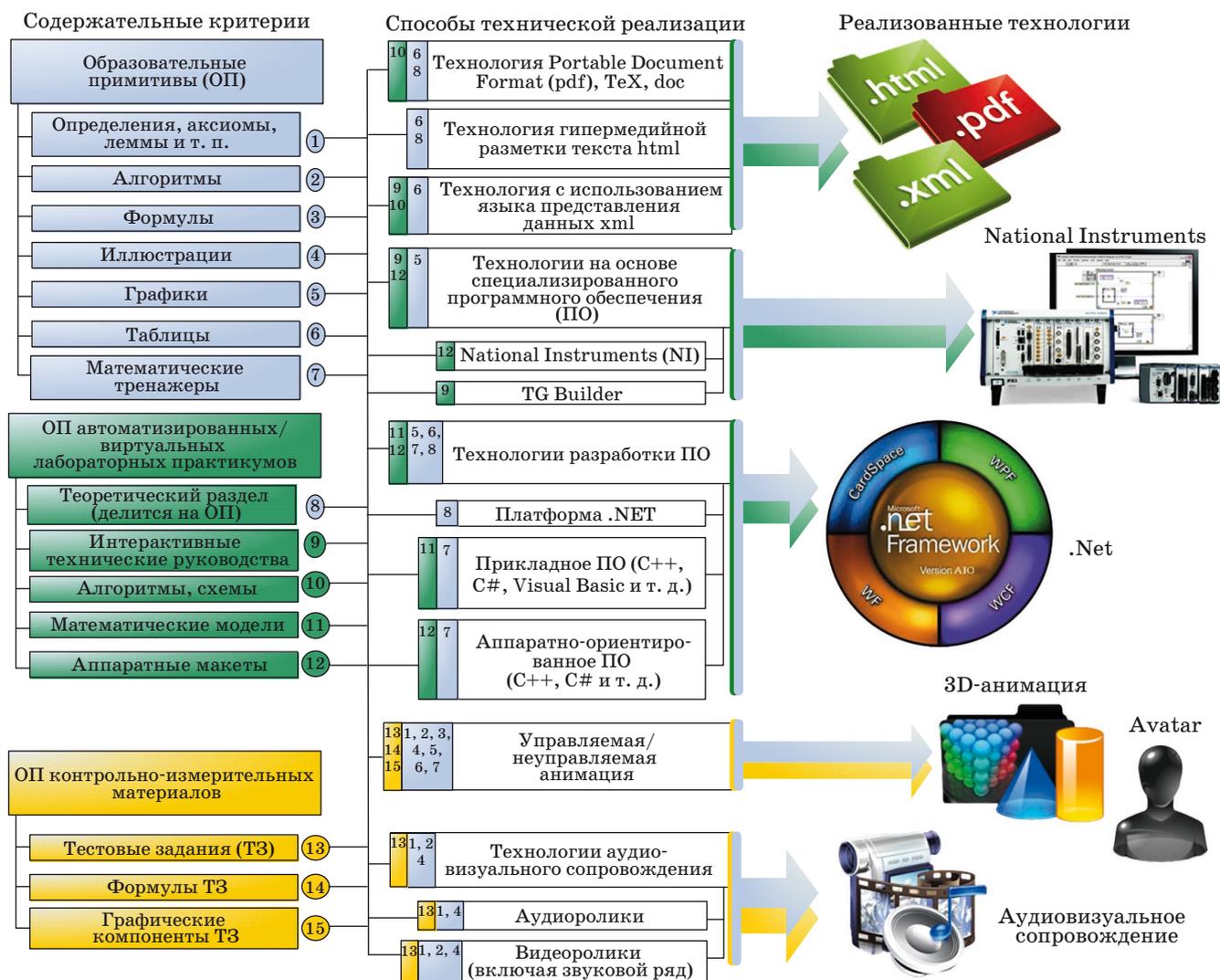
Анализ особенностей вышеуказанных типологий показывает, что определение типологии личности тем или иным способом (способ зависит от имеющихся данных: возраст, уровень образования и т. п.) [3] дает возможность выбрать наиболее эффективную модель обучения. Правильно подобранная модель обучения позволяет повысить эффективность обучения путем влияния на характер деятельности обучаемых и активизации необходимых каналов восприятия [7]. Это

происходит с помощью различных инструментов, таких как интерактив и мультимедиа.

Следующим после выбора модели обучения, согласно описанной далее технологии, является этап адаптации учебного материала под выбранную модель. Адаптация происходит за счет различных дополнений и/или переработки контента ЭОР в мультимедиа (рис. 1).

Рассматриваемая в данной статье технология заключается в создании мультимедийного ЭОР, основой для которого служит образовательный ресурс, созданный традиционным способом (в печатном виде) [8–11].

При создании мультимедийного ЭОР важным аспектом является целесообразность затрат ресурсов, начиная от программного и технического обеспечения, до оплаты рабочего времени специалистов-разработчиков, так как высокая стоимость электронного ресурса не гарантирует, что он будет эффективен для обучаемых. В связи



■ Рис. 1. Процесс дополнения и/или переработки контента ЭОР в мультимедиа

с этим необходимо оценивать целесообразность тех или иных методов реализации при преобразовании компонентов ЭОР из статичных форм в мультимедийные.

Предлагаемая в работе технология предполагает на начальном этапе технологической цепочки разработки ЭОР разделение контента на образовательные примитивы: наименьшие неделимые статичные единицы учебного материала — определения, аксиомы, теоремы, формулы, графики, таблицы и т. п. А на последующих этапах принимаются решения о применении той или иной технологии (см. рис. 1).

Критериями для принятия решения о целесообразности преобразования ОП в мультимедиа являются несколько параметров:

- целевая аудитория (возраст пользователей; уровень образования (школа, учреждение начального и среднего профессионального образования, вуз) и т. д.) [12];
- смысловая нагрузка материала (использование технологии мультимедиа необходимо, прежде всего, в трудных для понимания местах, требующих дополнительного наглядного пояснения; для обобщений, систематизации тематических смысловых блоков и т. п.);
- цикл дисциплины (согласно образовательному стандарту), для которой разрабатывается ЭОР (при прочих равных условиях преобразование целесообразнее вести с точки зрения экономических затрат для естественно-научного и общепрофессиональной части профессиональных циклов ввиду их востребованности более широкой аудиторией по сравнению с социально-экономическими и специальными дисциплинами);
- трудоемкость процесса оснащения образовательного контента мультимедиа (необходимость привлечения специалистов разных областей, специализированного ПО, оборудования и т. п.).

Поиск оптимального решения затрагивает множество областей знаний: для расчета трудоемкости создания ЭОР необходимо применять экономическую теорию; для вычисления смысловой нагрузки ОП необходимо прибегнуть к различным математическим расчетам; для преобразования в мультимедиа необходима совокупность знаний в дизайне, эргономике, программировании и т. д.

К примеру, расчет трудоемкости создания авторы ЭОР практически не используют, полагаясь на свой опыт, приблизительно рассчитывая, что смогут сделать в заданные сроки, не анализируя глубоко целесообразность того или иного действия над ЭОР. Так, автор может сделать основной упор на прорисовку персонажей анимации, при этом забыв про звуковое сопровождение, которое могло бы оказаться более эффективным для

того же учебного материала. Из этого можно сделать вывод, что вовремя примененная совокупность знаний позволяет принять наиболее правильное решение о способе преобразования ОП в мультимедиа, а также о технологии, которую необходимо применить для преобразования. Так как универсальных решений, работающих всегда, почти нет, существуют лишь общие подходы, следуя которым работу можно выполнить более продуктивно. На рис. 2 показаны примеры принятия таких решений. Согласно предлагаемой в данной статье технологии, для каждой разновидности ОП существует свой способ принятия решений.

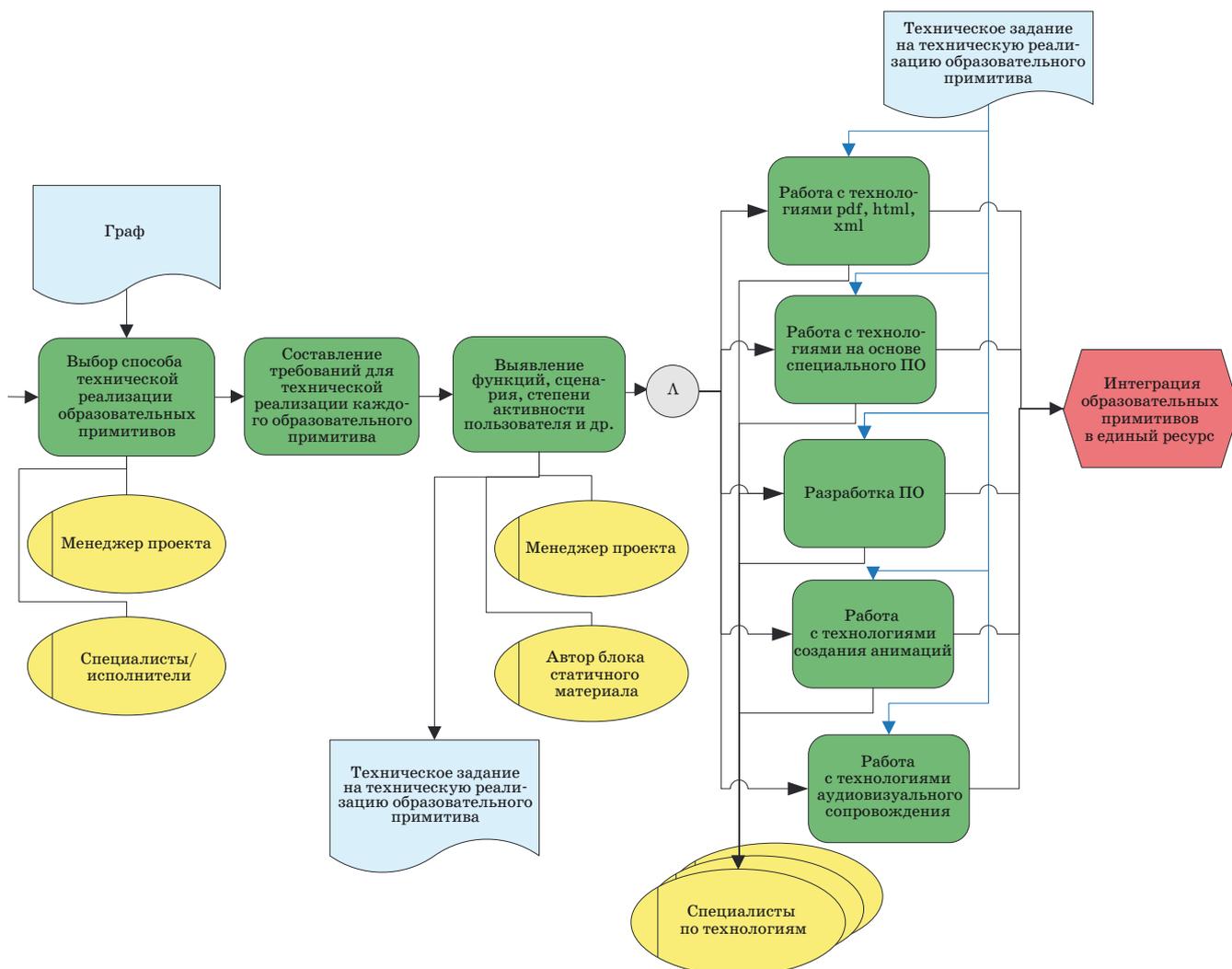
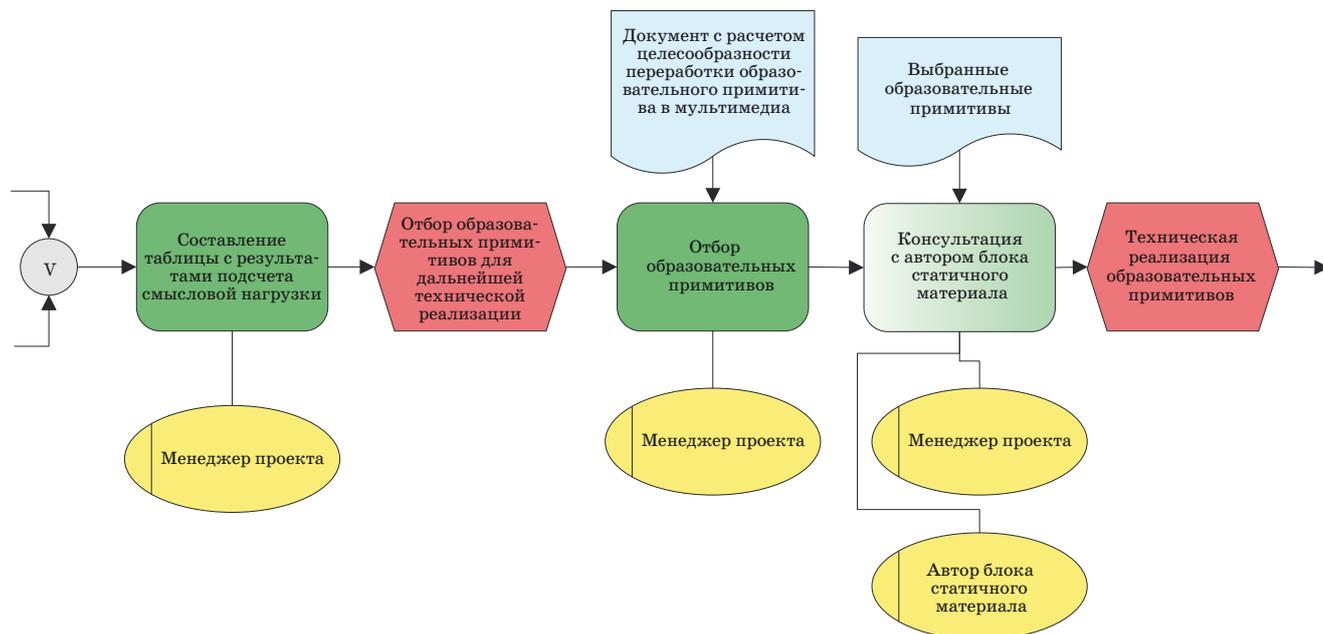
Для того чтобы правильно понять необходимость применения той или иной технологии, следует углубиться в действия и функции, которые выполняют различные категории разработчиков ЭОР. Для создания анимации, например, необходимы три специалиста: менеджер проекта, дизайнер, иллюстратор-программист.

Работа менеджера проекта заключается в составлении требований к преобразованию ОП в мультимедиа. Требования к будущей анимации менеджер проекта составляет на основе интервью с автором ЭОР, а также исходя из рекомендаций выбранной модели обучения. Предположим, надо визуализировать график. В этом случае для дизайнера необходимо сформировать требования к форме, обязательным характеристикам графика, элементам визуального интерфейса, окнам и т. п. Для аниматора-программиста необходимо указать функции движения графика, а также функции данной анимации, что должно происходить при активации того или иного элемента визуального интерфейса. Менеджер проекта руководит всем процессом создания анимации, при этом консультируется с автором, дизайнером и аниматором-программистом. Консультация с автором происходит для определения правильности отражения в ЭОР дидактических компонентов, с дизайнером — относительно корректности дизайна и эргономичности разрабатываемой анимации, а с аниматором-программистом — о реализации всех функций. Также менеджер проекта координирует действия двух других специалистов — дизайнера и аниматора-программиста, которые, как правило, не являются специалистами в предметной области будущего ЭОР и могут не учесть все нюансы, на которые стоит обратить внимание. Очень часто в роли данных специалистов выступает один человек, обладающий совокупностью необходимых знаний и навыков.

Менеджер проекта выполняет ряд других обязанностей, например выбирает технологию, руководствуясь рядом принципов. На данном этапе уже имеется набор ОП, которые целесообразнее преобразовать в мультимедиа. На рис. 1 для каж-



■ Рис. 2. Описание процесса расчета смысловой нагрузки



исходного образовательного материала в нотации ARIS eEPC

дого ОП предложено несколько вариантов преобразования в мультимедиа. Для того чтобы выбрать какой-то вариант конкретно, необходимо знать назначение ОП. При этом следует руководствоваться смысловой нагрузкой ОП и ресурсозатратностью той или иной технологии, а также ее доступностью. Например, для применения технологии аватара потребуется 4 специалиста (специалист в 3D-графике, специалист по звуку, специалист по видеомонтажу и/или аниматор, диктор), а для звукового обеспечения — всего 2 (специалист по звуку и диктор) и меньшее количество специализированного оборудования.

В рамках опыта реализации серии проектов [8–10, 13] было выявлено, что авторы разработки ЭОР на начальном этапе работы с менеджером проекта зачастую не имеют четкого представления о том, какую именно часть учебного материала стоит преобразовать в мультимедиа, а какую целесообразно оставить в статичном варианте. Если объем учебного материала небольшой, лучше воспользоваться уже разработанной в рамках рассмотренной в данной статье технологии методикой: рассчитать смысловую нагрузку учебного материала, используя метод, представленный на рис. 2, затем выбрать наиболее весомые по смыслу блоки, также используя специальный метод, разбить их на ОП и далее действовать так, как показано на рис. 2 и описано выше.

При большом объеме учебного материала значительная часть процесса расчета смысловой нагрузки исходного образовательного материала и определение последующей технологической реализации ОП могут быть реализованы на основе экспертной системы, например [14], с разработкой соответствующей базы данных, содержащей правила выбора блоков материала для последующей переработки ОП и/или дополнения контента мультимедиа-компонентами. Результатом обращения к такой системе станут рекомендации по решению ряда задач, таких как отбор статичного учебного материала на основе расчета смысловой нагрузки и, соответственно, рекомендации по его технологической реализации.

Говоря о последнем этапе технологической реализации ОП — их интеграции в единый ресурс, стоит обратиться к системам управления учебным контентом (*Learning Content Management System — LCMS*) [15]. В основе функционирования *LCMS* лежит концепция представления содержания образовательного контента как совокупности многократно используемых учебных объектов (в том числе и отдельных ОП), что особенно эффективно в тех случаях, когда над созданием ЭОР работает большое число авторов, которым необходимо использовать одни и те же ОП или целые фрагменты в различных курсах.

Вне зависимости от дальнейшего способа доставки образовательного контента ЭОР потребителю (будь это в дальнейшем сетевой или локальный ресурс) *LCMS* включает в себя следующие ключевые компоненты:

- репозиторий учебных объектов;
- ПО для создания многократно используемых учебных объектов на основе шаблонов и архивных образцов, содержащих основные принципы дизайна образовательного контента;
- интерфейс отображения (проигрывания контента);
- средства администрирования и т. д.

При этом стоит заметить, что при современном развитии технологий *e-Learning* и смещении акцентов к сетевым технологиям распространения образовательного контента в качестве инструментария-интегратора ОП в единый ЭОР все большее распространение получают системы управления обучением (*Learning Management System — LMS*), объединяющие в себе возможности не только разработки и каталогизации ЭОР и их отдельных компонентов (ОП), но и подсистемы тестирования, коммуникаций, мониторинга образовательного процесса и т. д.

Проблема выбора ПО, на котором будет реализована интеграция ОП в единый ресурс, зависит от целого ряда факторов: какие требования предъявляются к функционалу ЭОР, на каких пользователей ориентирован ресурс и, что немаловажно, финансовый аспект приобретения и дальнейшей поддержки ПО.

С одной стороны, существует коммерческое ПО [16] (такое как *Adobe Captivate 4* (www.adobe.com/products/captivate/), *Compentum.ABTOP 2.2.* (www.competentum.ru), *Система REDCLASS* (www.redlab.ru), *Courselab 2.6* (www.courselab.ru), *eAuthor CBT* (www.learnware.ru)). Плюсы коммерческого ПО широко известны: в большинстве своем это надежные системы с надлежащим уровнем поддержки пользователей и постоянным обновлением.

Другой путь — создание ЭОР на базе систем с открытым кодом (*OpenSource*) (таких как *ATutor* (<http://www.atutor.ca/>), *Sakai* (<http://sakaiproject.org/>), *OLAT* (<http://www.olat.org>) и т. д.) [16, 17].

Заметим, что по мнению многих разработчиков ЭОР [17] системы с открытым кодом (*OpenSource*) позволяют решать те же задачи, что и коммерческие системы, но при этом у пользователей есть возможность доработки и адаптации конкретной системы к своим потребностям и текущей образовательной ситуации. Например, актуальной задачей является задача интеграции систем *LCMS* с порталами и отдельными сетевыми лабораториями, обеспечивающих выполнение лабораторных исследований в сети Интернет [18].

Современные тенденции развития *OpenSource* направлены в сторону универсализации и увеличения функциональности систем. Так, в частности, на основе спецификации *IMS Learning Design*, подготовленной Открытым университетом Нидерландов (*Open University of the Netherlands*), была создана «Система управления последовательностью учебных действий» (*Learning Activity Management System*), которая предоставляет преподавателям визуальные средства для разработки структуры учебного процесса, позволяющие задавать последовательность видов учебной деятельности. Эта система предоставляет преподавателю интуитивно понятный интерфейс для создания образовательного контента, который может включать в себя различные индивидуальные задания, задания для групповой работы и фронтальную работу с группой обучаемых и т. д. [17].

Таким образом, по своим функциональным возможностям некоторые современные системы *OpenSource* не уступают коммерческим аналогам, а по некоторым параметрам даже превосходят их, например *ATutor*, *OLAT*, *Claroline*, *MOODLE* или *Sakai* [16, 17].

В дополнение необходимо отметить, что на данный момент разработка ЭОР является одним из немногих сегментов рынка программирования, в котором все еще отсутствуют предложения в формате *Software as a service (SaaS)*. В то же время существующая тенденция интенсификации процесса разработки образовательного контента выдвигает новые требования по обеспечению авторских коллективов (в том числе распределенных) необходимым ПО. В этой ситуации следует ожидать появления инструментария, поддерживающего коллективную разработку ЭОР и предоставляемого в формате *SaaS*.

Таким образом, перечисленные выше возможности *LCMS/LMS* применительно к последнему этапу рассматриваемой в статье технологии позволяют не только создавать репозитарий ОП для их последующего многократного использования в различных ЭОР, но и формировать законченные

образовательные модули (ресурсы) как в сетевом, так и в кейсовом вариантах и организовывать на их основе учебный процесс.

Говоря в целом об описанных выше методических и технологических аспектах разработки мультимедийных ЭОР, можно сделать вывод, что только взвешенное и продуманное привлечение навигационных, мультимедийных, интерактивных и других средств, предоставляемых информационными технологиями, превращает учебный материал в эффективное средство обучения.

Это может быть достигнуто, с одной стороны, использованием представленной в данной работе технологии создания ЭОР, предусматривающей разбиение образовательного контента ресурса на ОП и представляющей алгоритм, согласно которому разработчик на всех этапах создания ЭОР принимает оптимальные решения в части технологических аспектов реализации компонентов, в том числе на основе экспертной системы. С другой стороны — использованием программных средств *LCMS/LMS* (в частности, *репозитария учебных объектов*) для объединения ОП в единый ресурс с учетом модели обучения, применяемой для данной группы обучаемых и полученной на исследовании типологии личности аудитории, что способствует созданию адаптивных, персонально-ориентированных электронных образовательных ресурсов и, как следствие, повышению эффективности использования ЭОР в образовательном процессе.

Работа выполнена при поддержке гранта № 2.2.2./5309 Министерства образования и науки РФ по проекту «Моделирование процессов функционирования сопряженных ферментативных систем в клетке на примере ферментов светящихся бактерий» на 2009–2010 годы; гранта ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы по теме «Биолюминесцентный анализ молекулярных процессов в клетках и их физико-химических моделях; создание на их основе нового поколения биолюминесцентных сенсоров для биологии и медицины», контракт № 02.740.11.0766.

Литература

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам / ФГУ ГНИИ ИТТ «Информика». <http://window.edu.ru/> (дата обращения: 24.02.2010).
2. Забышный А. А. Повышение эффективности обучения с учетом типологии личности студентов // Питания экспериментальной та клінічної медицини: зб. ст. 2009. Вип. 13. Т. 2. С. 226–232.
3. Якунин В. А. Педагогическая психология: учеб. пособие. — СПб.: Полиус, 2000. — 639 с.
4. Кашапов Р. Р. Типология личности, или какие мы разные. — М.: АСТ-Пресс Книга, 2002. С. 3–8, 75–86.
5. Колесник В. О типологиях людей. <http://kolesnik.ru/2008/typologies/> (дата обращения: 24.02.2010).
6. Сборник психологических тестов, книг, методик и тренинговых упражнений. Психология для студентов и преподавателей. <http://www.psy-files.ru/> (дата обращения: 24.02.2010).

7. **Якунин В. А.** Влияние мотивации и интеллекта на уровень учебной активности студентов // Вестник ЛГУ. 1977. № 23. С. 72–94.
8. **Володина Д. Н.** и др. Технологические и организационные аспекты разработки и внедрения в учебный процесс инновационных учебно-методических комплексов // Открытое образование. 2010. № 2. С. 14–23.
9. **Каталог инновационных учебно-методических комплексов дисциплин и электронных ресурсов** / Сост. К. Н. Захарьин, А. В. Сарафанов, А. Г. Суковатый и др.; ИПК СФУ. — Красноярск, 2009. Вып. 1. — 298 с.
10. **Володина Д. Н.** и др. Каталог инновационных учебно-методических комплексов дисциплин и электронных ресурсов / ИПК СФУ. — Красноярск, 2010. Вып. 2. — 1 электрон. опт. диск (CD).
11. **Володина Д. Н., Сарафанов А. В.** Метод проектирования электронных образовательных ресурсов // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр. / Под ред. А. И. Громыко, А. В. Сарафанова; ИПК СФУ. Красноярск, 2009. С. 447–450.
12. **Володина Д. Н., Сарафанов А. В.** Определение целевой аудитории, как основополагающий фактор, влияющий на качество электронного образовательного ресурса // Повышение качества высшего профессионального образования: материалы Всерос. науч.-метод. конф. В 3 ч. Ч. 3 / Отв. ред. С. А. Подлесный; ИПК СФУ. Красноярск, 2009. С. 14–18.
13. **Центр технологий электронного обучения СФУ / Сибирский федеральный университет.** — Красноярск, 2006. <http://edu.sfu-kras.ru/studies/sdo/lab#3> (дата обращения: 24.02.2010).
14. **Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2000610422.** Экспертный анализ сложноформализуемых проектных процедур / А. В. Сарафанов, О. В. Межевов, Ю. Н. Кофанов, Г. О. Преснякова, М. Л. Дектерев. — М.: Российское агентство по патентам и товарным знакам (РОСПАТЕНТ), 2000.
15. **Система управления учебным контентом (Learning Content Management Systems — LCMS) / Smart Education.** <http://www.smart-edu.com/index.php/distantionnoe-obuchenie/sistema-upravleniya-uchebnym-kontentom-learning-content-management-systems-lcms.html/> (дата обращения: 05.05.2010).
16. **Системы управления обучением / Системы управления учебным контентом (LMS/LCMS) — решения и сервисы.** В 2 т. Т. 2. Исследование рынка технологий дистанционного обучения в СНГ // Портал Smart education. — М., 2010. http://www.smart-edu.com/index.php?option=com_phocadownload&view=category&id=3&download=4&Itemid=776/ (дата обращения: 05.05.2010).
17. **Богомолов В. А.** Обзор бесплатных систем управления обучением // Educational Technology & Society. 2007. Vol. 10. N 3. http://ifets.ieee.org/russian/depository/v10_i3/html/9_bogomolov.htm (дата обращения: 05.05.2010).
18. **Глинченко А. С.** и др. Сетевой учебно-исследовательский центр коллективного пользования уникальным лабораторным оборудованием на базе веб-портала как элемент системы дистанционного образования // Открытое образование. 2009. № 5. С. 30–42.

**АНДРИЕВСКИЙ
Алексей
Борисович**



Младший научный сотрудник лаборатории управления сложными системами Института проблем машиноведения РАН. В 2009 году окончил магистратуру Балтийского государственного технического университета «Военмех» по специальности «Автоматизация и управление». Является автором шести научных публикаций, в том числе одного учебного пособия. Область научных интересов — адаптивное управление, управление детерминированным хаосом, автоматизированное проектирование.
Эл. адрес: andrievskyaalexey@gmail.com

**АНДРИЕВСКИЙ
Борис
Ростиславич**



Ведущий научный сотрудник лаборатории управления сложными системами Института проблем машиноведения РАН, профессор Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики, Балтийского государственного технического университета «Военмех». В 1972 году окончил Ленинградский механический институт. В 2005 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 130 научных публикаций. Область научных интересов — адаптивное управление, системы с переменной структурой, управление колебаниями, автоматизированное проектирование и др.
Эл. адрес: boris.andrievsky@gmail.com

**АНИТРОПОВ
Роман
Викторович**



Инженер Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. В 2002 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики по специальности «Мехатроника». Является автором трех научных публикаций и двух изобретений. Область научных интересов — проектирование и изготовление оптических систем, оптико-информационные системы.
Эл. адрес: roman_aspherik@mail.ru

**БАЛОНИН
Николай
Алексеевич**



Профессор кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1982 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина). В 2008 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 70 научных публикаций, в том числе трех монографий. Область научных интересов — теория динамических систем, теория идентификации, теория операторов, теория матриц, вычислительные методы, интернет-робототехника, интернет-книги с исполняемыми алгоритмами, научные социальные сети.
Эл. адрес: korbendfs@mail.ru

**БУРАКОВ
Михаил
Владимирович**



Доцент кафедры управления и информатики в технических системах Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1984 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Автоматизированные системы управления». В 1994 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 100 научных публикаций. Область научных интересов — системы интеллектуального управления, нечеткие регуляторы, нейронные сети, эволюционные алгоритмы.
Эл. адрес: bmv@sknt.ru

**ВАСИЛЬЕВ
Владимир
Николаевич**



Профессор, заведующий кафедрой компьютерных технологий, ректор Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики, действительный член ряда академий, заслуженный деятель науки РФ, почетный работник высшего профессионального образования РФ, награжден рядом правительственных наград. В 1974 году окончил Ленинградский политехнический институт. В 1990 году защитил диссертацию на соискание степени доктора технических наук. Является автором более 150 публикаций и 15 изобретений. Область научных интересов — оптико-информационные системы и технологии, нанотехнологии, компьютерные и телекоммуникационные технологии.
Эл. адрес: vasilev@mail.ifmo.ru

ВОЛОДИНА
Дарья
Николаевна



Аспирант Сибирского федерального университета, программист Центра обучающих систем. В 2007 году окончила Сибирский федеральный университет по специальности «Информационные системы и технологии в системах массовой информации». Является автором 13 научных публикаций. Область научных интересов — технологии электронного обучения, информационные технологии в науке и образовании, правовые и экономические аспекты создания и использования информационных ресурсов, средства создания и поддержки электронных библиотек и электронных изданий. Эл. адрес: dvolodina@sfu-kras.ru

ДАНИЛОВСКИЙ
Михаил
Михайлович



Ведущий разработчик ООО «Системы Управления Инвестициями Матрикс». В 2007 году окончил факультет технической кибернетики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета по специальности «Системный анализ и управление». Является автором одной научной публикации. Область научных интересов — анализ и математическое моделирование системных процессов. Эл. адрес: swapm@mail.ru

ЗВЕРЕВ
Виктор
Алексеевич



Профессор кафедры прикладной и компьютерной оптики Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики, заслуженный деятель науки РФ, лауреат Ленинской премии и премии Совета министров СССР, награжден орденом Трудового Красного Знамени и медалями. В 1961 году окончил Ленинградский институт точной механики и оптики. В 1989 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 200 научных публикаций и 75 авторских свидетельств. Область научных интересов — проектирование и изготовление оптических систем, оптико-информационные системы. Эл. адрес: post_vaz@rambler.ru

ЗЯБЛОВ
Виктор
Васильевич



Профессор, заведующий лабораторией информационных технологий передачи, анализа и защиты данных Института проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН. В 1961 году окончил Московское высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана. В 1979 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 200 научных публикаций, в том числе четырех монографий и семи запатентованных изобретений. Область научных интересов — теория информации, теория кодирования. Эл. адрес: zyablov@iitp.ru

КОНОВАЛОВ
Александр
Сергеевич



Профессор, заведующий кафедрой управления и информатики в технических системах Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, почетный работник высшего профессионального образования РФ. В 1968 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Электронные вычислительные машины». В 1998 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 120 научных публикаций. Область научных интересов — синтез нелинейных систем автоматического управления сложными объектами, системы искусственного интеллекта, системы автоматизированного проектирования. Эл. адрес: Konvalov@c4t.com

ЛИВШИЦ
Ирина
Леонидовна



Старший научный сотрудник, заведующая лабораторией специальных оптических и ТВ-систем Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. В 1974 году окончила Ленинградский институт точной механики и оптики. В 1980 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 120 научных публикаций. Область научных интересов — оптические и оптико-информационные системы. Эл. адрес: irina@jupiter.spb.ru

**МАЙДАНОВ
Николай
Петрович**



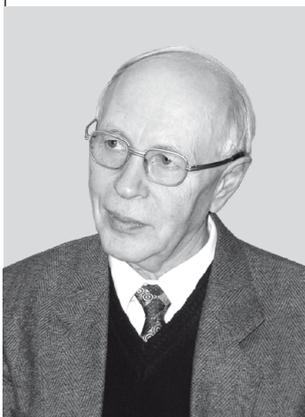
Старший преподаватель кафедры социологии Санкт-Петербургского государственного инженерно-экономического университета. В 1974 году окончил военно-медицинский факультет при Куйбышевском государственном медицинском институте им. Д. И. Ульянова по специальности «Лечебно-профилактическое дело». Является автором более 20 научных публикаций. Область научных интересов — профессиональный психологический отбор, психофизиологическое сопровождение служебной деятельности государственных служащих. Эл. адрес: dept.ksoe@engec.ru

**МАРАХОВСКИЙ
Вячеслав
Борисович**



Профессор кафедры компьютерных систем и программных технологий Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Награжден благодарностью президиума АН СССР и медалями «Изобретатель СССР» и «Ветеран труда». В 1963 году окончил Ленинградский политехнический институт. В 1992 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 240 научных публикаций, в том числе четырех монографий и около 80 изобретений. Область научных интересов — логическое проектирование устройств, прикладная теория автоматов, проектирование асинхронных устройств и др. Эл. адрес: vbmarak@gmail.com

**МЕЛЕХИН
Виктор
Федорович**



Профессор, заведующий кафедрой компьютерных систем и программных технологий Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, почетный работник высшего профессионального образования РФ. В 1960 году окончил Ленинградский политехнический институт. В 1984 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 230 научных публикаций, в том числе четырех монографий, 75 изобретений. Область научных интересов — теория и технология проектирования вычислительных систем и устройств. Эл. адрес: melekhin@aivt.ftk.spbstu.ru

**МИРОНОВ
Вячеслав
Иванович**



Профессор, ведущий научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН. В 1962 году окончил Ростовское высшее артиллерийское инженерное училище им. М. И. Неделина. В 1975 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 200 научных публикаций. Область научных интересов — фундаментальные и прикладные исследования проблем комплексного моделирования, теории оптимального наблюдения и управления динамическими процессами, вычислительной математики, баллистики космических полетов и др. Эл. адрес: mironuv@yandex.ru

**МИРОНОВ
Юрий
Вячеславович**



Старший научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН. В 1987 году окончил Военный инженерный Краснознаменный институт им. А. Ф. Можайского. В 2005 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 60 научных публикаций. Область научных интересов — фундаментальные и прикладные исследования проблем комплексного моделирования, теории оптимального наблюдения и управления динамическими процессами, вычислительной математики, баллистики космических полетов, статистического анализа характеристик сложных технических систем. Эл. адрес: mironuv@yandex.ru

**МИРОНОВСКИЙ
Леонид
Алексеевич**



Профессор кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Действительный член Академии навигации и управления движением, заслуженный работник высшей школы. В 1962 году окончил Ленинградский политехнический институт. В 1981 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 170 научных публикаций, соавтором пяти учебников и монографий, автором более 50 изобретений. Область научных интересов — техническая диагностика и компьютерное моделирование динамических систем. Эл. адрес: mir@aanet.ru

РЫБИН
Павел
Сергеевич



Младший научный сотрудник, аспирант Института проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН.

В 2010 году окончил Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана по специальности «Информационная безопасность».

Является автором десяти научных публикаций.

Область научных интересов — теория информации, теория кодирования.

Эл. адрес: prybin@iitp.ru

САРАФАНОВ
Альберт
Викторович



Профессор кафедры приборостроения и наноэлектроники Института инженерной физики и радиоэлектроники Сибирского федерального университета, лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники, почетный работник науки и техники РФ, действительный член Международной академии наук высшей школы, член-корреспондент РАЕН.

В 1986 году окончил Красноярский политехнический институт. В 2001 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 200 научных публикаций.

Область научных интересов — САПР радиоаппаратуры, информационные технологии в науке и образовании, компьютеризированное научное приборостроение и др.

Эл. адрес: iad@sfu-kras.ru

СЕРГЕЕВ
Михаил
Борисович



Профессор, заведующий кафедрой вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации.

В 1980 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина).

В 2001 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.

Является автором более 100 научных публикаций, 13 запатентованных изобретений.

Область научных интересов — теория разрядных вычислений, методы проектирования спецпроцессоров для систем контроля и управления, оптико-информационные системы.

Эл. адрес: ius@aanet.ru

СЛАЕВ
Валерий
Абдуллоевич



Профессор, главный научный сотрудник Всероссийского научно-исследовательского института метрологии им. Д. И. Менделеева, заслуженный метролог РФ, академик Метрологической академии.

В 1962 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина). В 1990 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.

Является автором более 200 научных публикаций и более 30 запатентованных изобретений.

Область научных интересов — метрология и научное приборостроение в сфере электрических и магнитных измерений, измерительных информационных систем и интеллектуальных средств измерений.

Эл. адрес: v.a.slaev@vniim.ru

СТЕПАНОВ
Игорь
Игоревич



Ведущий научный сотрудник отдела нейрофармакологии Научно-исследовательского института экспериментальной медицины СЗО РАМН.

В 1966 году окончил Первый Ленинградский медицинский институт им. акад. И. П. Павлова по специальности «Лечебное дело».

В 2001 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора медицинских наук.

Является автором более 110 научных публикаций, в том числе четырех запатентованных изобретений.

Область научных интересов — математическое моделирование физиологических и нейропсихологических процессов.

Эл. адрес: igorstep@is12044.spb.edu

СУВОРОВ
Николай
Борисович



Заведующий лабораторией нейрoэкологии НИИ экспериментальной медицины СЗО РАМН, профессор кафедры биотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», действительный член Академии медико-технических наук.

В 1964 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Автоматика и телемеханика».

В 1993 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора биологических наук. Является автором более 270 научных публикаций.

Область научных интересов — управление в медико-биологических системах, биотехнические системы.

Эл. адрес: nbsuvorov@yandex.ru

**СУКОВАТЫЙ
Алексей
Григорьевич**



Доцент, ведущий научный сотрудник Сибирского федерального университета. В 1994 году окончил Красноярский государственный университет по специальности «Физика». В 1999 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Является автором более 47 научных публикаций. Область научных интересов — технологии электронного обучения, автоматизированный лабораторный практикум, правовые и экономические аспекты создания и использования информационных ресурсов. Эл. адрес: asukovaty@sfu-kras.ru

УНЧУН ЧО



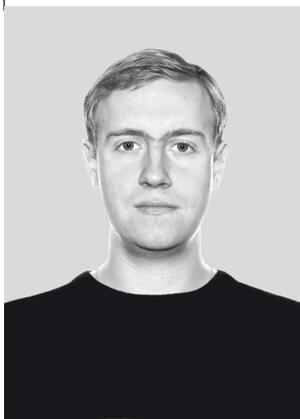
Гражданин Республики Корея. Профессор факультета инженерной механики Корейского политехнического университета. В 1987 году окончил университет Ёнсей (Республика Корея) со степенью бакалавра, в 1988 году получил степень магистра в университете Карнеги Меллон (США), в 1997 году — степень доктора в Политехническом институте Ренсселер (США). Является автором 40 научных публикаций. Область научных интересов — техническая оптика, лазеры, нанотехнологии, микрокомпоненты и материалы. Эл. адрес: cho@kpu.ac.kr

**ФРАДКОВ
Александр
Львович**



Заведующий лабораторией управления сложными системами Института проблем машиноведения РАН, профессор Санкт-Петербургского государственного университета, Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. В 1971 году окончил математико-механический факультет Ленинградского государственного университета. В 1986 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 500 научных публикаций, в том числе десяти патентов, 16 монографий и учебных пособий. Область научных интересов — нелинейное и адаптивное управление в физико-технических системах, управление колебательными и хаотическими системами и др. Эл. адрес: fradkov@mail.ru

**ФРОЛОВ
Алексей
Андреевич**



Младший научный сотрудник, аспирант Института проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН. В 2010 году окончил Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана по специальности «Информационная безопасность». Является автором пяти научных публикаций. Область научных интересов — теория информации, теория кодирования. Эл. адрес: alexey.frolov@iitp.ru

**ХИМЕНКО
Виталий
Иванович**



Профессор, заведующий кафедрой компьютерной математики и программирования, первый проректор Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Правительства РФ в области образования. В 1969 году окончил Куйбышевский политехнический институт. В 1992 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 150 научных публикаций. Область научных интересов — статистическая радиофизика, обработка информации в системах живой и неживой природы. Эл. адрес: vera@aanet.ru

**ШАЛЫТО
Анатолий
Абрамович**



Заведующий кафедрой технологий программирования Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики, ученый секретарь НПО «Аврора». В 1971 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Автоматика и телемеханика». В 1999 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 250 научных публикаций, трех монографий и 70 изобретений. Область научных интересов — системы логического управления, автоматное программирование. Эл. адрес: shalyto@mail.ifmo.ru

**ШКЛЯРУК
Сергей
Павлович**



Доцент кафедры психологии кризисных и экстремальных ситуаций Санкт-Петербургского государственного университета.

В 1974 году окончил Ленинградский педиатрический медицинский институт по специальности «Врач педиатр».

В 1979 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата медицинских наук.

Является автором более 90 научных публикаций и одного авторского свидетельства.

Область научных интересов — психодиагностика, психофизиология и психологическое обеспечение деятельности в экстремальных условиях.

Эл. адрес: irmos48@mail.ru

**ЮСУПОВ
Рафаэль
Мидхатович**



Член-корреспондент РАН, профессор, директор Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН, заслуженный деятель науки и техники РФ.

В 1958 году окончил Ленинградскую военно-воздушную инженерную академию им. А. Ф. Можайского, в 1964 году — Ленинградский государственный университет.

В 1968 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 350 научных публикаций.

Область научных интересов — научные основы информатики, моделирование, теория управления, информационная и национальная безопасность, квалиметрия моделей.

Эл. адрес: spiiran@iias.spb.su

**ЯНКИН
Юрий
Юрьевич**



Аспирант, инженер 1-й категории ОАО «Концерн «НПО «Аврора».

В 2005 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики по специальности «Электромеханика».

Область научных интересов — системы управления электроприводом, автоматное программирование.

Эл. адрес: yankinyy@gmail.com

УДК 537.86:519.2

Временная когерентность и вероятностная структура интенсивности случайных оптических излучений

Хименко В. И. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 2–8.

Основные характеристики временной когерентности оптического излучения рассмотрены с позиций спектрально-корреляционной теории случайных функций. Показаны новые результаты по исследованию «тонкой» вероятностной структуры интенсивности излучений.

Ключевые слова — когерентность, случайные поля, характеристики выбросов, фазовые траектории, фазовые портреты.

Список лит.: 11 назв.

УДК 629.191

Вариационное оценивание параметров движения космических аппаратов по критерию наименьших квадратов

Миронов В. И., Миронов Ю. В., Юсупов Р. М. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 9–13.

Рассматривается применение вариационного подхода для решения задач навигационного оценивания параметров движения космических аппаратов по критерию наименьших квадратов на основе совместной обработки измерительных данных бортовой навигационной аппаратуры потребителя, работающей по сигналам спутниковой радионавигационной системы. Приводится численный пример.

Ключевые слова — статистическое оценивание, нелинейные динамические системы, критерий наименьших квадратов, навигация космических аппаратов.

Список лит.: 10 назв.

УДК 681.3

M-матрицы

Балонин Н. А., Сергеев М. Б. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 14–21.

Уточняется универсальный численный алгоритм поиска минимаксных ортогональных матриц (M-матриц). Приведен обзор свойств B-матриц, дополняющих матрицы Адамара и Белевича (C-матрицы) на классе M-матриц. Рассмотрены методы расчета C-матриц четных порядков по B-матрицам нечетных порядков.

Ключевые слова — минимаксные ортогональные матрицы, матрицы Адамара, C-матрицы, минимаксное решение, бифуркационная диаграмма, кривая Мироновского.

Список лит.: 6 назв.

УДК 537.86:519.2

Time Coherence and Probability Structure of Random Optical Radiation Intensity

Khimenko V. I. IUS, 2011. N 1. P. 2–8.

The main characteristics of optical radiation time coherence are investigated from the standpoint of the spectral-correlation theory of random functions.

The new research results of a «thin» probability structure of radiation intensity are presented.

Keywords — Coherence, Random Fields, Crossings of Levels, Phase Trajectories, Phase Portraits.

Refs: 11 titles.

УДК 629.191

Variation Estimate of Space Vehicles Movement Parameters by the Least Squares Criterion

Mironov V. I., Mironov Y. V., Jusupov R. M. IUS, 2011. N 1. P. 9–13.

We review application of the variation approach to solve the problems of navigation estimates of space vehicles movement parameters by the least squares criterion based on the joint processing of the measurement data from the onboard consumer navigation equipment that works with the signals of satellite radio navigation system. A numerical example is presented.

Keywords — Statistical Estimation, Nonlinear Dynamic Systems, Criterion of the Least Squares, Navigation of Space Vehicles.

Refs: 10 titles.

УДК 681.3

M-Matrices

Balonin N. A., Sergeev M. B. IUS, 2011. N 1. P. 14–21.

The universal numerical search algorithm of minimax orthogonal matrices (M-matrices) is specified. A review of B-matrices' properties complementary to Hadamard and Belevitch matrices (C-matrices) on the M-matrices class is presented. Methods of calculating even order C-matrices through odd order B-matrixes are discussed.

Keywords — Minimax Orthogonal Matrixes, Hadamard Matrixes, C-Matrixes, Minimax Solution, the Bifurcation Diagram, Mironovsky Curve.

Refs: 6 titles.

УДК 681.5

Синтез нечетких логических регуляторов

Бураков М. В., Коновалов А. С. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 22–27.

Анализируется структура и принципы разработки нечетких ПИД-регуляторов, которые могут быть рассмотрены как естественное развитие последовательных ПИД-регуляторов. Предлагается простой четырехшаговый метод настройки нечеткого ПИД-регулятора. Разработанный контроллер обеспечивает типовые требования к переходному процессу, используя малое количество управляющих правил. Предлагаемая методология подтверждена примерами цифрового моделирования.

Ключевые слова — системы управления, нечеткий логический регулятор, ПИД-регуляторы.

Список лит.: 7 назв.

UDK 681.5

Fuzzy Controllers Design

Burakov M. V., Konovalov A. S. IUS, 2011. N 1. P. 22–27.

The paper analyses the structure and design aspect of the fuzzy PID controllers that can be viewed as a natural development of the conventional PID controller. A simplest four-stage tuning method for fuzzy PID controller is proposed. The designed controller is supposed to support typical control requirements using only a small number of rules. The proposed methodology is verified by examples of numeric simulation.

Keywords — Control System, Fuzzy Logic Controller, PID Controller.

Refs: 7 titles.

УДК 62.50

Оценивание состояния пассивизируемых нелинейных систем при коммуникационных ограничениях

Фрадков А. Л., Андриевский Б. Р., Андриевский А. Б. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 28–33.

Исследуется задача оценки состояния для одного класса нелинейных колебательных систем при информационных ограничениях, вызванных недостаточной пропускной способностью канала связи. Описана схема кодирования данных, основанная на применении нестационарных бинарных кодеров-декодеров полного порядка. Приведены результаты теоретического анализа процесса оценивания состояния нелинейных систем в форме Лурье, выполненного на основе теоремы о пассивизации, из которых следует, что оценка ошибки экспоненциально стремится к нулю при достаточно высокой скорости передачи данных. Представлены результаты экспериментальных исследований на маятниковом мехатронном комплексе, показывающие эффективность предложенного метода.

Ключевые слова — оценивание состояния, канал связи, нелинейная система, коммуникационные ограничения.

Список лит.: 30 назв.

UDK 62.50

Estimating the States of Nonlinear Systems under Communication Constraints

Fradkov A. L., Andrievsky B. R., Andrievsky A. B. IUS, 2011. N 1. P. 28–33.

A state estimation problem of a class of nonlinear oscillatory systems under information constraints imposed by limited capacity of the communication channel is analyzed. A binary time-varying coder-decoder scheme is described and the results of a theoretical analysis of state estimation of nonlinear systems, represented in Lurie form based on the Passification Theorem, are presented, showing that the estimation error exponentially tends to zero for a sufficiently high transmission rate. The experimental results for multi-pendulum mechatronic setup are presented, showing the efficiency of the proposed method.

Keywords — State Estimation, Communication Channel, Nonlinear System, Communication Constraints.

Refs: 30 titles.

УДК 612.821.2

Информативность математической модели процесса обучения

Степанов И. И., Ефремов О. М., Суворов Н. Б., Даниловский М. М., Майданов Н. П., Шклярчук С. П. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 34–40.

Приводится обзор известных математических моделей кривых обучения. Математическая модель, предложенная в статье, основана на передаточной функции линейной системы первого порядка. Разработанная модель является универсальной и пригодна для описания кривых обучения и запоминания как в экспериментах на животных, так и при оценивании состояния памяти у человека.

Ключевые слова — математическая модель, кривая обучения, передаточная функция, линейная система первого порядка.

Список лит.: 27 назв.

УДК 681.3

Проектирование глобально асинхронных систем с произвольной локальной синхронизацией

Мараховский В. Б., Мелехин В. Ф. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 41–49.

Рассматриваются задачи проектирования устройства (синхростратума), выполняющего функции глобальной синхронизации в массивно параллельных системах с произвольной локальной синхронизацией блоков; методика проектирования синхростратума в классе самосинхронных автоматов с использованием синхронных прототипов с различными дисциплинами синхронизации.

Ключевые слова — синхронизация, логическое время, физическое время, синхронные и асинхронные автоматы, массив автоматов, синхростратум, проектирование.

Список лит.: 8 назв.

УДК 621.039.564

Автоматное программирование плис в задачах управления электроприводом

Янкин Ю. Ю., Шалыто А. А. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 50–56.

Рассматривается применение автоматного программирования для реализации блоков управления электроприводом, построенных на основе микросхем программируемой логики. Показана эффективность такого подхода. Приведены результаты испытаний блоков.

Ключевые слова — автоматное программирование, конечный автомат, электропривод, программируемые логические интегральные схемы.

Список лит.: 4 назв.

УДК 612.821.2

Informative Core of the Mathematical Model of the Learning Curve

Stepanov I. I., Efremov O. M., Suvorov N. B., Danilovsky M. M., Maydanov N. P., Schklyaruk S. P. IUS, 2011. N 1. P. 34–40.

A review of the mathematical models of learning curves is presented. We suggest a transfer function based on the first order linear system. This mathematical model is universal and can describe the behavior in learning tasks for both humans and animals.

Keywords — Learning Curve, Mathematical Model, Transfer Function, First Order System.

Refs: 27 titles.

УДК 681.3

Design of Globally Asynchronous Systems with Arbitrary Local Synchronization

Marakhovsky V. B., Melekhin V. F. IUS, 2011. N 1. P. 41–49.

The paper analyses the problems of designing a device (synch-strata) that performs the functions of global synchronization in massively parallel systems with arbitrary local synchronization of blocks.

A methodology of synch-strata design in the class of self-timed automata on the basis of synchronous prototypes with different synchronization disciplines is considered.

Keywords — Synchronization, Logical Time, Physical Time, Synchronous and Asynchronous Automata, Automata Array, Synch-Stratum, Logical Design.

Refs: 8 titles.

УДК 621.039.564

A Method of Finite-State Machine Realization in Electric Motor Drives Control

Yankin Y. Y., Shalyto A. A. IUS, 2011. N 1. P. 50–56.

Automata-based programming in realization of FPGA-based electric motor drives control units is discussed. The effectiveness of this approach is shown.

Keywords — Automata-Based Programming, Finite State Machine, Electric Drive, Programmable Logic Device, FPGA.

Refs: 4 titles.

УДК 681.45

Упрощение оптической схемы приемного объектива в цифровых камерах за счет аппаратной и программной компенсации его aberrаций

Анитропов Р. В., Васильев В. Н., Зверев В. А., Лившиц И. Л., Сергеев М. Б., Унчун Чо. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 57–61.

Представлены теоретические основы проектирования однолинзового объектива типа «плананастигмат», применение которого в цифровых камерах позволяет существенно упростить и удешевить их устройство. Практический пример подтверждает полученные теоретические соотношения и облегчает компьютерное моделирование аналогичных устройств.

Ключевые слова — объектив, плананастигмат, асферические поверхности, aberrации, цифровые мегапиксельные камеры.

Список лит.: 6 назв.

УДК 621.391.15:004.7

Алгоритм декодирования с вводом стираний для МПП-кодов, построенных над полем GF(q)

Зяблов В. В., Рыбин П. С., Фролов А. А. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 62–68.

Предложен итеративный алгоритм декодирования для кодов с малой плотностью проверок, способный исправлять как ошибки, так и стирания. Представлена зависимость реализуемых корректирующих свойств данного алгоритма от количества стираний. Проведено сравнение данного алгоритма с мажоритарным алгоритмом для случая, когда присутствуют только ошибки.

Ключевые слова — МПП-код, итеративный алгоритм декодирования, стирание.

Список лит.: 10 назв.

УДК 389

Оценивание результатов измерений по малым выборкам

Мироновский Л. А., Слаев В. А. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 69–78.

Описаны классические средние и их обобщения, сформулированы ограничения на функцию оценивания. Приведены сведения о средних по Коши, Колмогорову и квазисредних. Дана геометрическая интерпретация функций оценивания и предложены новые алгоритмы оценивания на основе методов технической диагностики.

Ключевые слова — классические средние и их обобщения, ограничения на функцию оценивания, средние по Коши и Колмогорову, квазисредние, алгоритмы оценивания, методы технической диагностики.

Список лит.: 7 назв.

УДК 681.45

Simplifying Optical Scheme of the Digital Camera Receiving Lens Using Hardware and Software Aberration Compensation

Anitropov R. V., Vasilyev V. N., Zverev V. A., Livshits I. L., Sergeev M. B., Unchung Cho. IUS, 2011. N 1. P. 57–61.

Presented are the theoretical grounds of designing a single lens of the «plananastigmat» type whose application in digital cameras can significantly simplify their construction and reduce the price. A practical example confirms the theoretical relations, and facilitates computer modeling of similar devices.

Keywords — Objective, Plananastigmat, Aspherical Surfaces, Aberrations, Digital Multi-Pixels Cameras.

Refs: 6 titles.

УДК 621.391.15:004.7

A Decoding Algorithm with Erasure Insertion for LDPC Codes Constructed Under GF(q)

Zyablov V. V., Rybin P. S., Frolov A. A. IUS, 2011. N 1. P. 62–68.

An iterative decoding algorithm capable of correcting both errors and erasures is introduced. The dependency of realized correcting capabilities of the algorithm on initial number of erasures is given. The comparison of error-correcting capabilities of this algorithm and the majority algorithm is presented.

Keywords — LDPC Code, Iterative Decoding Algorithm, Erasure.

Refs: 10 titles.

УДК 389

Estimating Measurement Results for Small Extracts

Mironovskiy L. A., Slaev V. A. IUS, 2011. N 1. P. 69–78.

In this paper conventional means and their generalizations are described, restrictions on the estimation function are formulated, information about Cauchy, Kolmogorov means and quasi-means are given, geometric interpretation of estimation functions are considered, new estimation algorithms, based on technical diagnosis methods, are proposed.

Keywords — Classical Means and their Generalizations, Restrictions on the Estimation Function, Cauchy, Kolmogorov Means and Quasi-Means, Estimation Algorithms Based on Technical Diagnosis Methods.

Refs: 7 titles.

УДК 004.9

Методические и технологические аспекты разработки мультимедийных электронных образовательных ресурсов

Володина Д. Н., Сарафанов А. В., Суковатый А. Г. Информационно-управляющие системы, 2011. № 1. С. 79–86.

Изложены подходы к созданию мультимедийных электронных образовательных ресурсов, основанных на разделении контента на образовательные примитивы. Приведены критерии целесообразности преобразования примитивов в мультимедиа. Рассмотрены процессы расчета смысловой нагрузки исходного образовательного материала и интеграции образовательных примитивов в единый ресурс.

Ключевые слова — электронные образовательные ресурсы, мультимедиа, образовательный примитив.

Список лит.: 18 назв.

UDK 004.9

Methodological and Technological Aspects of the Development of Electronic Multimedia Educational Resources

Volodina D. V., Sarafanov A. V., Sukovatiy A. G. IUS, 2011. N 1. P. 79–86.

This article presents approaches to the creation of multimedia electronic educational resources, based on the separation of content for educational primitives. The criteria of appropriateness of primitives transformation in multimedia are given. The processes of calculating the semantic load of educational source content and integration of educational primitives in a single resource is considered.

Keywords — Electronic Educational Resource, Multimedia, Educational Primitive.

Refs: 18 titles.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (80x@mail.ru).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию. Рукописи не возвращаются.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

При подготовке рукописей статей необходимо руководствоваться следующими рекомендациями.

Статьи должны содержать изложение новых научных результатов. Название статьи должно быть кратким, но информативным. В названии недопустимо использование сокращений, кроме самых общепринятых (РАН, РФ, САПР и т. п.).

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 20 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала Word шрифтом Times New Roman размером 13, поля не менее двух сантиметров.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание (при отсутствии — должность), полное название организации, аннотация и ключевые слова на русском и английском языках, электронные адреса авторов, которые по требованию ВАК должны быть опубликованы на страницах журнала. При написании аннотации не используйте аббревиатур и не делайте ссылок на источники в списке литературы.

Статьи авторов, не имеющих ученой степени, рекомендуется публиковать в соавторстве с научным руководителем, наличие подписи научного руководителя на рукописи обязательно; в случае самостоятельной публикации обязательно предоставляйте заверенную по месту работы рекомендацию научного руководителя с указанием его фамилии, имени, отчества, места работы, должности, ученого звания, ученой степени — эта информация будет опубликована в ссылке на первой странице.

Формулы набирайте в Word, не используя формульный редактор (Mathtype или Equation), при необходимости можно использовать формульный редактор; для набора одной формулы не используйте два редактора; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта никогда не пользуйтесь вкладкой Other..., используйте заводские установки редактора, не подгоняйте размер символов в формулах под размер шрифта в тексте статьи, не растягивайте и не сжимайте мышью формулы, вставленные в текст; в формулах не отделяйте пробелами знаки: + = -.

Для набора формул в Word никогда не используйте Конструктор (на верхней панели: «Работа с формулами» — «Конструктор»), т. к. этот ресурс предназначен только для внутреннего использования в Word и не поддерживается программами, предназначенными для изготовления оригинал-макета журнала.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

Иллюстрации в текст не заверстываются и предоставляются отдельными исходными файлами, подающимися редактированию:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы изготавливаются в векторных программах: Visio 4, 5, 2002–2003 (*.vsd); Coreldraw (*.cdr); Excel; Word; AdobeIllustrator; AutoCad (*.dxf); Компас; Matlab (экспорт в формат *.ai);

— фото и рисунки — в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

Наличие подрисовочных подписей обязательно (желательно не повторяющих дословно комментарии к рисункам в тексте статьи).

В редакцию предоставляются:

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, факс, e-mail), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40 × 55 мм; — экспертное заключение.

Список литературы составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Более подробно правила подготовки текста с образцами изложены на нашем сайте в разделе «Оформление статей».

Контакты

Куда: 190000, Санкт-Петербург,

Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ

Кому: Редакция журнала «Информационно-управляющие системы»

Факс: (812) 494-70-18 (с пометкой «Для РИЦ»)

Тел.: (812) 494-70-02

Эл. почта: 80x@mail.ru

Сайт: www.i-us.ru