

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ СВЕРТКИ НЕЧЕТКИХ ГИПОТЕЗ

В. Г. Чернов

канд. техн. наук, доцент

Владимирский государственный университет

Рассматривается метод краткосрочного прогнозирования, который предполагает нахождение ожидаемого значения исследуемого процесса как свертки нечетких гипотез о будущих значениях. Данный метод предназначен для применения в ситуациях, когда отсутствует предыстория прогнозируемого процесса или же для прогнозирования могут использоваться только наиболее близкие значения.

The method of short-term forecasting when expected value of investigated process can be deduced as a convolution of fuzzy hypotheses about next values is described. This method can be applied in situations of prehistory of forecast process absence or in case of using approximate values.

Введение

Прогнозирование будущих значений различных процессов бывает необходимо для решения разнообразных задач. В частности, управление региональными бюджетными процессами предполагает прогноз возможных поступлений в доходную часть для того, чтобы можно было предвидеть допустимый размер расходной части. Напротив, прогнозируя расходную компоненту бюджета, можно сформулировать задание по формированию доходной части.

Особенностью региональных экономик является нерегулярность экономических процессов, отсутствие явно выраженных сезонных составляющих, заметное влияние факторов, находящихся за пределами компетенции органов регионального управления. На региональном уровне генетический перенос сложившихся тенденций на перспективу даже на ограниченном временном отрезке становится неудовлетворительным, период нестабильности разрушает закономерности предшествующего устойчивого развития, темпы и пропорции развития в перспективе приобретают в значительной мере неопределенный характер.

Одним из широко используемых вариантов решения задачи прогнозирования является представление исследуемого процесса в виде временного ряда

$$S(t) = \{s(t_i) : i = 1, 2, \dots\}.$$

Методы обработки временных рядов, в том числе и для прогнозирования их будущих значений, рассмотрены в различных исследованиях [1, 2]. Однако в силу указанных причин, применение класси-

ческих методов анализа временных рядов для прогнозирования региональных экономических процессов сильно затруднено, так как здесь можно использовать только короткие или сверхкороткие временные ряды (не более 6–10 членов). Кроме этого, следует иметь в виду, что временной интервал между членами ряда определяется не условиями восстановления исходного процесса по его дискретным значениям (теорема Котельникова, теорема Железнова и др.), а возможностями получения соответствующих данных, удобством или традициями составления отчетной документации. В этих условиях многие распространенные методы не дают удовлетворительных результатов [3].

Вполне приемлемые результаты получаются при использовании методов нелинейного оценивания (симплекс-метод, метод Хука–Дживиса [3]).

Их недостатками являются отсутствие аналитической зависимости, что затрудняет интерпретацию полученных результатов, необходимость специальной подготовки конечных пользователей. Как правило, конечные пользователи в лице сотрудников региональных экономических управлений такой подготовки не имеют. Кроме этого, как показал опыт работы с региональными экономическими управлениями, в силу недостаточной организации информационного обеспечения имеют место искажения данных, неточности и пропуски. И наконец, известные методы не могут наряду с числовыми оценками работать с прогнозными оценками экспертов, высказанными в вербальной форме, например, «прогнозное значение следует ожидать ближе к середине ожидаемого диапазона значений». Применение нейросе-

тевых методов прогнозирования невозможно из-за ограниченного объема обучающей выборки.

Постановка задачи

Имеется временной ряд ограниченной длины

$$X(t) = \{x(t_i) : i = 1, 2, 3, \dots, N\}, \quad (1)$$

где отдельные значения $x(t_i)$ могут быть определены неточно либо отсутствовать. Тогда приходится доопределять значения ряда, что при ограничении его длины не позволяет рассчитывать на получение точных значений. Существуют ограничения, вытекающие из особенностей исследуемого процесса. Например, ожидаемые значения $x(t_{i+1}) \in [X_{max}, X_{min}]$ и не могут выходить за эти пределы, $x(t_i) > 0$ для всех i . Эксперт может формулировать свои оценки прогнозных значений в лингвистической форме. Имеется программная система (ПС), реализующая алгоритм прогнозирования. Необходимо при сформулированных условиях и ограничениях определить прогнозное значение $x(t_{i+1})$.

Описание метода

При поступлении на вход ПС значений ряда (1), либо в режиме реального времени, либо после накопления некоторого их количества, в зависимости от объема исходных данных ПС генерирует гипотезы о возможных прогнозных значениях

$$G = \{g_j : j = 0, \dots, M\};$$

$$X_G = \{x_{g_j}(t_{i+1}) : j = 1, \dots, M\},$$

где G – множество гипотез; X_G – множество прогнозных значений, сгенерированных гипотезами.

Например, при двух значениях $x(t_1)$ $x(t_2)$, $i = 1, 2$ могут быть сформулированы следующие гипотезы:

g_0 : $x(t_{i+1}) = x(t_3) = x(t_2)$ – гипотеза нулевого порядка;

g_1 : $x(t_3) = [x(t_2)(t_3 - t_1) - x(t_1)(t_3 - t_2)] / (t_2 - t_1)$, при $t_2 - t_1 = \Delta t$, $t_3 - t_2 = \Delta t$,

$x(t_3) = 2x(t_2) - x(t_1)$ – гипотеза первого порядка (линейная экстраполяция);

g_3 : возможное прогнозное значение примерно равно среднему

$$x(t_3) = [x(t_2) + x(t_1)] / 2$$

– гипотеза эксперта. При увеличении количества ретроспективных значений число возможных гипотез увеличивается, эксперт может использовать при построении своих гипотез различные точки ретроспективного ряда, формулировать свои гипотезы и в чисто словесной форме, например, «несколько больше, чем среднее значение допустимого диапазона значений». При этом диалог пользователя с программной системой можно организовать так, что он сможет отбирать гипотезы, по его мнению, наиболее реальные. Можно также заранее ограничиться некоторым постоянным числом ретроспективных точек.

После выбора гипотез генерируются соответствующие прогнозные значения и отбрасываются те

из них, которые не удовлетворяют принятым ограничениям.

Прогнозируемые значения относятся к будущему состоянию исследуемого процесса или объекта. Будущее всегда неясно, нечетко. Кроме этого, мы не можем гарантировать абсолютную точность ретроспективных значений. Они могут быть измерены или получены, например, при восстановлении пропусков, с некоторой погрешностью, искажены какими-то внешними возмущениями. Поэтому каждое прогнозное значение, генерируемое отдельной гипотезой, предлагается рассматривать как некоторую окрестность возможных прогнозных значений, и в этой окрестности должно быть задано распределение возможностей. Для этого можно использовать нечеткие множества с соответствующей функцией принадлежности, которую будем интерпретировать как распределение возможностей, определенное на соответствующем интервале.

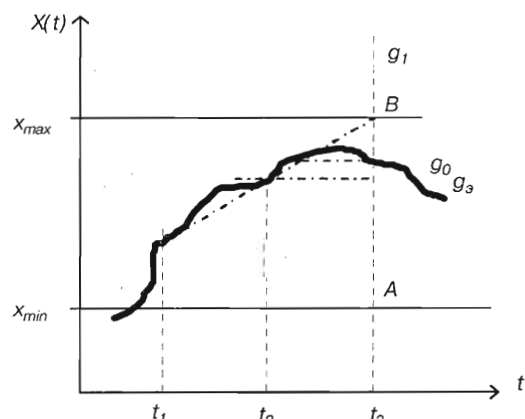
Основная идея рассматриваемого метода заключается в том, что если гипотетические прогнозные значения, представленные соответствующими нечеткими множествами, концентрируются в некоторой окрестности, то наилучшее прогнозное значение может принадлежать свертке нечетких множеств, определяемой, например, как их пересечение.

Первоначально изложим метод на простом примере с использованием двух ретроспективных точек (рис. 1).

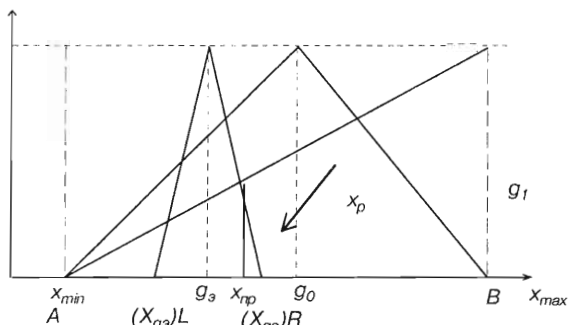
Для удобства изображения расположим отрезок $[A, B]$ горизонтально и будем использовать только треугольные функции принадлежности (рис. 2). Последнее условие не влияет на общность полученных результатов. Построение функций принадлежности будем выполнять на основе сформулированных условий, которые дополним следующими: для значений $x_{g_i} \neq x_{max}$ или $x_{g_i} \neq x_{min}$, $x_{g_i} \in [x_{max}, x_{min}]$ $\mu_{g_i}(x) \neq 0$, $\mu_{g_i}(x) = 0$ при $x_{g_i} = x_{max}$ или $x_{g_i} = x_{min}$, $\mu_{g_i}(x) = 1$ при $x = x_{g_i}$.

Возможен вариант, когда прогнозное значение некоторой гипотезы

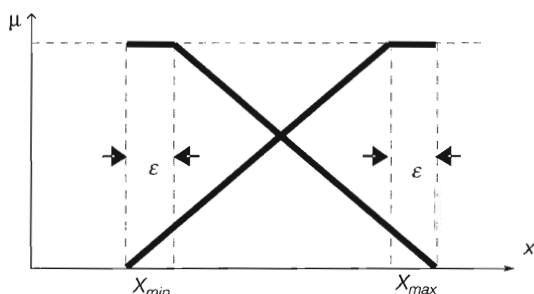
$$X_{g_i} = x_{max} - \epsilon \text{ или } X_{g_i} = x_{min} + \epsilon, \epsilon \rightarrow 0.$$



■ Рис. 1. Прогнозирование по двум ретроспективным точкам



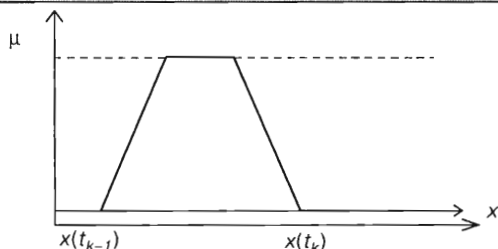
■ Рис. 2. Функции принадлежности нечетких множеств соответствующих гипотез при прогнозировании по двум точкам



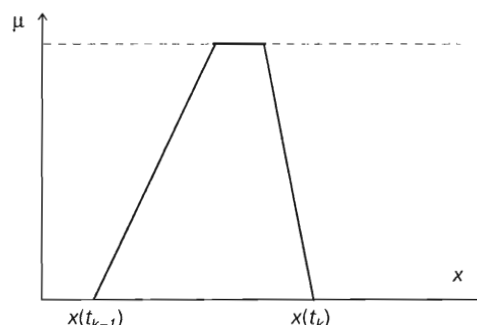
■ Рис. 3. S-образные функции принадлежности

В этом случае соответствующие функции принадлежности могут иметь S-образный вид (рис. 3)

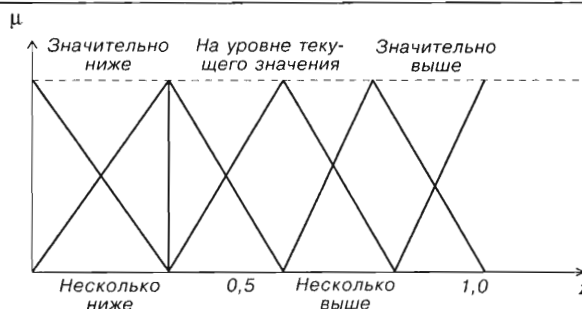
Если гипотеза, сформулирована непосредственно экспертом, он сам может указать левую и правую границы соответствующего нечеткого множества (см. рис. 2) $(x_{g3})_L \geq x_{min}$, $(x_{g3})_R \leq x_{max}$. Экспертные гипотезы могут быть сформулированы в форме либо нечетких чисел, либо словесного утверждения, например, «прогнозное значение равно примерно среднему между $x(t_k)$ и $x(t_{k-1})$ » и, наконец, прогнозное значение может определяться из правила условного нечеткого вывода, например, «если < выполняется некоторое условие >, то < прогнозное значение следует ожидать ближе к $x(t_k)$ >». Если прогноз по гипотезе эксперта представляется нечетким числом, то эксперт сам задает соответствующую функцию принадлежности. Для LR-представления нечетких чисел достаточно указать левую и правую границы $(x_{g3})_L \geq x_{min}$, $(x_{g3})_R \leq x_{max}$. Во втором случае необходимо определить лингвистическое значение «примерно среднее между $x(t_k)$ и $x(t_{k-1})$ ». Например, это можно сделать так, как представлено на рис. 4.



■ Рис. 4. Функции принадлежности нечетких множеств, соответствующих экспертной гипотезе



■ Рис. 5. Деформированная функция принадлежности экспертной гипотезы

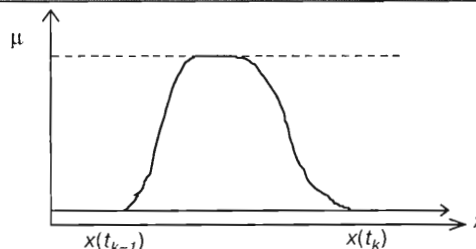


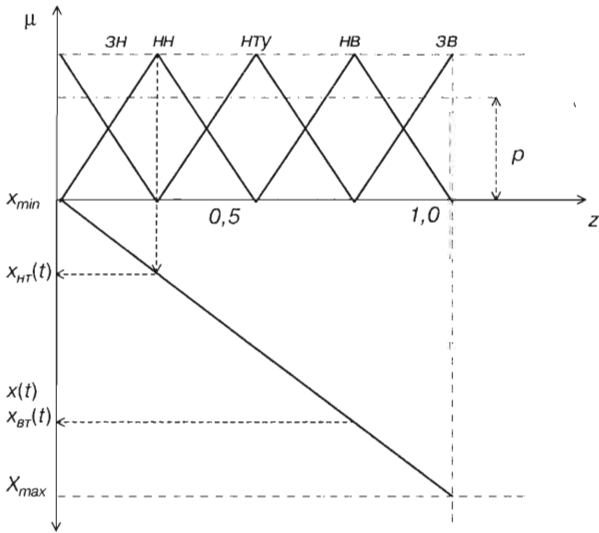
■ Рис. 6. Функции принадлежности экспертных гипотез, сформулированных в словесной форме

При этом функции принадлежности могут быть симметричными, либо возможна их деформация, которая отражает субъективное предпочтение эксперта, т. е. «примерно среднее, но с тенденцией в сторону $x(t_k)$ » (рис. 5).

Несколько иначе приходится решать задачу, если экспертная гипотеза представлена в форме словесного предложения, например: «прогнозируемое значение несколько ниже текущего $x(t)$ ». Поскольку в общем случае могут быть использованы различные лингвистические значения: «несколько выше текущего», «на уровне текущего» и т. п., то должна быть построена совокупность соответствующих нечетких множеств (рис. 6).

Очевидно, что текущее значение $x(t)$ и лингвистические значения (см. рис. 6) представлены в различных шкалах: носители нечетких множеств соответствующих лингвистических значений принадлежат отрезку $[0,1]$, значения $x(t)$ – области определения $[x_{max}, x_{min}]$. Поэтому должен быть разработан алгоритм перехода от одной шкалы к другой. Для выполнения перехода между шкалами не-

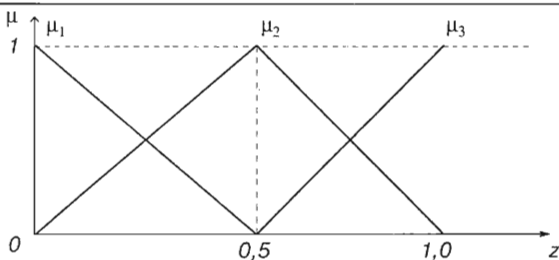




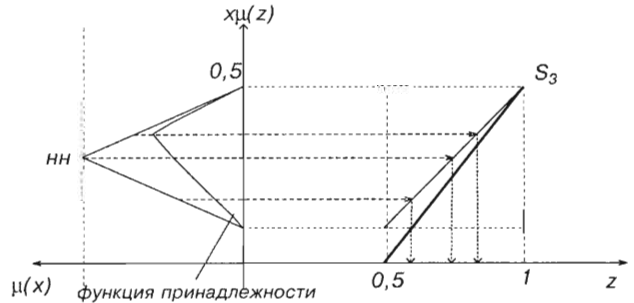
■ **Рис. 7.** Определение прогнозных значений для экспертных гипотез:
 зн – значительно ниже (текущего уровня);
 нн – несколько ниже;
 нту – на текущем уровне;
 нв – несколько выше;
 зв – значительно выше;
 x(t) – текущее значение;
 X_{нт}(t) – несколько ниже текущего уровня;
 X_{вт}(t) – несколько выше текущего уровня

обходимо обеспечить соответствие между текущим значением исследуемого процесса $x(t)$ и лингвистической оценкой «на уровне текущего значения». Это условие может быть выполнено, если масштаб аргумента для лингвистических значений будет привязан к значениям исследуемого процесса. Соответствующая процедура представлена на рис. 7.

Определение значений $X_{нт}(t)$, $X_{вт}(t)$ очевидно и не требует дополнительных объяснений. Диапазон значений для экспертной гипотезы может быть ограничен, если задать порог решения ρ (см. рис.7). Кроме этого, эксперт может формулировать и более сложную гипотезу, например, «ожидаемое значение несколько ниже текущего значения $x(t)$, но все же с тенденцией в его сторону». В этом случае функция принадлежности оценки «несколько ниже текущего» должна быть подвергнута дополнительному преобразованию с учетом предполагаемой тенденции, которую также можно представить в нечетко-множественной форме (рис. 8, 9):



■ **Рис. 8.** Функции принадлежности оценок тенденций прогнозных значений



■ **Рис. 9.** Построение функции принадлежности нечеткого предположения «несколько ниже текущего значения $x(t)$, но с тенденцией в его сторону»

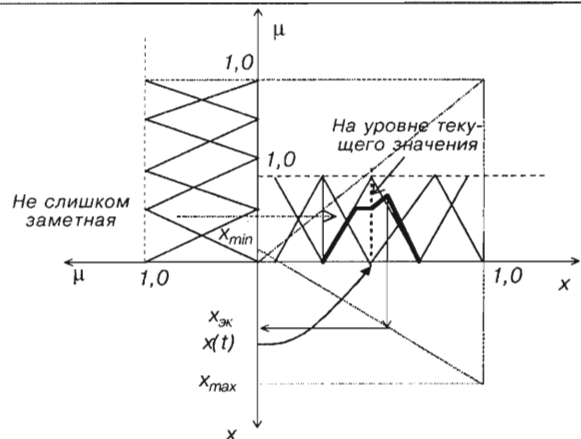
$S_1 = \{m_1(z)/z\}$ – существует тенденция смещения в сторону от текущего значения $x(t)$;

$S_2 = \{m_2(z)/z\}$ – сохраняется значение данной гипотезы;

$S_3 = \{m_3(z)/z\}$ – существует тенденция смещения в сторону текущего значения $x(t)$.

Преобразование заключается в выполнении модифицированного пересечения функций принадлежности $\mu_{нн}$ и $\mu_{с1}$, для чего используется функция преобразования в виде диагонали прямоугольника, сторонами которого являются носители соответствующих нечетких множеств. Прогнозное значение, генерируемое сложной гипотезой, определяется так же, как это представлено на рис. 7. При этом исходная функция принадлежности, соответствующая оценке «несколько ниже текущего значения $x(t)$ », заменяется модифицированной.

Если в экспертной гипотезе прогнозное значение определяется на основе правила условного вывода, то надо выполнить его обработку на основе одного из известных алгоритмов [4]. В качестве примера можно привести одно из высказываний экспертов о связи отставки предшествующего нынешнему правительству и курса доллара: «если паника на рынке из-за отставки правительства не будет слишком заметной, то курс доллара останется примерно на предыдущей отметке». Процесс определения прогнозного значения, соответствующего данной гипотезе, представлен на рис. 10.



■ **Рис. 10.** Определение прогнозного значения $x_{эк}$ на основе правила, сформулированного экспертом

Определение прогнозного значения можно выполнить на основе простых логических заключений. Если несколько гипотез генерируют нечеткие множества

$$X_{np}(g_i) = \{\mu_{g_i}(x)/x\}, x \in [x_{min}, x_{max}], \quad (2)$$

то возможно, что наилучшее прогнозное значение принадлежит области, общей для всех множеств вида (2) или некоторой их части. Это могут быть все возможные пересечения двух, трех, ..., M нечетких множеств вида (2):

$$X_{npq,h} = X_{np}(g_q) \wedge X_{np}(g_h), q, h \in [1, M], q \neq h,$$

$$\mu(x_{npq,h}) = \min\{\mu_{g_q}(x), \mu_{g_h}(x)\},$$

.....

$$X_{np} = X_{np}(g_j), \mu(x_{np}) = \min\{\mu_{g_j}(x)\}. \quad (3)$$

по всем $j \in [1, M]$

Таким образом, вместе с прогнозными значениями, генерируемыми гипотезами g_i , будет построено множество точек (сгущение), в котором находится наилучшее прогнозное значение. Поскольку функцию принадлежности можно интерпретировать как функцию возможности, то, во-первых, из всего множества точек следует выбрать точки, соответствующие максимумам пересечений (3):

$$\max \min \{\mu_{g_q}(x), \mu_{g_h}(x)\},$$

$$\max \min \{\min\{\mu_{g_j}(x)\}\}.$$

по всем $j \in [1, M]$

Во-вторых, из рассмотрения можно исключить точки, для которых значения соответствующего максимума меньше некоторого порога p_{min} , например, $p_{min} = 0,5$. Применение операции пересечения для свертки гипотез вытекает из следующего утверждения.

Если максимумы функций принадлежности нечетких множеств $\mu_{g_i}(x)$ $\mu_{g_{i+1}}(x)$ лежат в некоторой окрестности ожидаемого значения $x_{ож}$, то расстояние от точки, соответствующей $\max \min \{\mu_{g_i}(x), \mu_{g_{i+1}}(x)\}$, до точки $x_{ож}$ всегда меньше наибольшего из расстояний от точек, соответствующих $\max\{\mu_{g_i}(x)\}$ или $\max\{\mu_{g_{i+1}}(x)\}$, до $x_{ож}$, и может быть меньше минимального из этих расстояний.

Доказательство следует из простых графических построений.

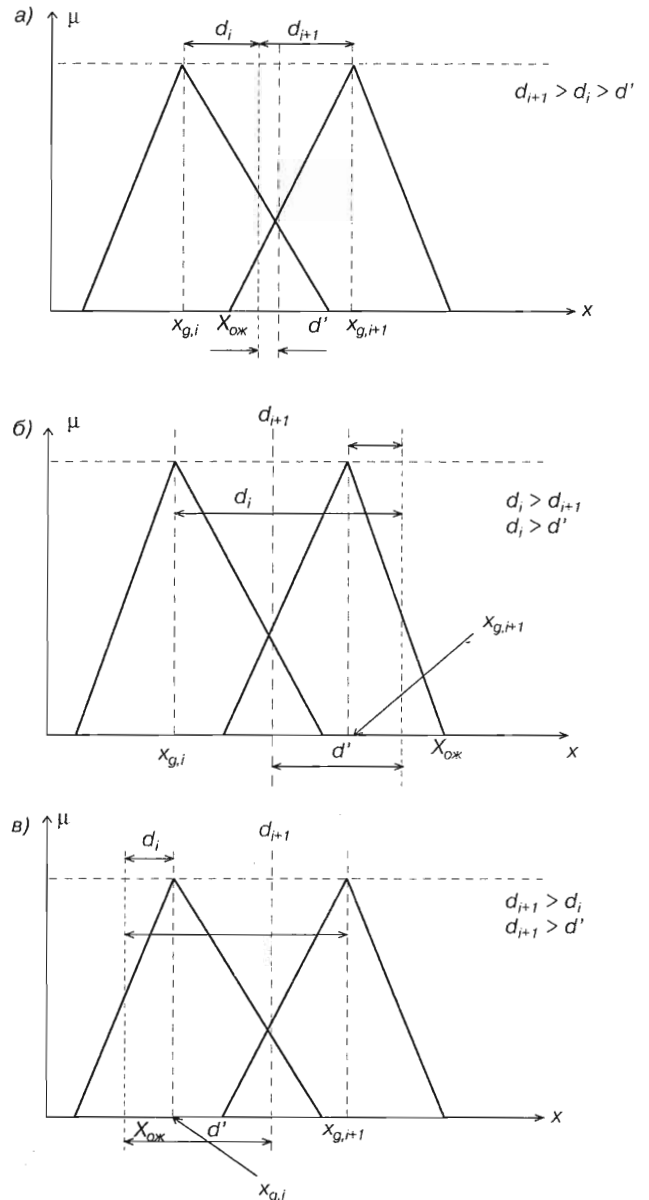
На рис. 11, а показан случай, когда выполняется последнее условие, б, в – выполняется первая часть утверждения.

Известно, что центр тяжести является важной характеристикой некоторого множества точек [5]. Поэтому в качестве оценки результирующего прогнозного значения принимаем координату центра тяжести множества точек x_{np}^*

$$x = \frac{\sum \mu(x_{np}^*) x_{np}^*}{\sum \mu(x_{np}^*)}$$

для всех x_{np}^* таких, что $\mu(x_{np}^*) > p_{min}$.

Повышение качества прогноза может быть достигнуто за счет повышения концентрации сгущения

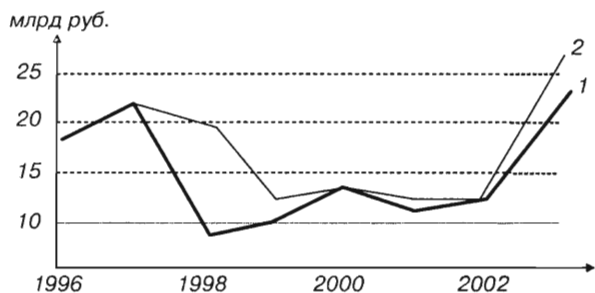


■ Рис. 11. Графическая иллюстрация доказательства утверждения

точек, по которому принимается решение. Одним из возможных вариантов является использование понятия псевдоинерции [5]. Псевдоинерция множества точек относительно центра тяжести определяется соотношением

$$I = \sum \mu(x_{g_i}) d^2(x_{np}, x_{g_i}), d^2(x_{np}, x_{g_i}) = (x_{np} - x_{g_i})^2.$$

Из сформулированного выше утверждения следует, что ожидаемое значение исследуемого процесса будет находиться в множестве точек, имеющих минимальные значения псевдоинерции относительно центра тяжести этого множества. Вычисляя значение псевдоинерции для каждой точки и отбрасывая те, для которых оно больше некоторого порога, получим новое множество возможных прогнозных зна-



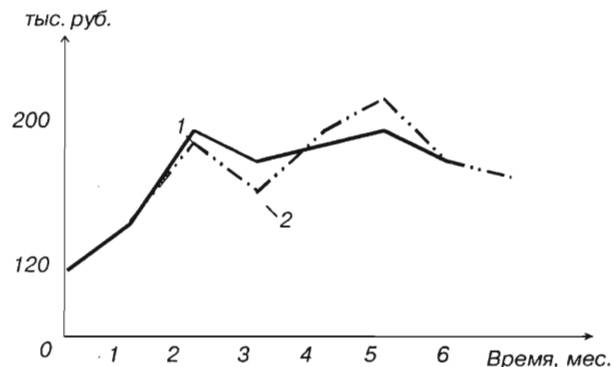
■ Рис. 12. Динамика вывоза капиталов из России:
1 – исходный процесс; 2 – результат прогноза

чений. В качестве оценки прогнозного значения примем координату центра тяжести нового множества. Этот процесс может повторяться многократно. Выбор порога решения может производиться двумя путями. Вычисляется среднее значение псевдоинерции и отбрасываются точки, для которых оно превышает среднее. Этот процесс может потребовать большого количества циклов вычислений. Для второго варианта первоначальное пороговое значение выбирается на основе экспертного предложения, например, отбрасываются все значения и соответственно точки, псевдоинерция которых больше единицы, а затем пороговое значение для дальнейших вычислений выбирается по среднему. Весь процесс заканчивается тогда, когда останутся лишь точки с примерно одинаковым значением псевдоинерции.

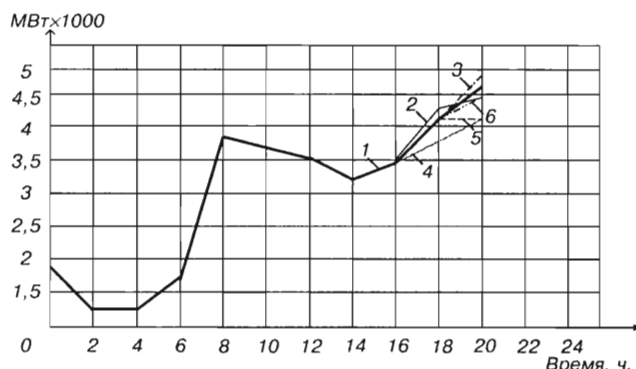
Одним из процессов, на котором тестировался предлагаемый метод прогнозирования, является динамика вывоза капиталов из России (рис. 12).

Отметим, что в нашем случае данный процесс рассматривается лишь как пример временного ряда с известными значениями, по которым можно оценить качество прогноза. Многофакторный характер этого процесса лежит вне нашего рассмотрения.

Использование псевдоинерции дает положительные результаты при прогнозировании на один шаг. В частности, для процесса, представленного на рис. 12, по данным 1996, 1997 и 1998 г. прогнозировалось значение на 1999 г. Реальное значение для этой точки составляет 11,5 млрд руб., прогноз без использования псевдоинерции – 14,45 млрд руб.



■ Рис. 13. Прогнозирование доходов коммерческого банка:
1 – исходный процесс; 2 – результат прогноза

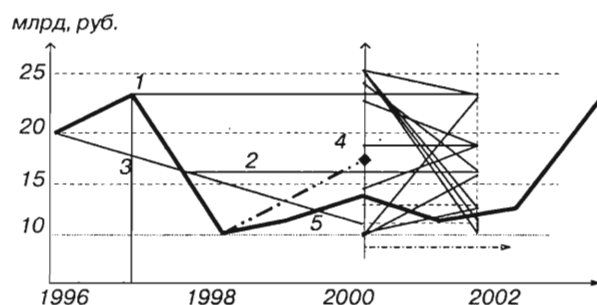


■ Рис. 14. Прогнозирование нагрузки электростанции:
1 – исходный процесс; 2 – результат прогноза для цикла с 14 до 20 ч, с использованием двух гипотез первого порядка (3, 4), гипотезы нулевого порядка (5) и гипотезы эксперта (6)

(ошибка около 25 %), с использованием псевдоинерции – 12,86 млрд руб. (ошибка около 11 %, т. е. уменьшилась почти в два раза). Учитывая особенность процесса, такую погрешность можно считать вполне удовлетворительной. На более «спокойных» участках качество прогноза еще выше (погрешность порядка 5–6 %).

На рис. 13 представлены результаты описанного метода к прогнозированию доходов одного из коммерческих банков г. Владимира, на рис. 14 – к прогнозированию нагрузки электростанции.

На кривой нагрузки (см. рис. 14) выделяются характерные шестичасовые циклы. Хотя величина нагрузки зависит от многих факторов, рассматриваемую задачу решают как задачу прогнозирования значений временного ряда, при этом для каждого цикла используются только значения, ему принадлежащие. На 20 ч реальное значение нагрузки – 4,6 тыс. МВт, прогнозируемое значение – 4,4 тыс. МВт,



■ Рис. 15. Прогнозирование на два интервала:
1 – гипотеза, что ожидаемое значение $x(2000) = x(97)$;
2 – гипотеза, что $x(2000) = (x(97) + x(1998))/2$;
3 – гипотеза, что $x(2000)$ лежит на прямой линии, проходящей через точки $x(1996)$ и $x(1997) + x(1998)/2$;
4 – экспертная гипотеза, представленная соответствующим нечетким числом;
5 – гипотеза, что $x(2000) = x(1998)$;
♦ – прогнозируемое значение, полученное при обработке значений, генерируемых гипотезами по описанному выше алгоритму

ошибка – 4,4 %. Ошибка прогноза нагрузки на 16 ч, выполненного на основе 12- и 14-часовых нагрузок, составляет около 16 %.

Прогнозирование с бóльшим шагом, естественно, дает худшее качество прогноза. Рис. 15 иллюстрирует процедуру определения ожидаемого значения через два интервала для процесса, приведенного на рис. 12.

Хотя ошибка прогноза здесь достаточно большая, тем не менее тенденция изменения предсказана достаточно точно.

Описанный метод прогнозирования тестировался также на других процессах, имеющих технический и экономический характер. В зависимости от особенностей процессов ошибка предсказания изменялась от 2 до 20 %.

Заключение

Предложенный метод прогнозирования может использоваться для оценки будущих значений исследуемых процессов в случае, когда в распоряжении исследователя имеются небольшие выборки ретроспек-

тивных данных, а также при наличии искажений данных. Кроме этого, возможно применение описанного метода для заполнения пропусков в данных.

Литература

1. Гхосал Ф. Прикладная кибернетика и ее связь с исследованием операций. – М.: Радио и связь, 1982. – 128 с.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – Вып. 2. – М.: Мир, 1974. – 194 с.
3. Градусов Д. А., Чернов В. Г. Многофакторная модель формирования доходных статей регионального бюджета, использующая методы эволюционного программирования и прогнозирования на основе свертки нечетких гипотез // Бизнес управления: Сб. научн. тр. – Ч. 1. – Владимир: Владимирский институт бизнеса, 2003. – С. 12–19.
4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д. А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
5. Дидэ и др. Методы анализа данных, подход, основанный на методе динамических сгущений. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 312 с.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья редактируется и рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи, а также фотографию и краткое изложение сведений о себе.

Процедуры согласования текста статьи, предоставления фото (размером 4×5,5 см) и сведений об авторе могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (электронный вариант фото в виде файла *.tif, *.jpg с разрешением 300 dpi).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию. При необходимости доработать статью — рецензию.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за подбор, достоверность и точность фактов, экономико-статистических и технических показателей, собственных имен и прочих сведений, а также за то, что в материалах не содержится сведений, не подлежащих открытой публикации, несут авторы публикуемых в журнале материалов и рекламодатели.