

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УСКОРЕННОГО ПОИСКА СИГНАЛОВ ПО ЗАДЕРЖКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ЛОКАЛЬНО ОПТИМАЛЬНЫМИ КОРРЕЛЯЦИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Г. Н. Мальцев<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор

А. Н. Сакулин<sup>а</sup>, канд. техн. наук, начальник факультета радиоэлектроники

<sup>а</sup>Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, РФ

**Постановка проблемы:** в системах радионавигации и радиосвязи широкое распространение получают сигналы на основе псевдослучайных последовательностей большой длины. При вхождении в связь приемное устройство работает как последовательный обнаружитель и осуществляет поиск и обнаружение псевдослучайных последовательностей по задержке. При наличии ограничений на время вхождения в связь для реализации ускоренного поиска могут быть использованы модулирующие псевдослучайные последовательности с трехуровневой периодической автокорреляционной функцией, к числу которых относятся нелинейные последовательности с локально оптимальными корреляционными свойствами. Цель работы — исследование статистических вероятностно-временных характеристик ускоренного двухэтапного поиска по задержке последовательностей с локально оптимальными корреляционными свойствами. **Результаты:** обоснован принцип ускоренного поиска сигналов по задержке с использованием псевдослучайных последовательностей, обладающих трехуровневой периодической автокорреляционной функцией, и построен направленный граф, описывающий процесс двухэтапного поиска таких последовательностей по задержке в пространстве состояний с верхним и нижним порогами обнаружения. Исследование вероятностно-временных характеристик процесса поиска — вероятности правильного обнаружения псевдослучайной последовательности по задержке и среднего времени поиска — показало, что при надежном обнаружении сигнала на нижнем пороге выигрыш в среднем времени поиска по сравнению с обычным последовательным поиском имеет порядок половины корня квадратного от числа символов в периоде псевдослучайной последовательности. **Практическая значимость:** показаны возможности существенного уменьшения среднего времени поиска псевдослучайных последовательностей по задержке по сравнению с обычным последовательным поиском и «компенсации» увеличения вероятностей ложного обнаружения и пропуска сигнала на нижнем пороге обнаружения уменьшением пространства состояний ускоренного поиска.

**Ключевые слова** — поиск и обнаружение сигнала, псевдослучайные последовательности, автокорреляционная функция, среднее время поиска.

## Введение

Информационные и измерительные радиотехнические системы различного назначения, в частности системы радионавигации [1] и радиосвязи [2], при работе с подвижными объектами системы на первом этапе работы (поиск сигнала и вхождение в связь) функционируют как поисковые системы обнаружения. На этом этапе необходимо обнаружить факт наличия сигнала и осуществить оценку его параметров (задержки, частоты и др.) с точностью до ширины полосы захвата следящих устройств, осуществляющих точную оценку параметров и слежение за ними в процессе последующих этапов работы в основном режиме функционирования системы (прием информации, измерения). Поэтому эффективное применение таких систем по назначению в значительной степени зависит от качества поиска и обнаружения сигнала при вхождении в связь.

Указанная ситуация характерна, например, для приема сложных фазоманипулированных сигналов на основе псевдослучайных последовательностей (ПСП), широко используемых в современных спутниковых системах радионавига-

ции и радиоуправления [1, 3]. При вхождении в связь приемное устройство работает как последовательный обнаружитель и путем подстройки по задержке опорной ПСП осуществляет поиск и обнаружение по задержке принимаемого сигнала. Особое значение режим поиска и обнаружения ПСП по задержке приобретает при использовании длинных и сверхдлинных ПСП с числом элементов до нескольких десятков тысяч и более, когда поиск сигнала по временному сдвигу становится достаточно длительной операцией, предшествующей собственно передаче информации или навигационным определениям. В этих случаях для режима поиска и вхождения в связь разрабатываются специальные модулирующие ПСП, корреляционные свойства которых обеспечивают ускоренный поиск сигнала и синхронизацию по задержке [1, 4]. В настоящей работе рассмотрен один из способов формирования ПСП с локально оптимальными корреляционными свойствами, обеспечивающими ускоренный поиск сигнала по задержке, и исследованы вероятностно-временные характеристики поиска сигнала при использовании таких ПСП.

**Формирование ПСП с локально оптимальными корреляционными свойствами**

Корреляционные свойства ПСП описываются ее периодической автокорреляционной функцией (АКФ). Поиск и обнаружение по задержке сигналов, модулированных ПСП, в системах радиосвязи и радионавигации, как правило, осуществляются корреляционным обнаружителем путем последовательного обзора областей (ячеек) поиска, соответствующих длительности элемента ПСП и образующих дискретное пространство поиска [2, 4]. В случае, если имеют место временные ограничения на реализацию режима поиска и вхождения в связь, для реализации ускоренного поиска сигналов по задержке необходимо использовать ПСП с определенным видом АКФ.

Синтез структуры модулирующих ПСП с корреляционными свойствами, оптимальными для конкретных приложений, представляет собой самостоятельную задачу. Общий подход к выбору модулирующих ПСП в информационных и измерительных радиотехнических системах состоит в согласовании структуры ПСП с задачами и способами (схемами) обработки принимаемых сигналов [5, 6]. При этом в зависимости от того, какие требования к сигналу являются доминирующими, выбираются соответствующие критерии синтеза модулирующих ПСП и схем их обработки. Например, для измерительных систем и систем передачи информации со сложными сигналами основным требованием является высокое качество различения принимаемых сигналов, а для систем многоканальной связи с кодовым разделением каналов основным требованием является низкий уровень взаимных межканальных помех при работе в общей полосе частот. Для поисковых систем обнаружения на этапе вхождения в связь основным требованием является быстрый поиск сложного сигнала по всем его параметрам и вхождение приемной системы в синхронизм.

Возможность ускоренного поиска сложных сигналов на основе ПСП по задержке возникает при использовании модулирующих ПСП с периодической АКФ, имеющей, кроме основного пика, регулярно расположенные боковые пики. В этом случае при последовательном поиске ПСП по задержке корреляционным обнаружителем фиксация боковых пиков позволяет после определенного числа шагов поиска, меньшего числа элементов в периоде ПСП, определить положение основного пика. Требуемый вид нормированной дискретной периодической АКФ ПСП при этом соответствует трехуровневой периодической функции вида

$$R(m\Delta t) = \begin{cases} 1, & m \equiv 0 \pmod{M}; \\ R_1, & m \equiv 0 \pmod{L}, m \neq 0 \pmod{M}; \\ R_2, & m \neq 0 \pmod{L}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Delta t$  — длительность двоичных символов ПСП;  $M$  — число элементов в периоде (длина) ПСП;  $L$  кратно  $M$  ( $L|M$  —  $L$  делит  $M$ ),  $m = 1, \dots, M$ . Графическое представление АКФ, соответствующей дискретной АКФ ПСП вида (1) при  $R_2 = 0$ , приведено на рис. 1.

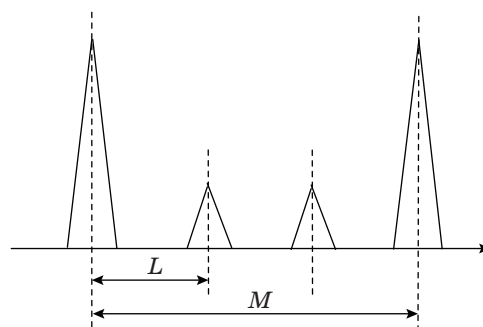
Пусть ПСП задается последовательностью двоичных символов  $a_m = \{0,1\}$ ,  $m = 1, \dots, M$ , и представляется вектором  $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, \dots, a_M\}^T$ . Выражение (1) определяет значения нормированной дискретной периодической АКФ ПСП

$$R(m\Delta t) = \frac{1}{\|\mathbf{a}\|^2} \sum_{i=1}^M a_{i+m} a_i^*$$

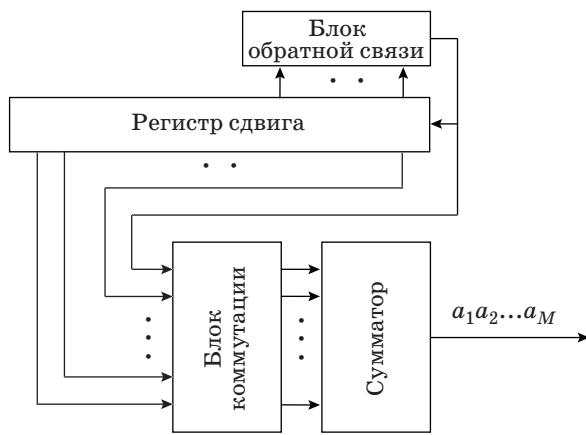
вычисляемой для значений символов ПСП  $a_i$  на периоде  $M\Delta t$ , берущихся с циклическим сдвигом, в дискретных точках  $\tau = m\Delta t$ , соответствующих значениям временных сдвигов, кратных длительности символа ПСП  $\Delta t$ . Единичное значение АКФ  $R(m\Delta t)$  соответствует ее главному пику при нулевом временном сдвиге ( $m \equiv 0 \pmod{M}$ ), значения  $R_1$  соответствуют регулярно следующим с периодом  $L\Delta t$  (временные сдвиги, соответствующие  $m \equiv 0 \pmod{L}$ ) боковым пикам, значения  $R_2$  соответствуют уровню АКФ вне главного и боковых пиков (остальные временные сдвиги, соответствующие  $m \neq 0 \pmod{L}$ ).

В настоящее время известно большое число классов ПСП с различными периодическими АКФ [4–6], в том числе близкими к АКФ вида (1). Общий подход к формированию ПСП, обладающих АКФ вида (1), состоит в использовании генераторов составных последовательностей на основе генераторов более коротких компонентных ПСП с кратными периодами [5]. Одним из классов составных ПСП, позволяющим реализовать ускоренный поиск сигнала по задержке, являются нелинейные последовательности с локально оптимальными корреляционными свойствами (ПЛОКС) [7, 8].

Основой генератора нелинейной ПЛОКС (рис. 2) является  $(L-1)$ -разрядный регистр сдвига. Его часть —  $k$  разрядов — охвачена обратными связями, структура которых задается блоком обрат-



■ Рис. 1. Трехуровневая периодическая АКФ ПСП



■ Рис. 2. Обобщенная структурная схема генератора нелинейной ПЛОКС

ной связи. Эти разряды, собственно, формируют исходные компонентные ПСП, а остальные разряды хранят их сдвиги. Для этого значения  $k$  и  $L$  должны быть связаны соотношением  $L = 2^k - 1$ . Выходные сигналы различных разрядов регистра сдвига суммируются по определенному правилу, соответствующему отображению формируемой регистром сдвига последовательности символов в элементы поля Галуа. Это правило задается блоком коммутации выходов регистра сдвига, и результирующая ПСП типа ПЛОКС  $a_1a_2...a_M$  формируется на выходе сумматора.

Особенностью нелинейных ПЛОКС является их высокая структурная скрытность, характеризующая эквивалентной линейной сложностью, незначительно меньшей, чем длина ПСП, и объемом ансамбля, значительно большим, чем у большинства известных классов ПСП. Кроме того, ПСП данного класса обладают уравновешенной структурой — число символов «1» и «0» на периоде ПСП отличается на единицу, что для ПСП с нечетным значением длины (числа символов в периоде) является наилучшим показателем и обеспечивает высокую помехоустойчивость передачи информации при использовании сложных сигналов на основе таких ПСП. Поэтому в работах [7, 8] ПЛОКС рассматриваются как модулирующие ПСП, обеспечивающие повышение помехоустойчивости сигналов радиотехнических систем передачи информации.

Одновременно ПЛОКС обладают корреляционными свойствами, позволяющими использовать их для ускоренного поиска сигнала по задержке. Это обусловлено формированием ПЛОКС как составной ПСП, из более коротких исходных (компонентных) ПСП. Существуют ансамбли ПЛОКС, имеющих длину  $M = 2^n = lL$  символов, где  $l$  — число компонентных ПСП;  $L = 2^k - 1$  — длина компонентной ПСП, и нор-

мированную дискретную периодическую АКФ вида (1):

$$R(m\Delta t) = \begin{cases} 1, & m \equiv 0 \pmod{M}; \\ (r+1)/2^k, & m \equiv 0 \pmod{L}, m \neq 0 \pmod{M}; \\ -1/(2^n - 1), & m \neq 0 \pmod{L}. \end{cases} \quad (2)$$

Выражение (2) определяет значения дискретной периодической АКФ ПЛОКС в дискретных точках  $\tau = m\Delta t$ , соответствующих значениям временных сдвигов, кратных длительности символа  $\Delta t$ . Единичное значение нормированной АКФ  $R(m\Delta t)$  соответствует ее главному пику при нулевом временном сдвиге ( $m \equiv 0 \pmod{M}$ ), значения  $R_1 = (r+1)/2^k$  соответствуют боковым пикам, регулярно следующим с периодом компонентных ПСП  $L\Delta t$  (временные сдвиги, соответствующие  $m \equiv 0 \pmod{L}, m \neq 0 \pmod{M}$ ), значения  $R_2 = -1/(2^n - 1)$  соответствуют уровню АКФ вне главного и боковых пиков (остальные временные сдвиги, соответствующие  $m \neq 0 \pmod{L}$ ). Величина коэффициента  $r$  лежит в диапазоне  $0 < |r| < 1/2^{n-k-1}$  и зависит от корреляционных свойств компонентных ПСП. Если при соответствующем их подборе добиться  $r \approx 0$ , то главный пик периодической АКФ ПЛОКС будет превышать боковые пики примерно в  $L$  раз.

Практически периодическая АКФ используемой модулирующей ПСП может не обязательно иметь боковые пики, следующие с периодом  $L = M/l$ . Это усложняет алгоритм поиска, однако в общем случае достаточно, чтобы было известно их дискретное регулярное расположение на временной оси. Тогда логическая обработка результатов фиксации боковых пиков позволяет после определенного числа шагов поиска определить положение главного пика. Более важным с точки зрения технической реализации ускоренного поиска ПСП по задержке в рассматриваемом случае является то обстоятельство, что боковые пики по своему уровню значительно ниже (в типичной ситуации — в  $L$  раз), чем главный пик. Поэтому «платой» за реализацию ускоренного поиска ПСП по задержке является увеличение энергетического потенциала радиотехнической системы, который должен обеспечивать требуемые характеристики обнаружения менее «контрастных», чем главный пик, боковых пиков АКФ.

### Граф состояний процесса ускоренного поиска ПСП по задержке

В общем случае последовательного поиска априорная область неопределенности неизвестного параметра сигнала может быть разбита на конечное число областей (ячеек), образующих дискретное пространство поиска. При реализа-

ции ускоренных алгоритмов поиска по задержке сигнала, модулированного ПСП с периодической трехуровневой АКФ вида (1), в частности ПЛЮКС, используется свойство регулярного расположения в дискретных точках  $\tau = mL\Delta t$ ,  $m = 0, 1, \dots, l - 1$ ,  $M = lL$ , главного и боковых пиков периодической АКФ, определяющих ее первый и второй уровни, а постоянная составляющая периодической АКФ, определяющая ее третий уровень и меньшая боковых пиков примерно в  $l$  раз, оказывается несущественной.

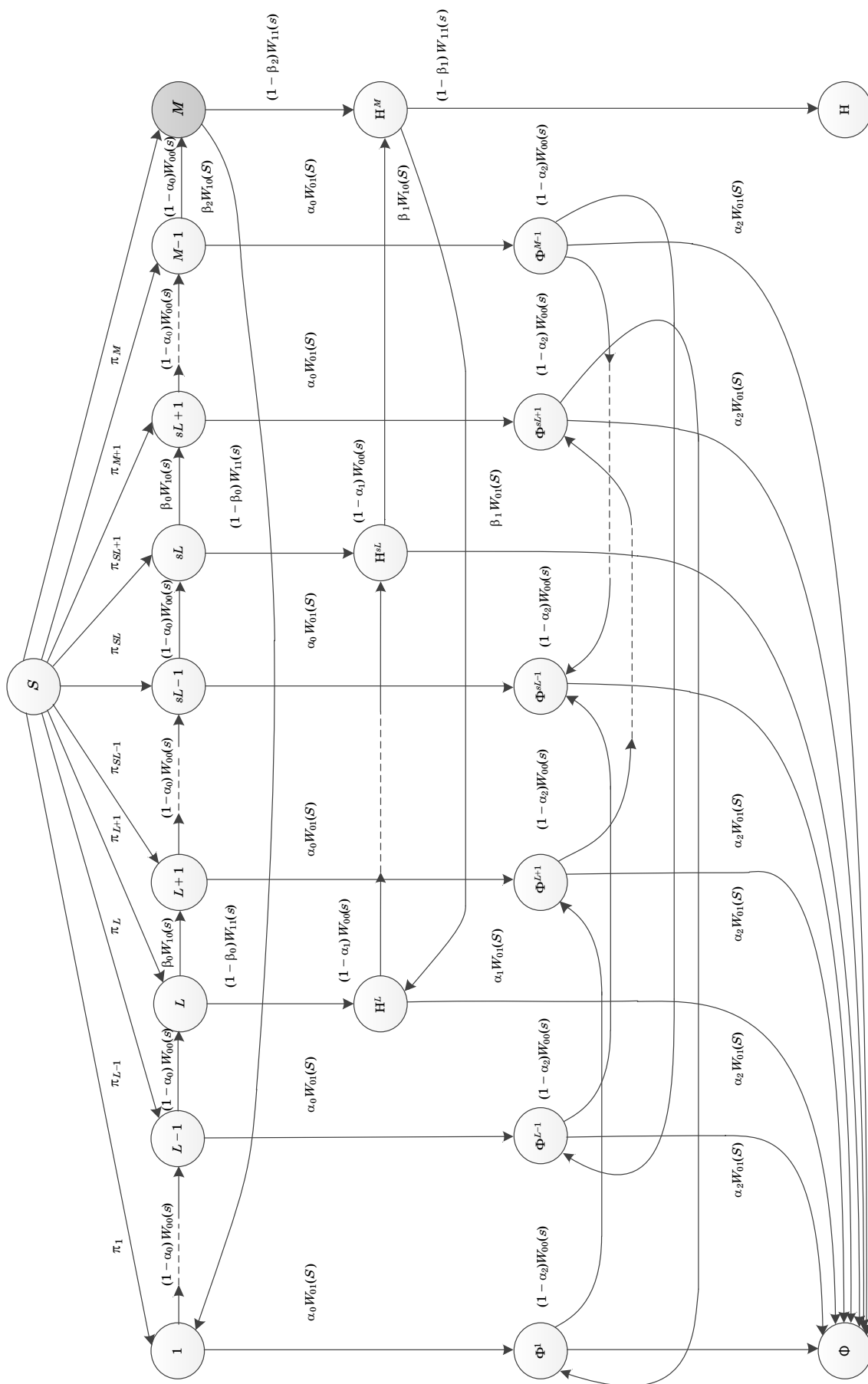
Ускоренный поиск ПСП по задержке является последовательным, однако в отличие от обычного циклического последовательного поиска [2, 9] ускоренный поиск включает два этапа, при этом для обнаружения принимаемой ПСП по задержке используются два порога — нижний и верхний. На первом этапе осуществляется последовательный перебор ячеек поиска до обнаружения первого бокового пика периодической АКФ ПСП. На втором этапе осуществляется перебор ячеек, соответствующих боковым пикам периодической АКФ ПСП, до обнаружения главного пика периодической АКФ ПСП, определяющего задержку принимаемой ПСП. Каждая ячейка поиска соответствует дискретному значению задержки принимаемой ПСП, интервал дискретизации при этом соответствует длительности символа ПСП  $\Delta t$ . Под пустой ячейкой понимается область значений задержки, не соответствующая значению задержки принимаемого сигнала, а под сигнальной ячейкой — область значений задержки, соответствующая области значения задержки принимаемого сигнала. Точная оценка задержки принимаемого сигнала в пределах сигнальной ячейки осуществляется дискриминатором следящей системы [6].

Поиск и обнаружение сигнала осуществляются в условиях шума, вследствие чего возможны ошибки — пропуски и ложные обнаружения сигнала. Обнаружение на первом этапе осуществляется по превышению нижнего порога, выбираемого исходя из уровня боковых пиков АКФ ПСП, при этом достоверность принятия решений характеризуется вероятностями ложной тревоги  $\alpha_0$  в пустой ячейке, пропуска сигнала  $\beta_0$  в ячейке, соответствующей локальному пику АКФ ПСП, и пропуска сигнала  $\beta_2$  в сигнальной ячейке, соответствующей главному пику АКФ ПСП. Обнаружение на втором этапе осуществляется по превышению верхнего порога, выбираемого исходя из уровня главного пика АКФ ПСП, при этом достоверность принятия решений характеризуется вероятностями ложной тревоги  $\alpha_2$  в пустой ячейке, ложной тревоги  $\alpha_1$  в ячейке, соответствующей локальному пику периодической АКФ ПСП, и пропуска сигнала  $\beta_1$  в сигнальной ячейке, соответствующей главному пику АКФ ПСП.

Время анализа ячейки зависит от вида алгоритма обнаружения и в общем случае полагается случайной величиной. Передаточными функциями переходов между состояниями процесса поиска являются преобразования Лапласа  $W_{ij}(s)$  от плотности распределения вероятностей времени анализа ячеек. В обозначениях передаточных функций  $W_{ij}(s)$  равенство нулю или единице первого индекса  $i$  указывает на то, что анализируется пустая или сигнальная ячейка соответственно, а второй индекс  $j$  равен нулю, когда принимается решение об отсутствии сигнала, и равен единице, когда принимается решение о наличии сигнала.

Процесс ускоренного поиска  $M$ -элементной ПСП по задержке с периодической АКФ вида (2) описывается обобщенным направленным графом состояний (рис. 3). Приведенный граф состояний соответствует случаю, когда при  $M = Ll$  локальные пики АКФ следуют регулярно с периодом  $L\Delta t$  и делят период периодической АКФ ПСП  $M\Delta t$  на  $l = s + 1$  равных частей. В данном случае использован так называемый «треугольный» граф, позволяющий более компактно представить процесс последовательного циклического поиска [2]. Общее число анализируемых ячеек равно числу символов  $M$  в периоде ПСП. Вершина графа  $S$  соответствует исходному состоянию начала поиска. Нахождению сигнала в каждой из возможных ячеек соответствует одна из ветвей графа. Состояние, соответствующее сигнальной ячейке, выделено темным цветом. При использовании «треугольных» графов полагается, что поиск начинается с произвольной ячейки, а  $M$ -я ячейка является сигнальной, и вводятся вероятности начала поиска в  $m$ -й ячейке  $\pi_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ , которые оказываются однозначно связаны с априорными вероятностями наличия сигнала в  $m$ -й ячейке  $P_m$ :  $\pi_{M-m+1} = P_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ . Для вероятностей  $P_m$  и  $\pi_m$  выполняется  $\sum_{m=1}^M P_m = 1$  и  $\sum_{m=1}^M \pi_m = 1$ . Переходы между состояниями в каждой ветви анализа и в поглощающие состояния зависят от передаточных функций  $W_{ij}(s)$ , а также вероятностей ложных тревог  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  и пропуска сигнала  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ .

Вершины графа  $H$  и  $\Phi$  означают результирующие поглощающие состояния, соответствующие окончанию поиска, — правильному и ошибочному обнаружению ПСП по задержке по главному пику АКФ ПСП на втором этапе поиска. Процесс поиска попадет в эти поглощающие состояния через промежуточные состояния  $H^L, H^{2L}, \dots, H^{lL}$ , соответствующие правильному обнаружению локальных пиков АКФ ПСП, и состояния  $\Phi^1, \dots, \Phi^{L-1}, \Phi^{L+1}, \dots, \Phi^{2L-1}, \dots$ ,



■ Рис. 3. Граф состояний ускоренного поиска ПСП по задержке

$\Phi^{M-l+1}, \dots, \Phi^{M-1}$ , соответствующие ошибочному обнаружению локальных пиков АКФ ПСП на первом этапе поиска.

При задании передаточных функций  $W_{ij}(s)$  представленный на рис. 3 направленный граф состояний позволяет определить вероятностно-временные статистические характеристики ускоренного поиска ПСП по задержке. При анализе подобных графов состояний процесса поиска общепринятым является допущение о том, что случайные времена анализа ячеек подчиняются экспоненциальному закону распределения [2, 10]. Соответствующее преобразование Лапласа определяется выражением

$$W_{ij}(s) = (1 + s\bar{\tau}_{ij})^{-1}, \quad (3)$$

где  $\bar{\tau}_{ij}$  — средние значения времен анализа ячейки. Индексы  $i$  и  $j$  при значениях  $\bar{\tau}_{ij}$  задаются так же, как и для передаточных функций  $W_{ij}(s)$ .

### Вероятностно-временные характеристики ускоренного поиска ПСП по задержке

В качестве статистических характеристик ускоренного поиска ПСП по задержке будем рассматривать две вероятностно-временные характеристики: вероятность правильного обнаружения  $P_{об}$  и среднее время поиска  $\bar{T}_{\Pi}$ . В терминах теории обобщенных задач поиска [11] данными характеристиками определяются надежность (точность) осуществления поиска и величина поисковых усилий, затрачиваемых на процесс поиска, соответственно, а область неопределенности неизвестного параметра сигнала (задержки ПСП) определяет поисковое пространство. В общем случае, определяя передаточные функции  $H(s)$  и  $\Phi(s)$  графа, соответствующие переходам в состояния правильного и ошибочного обнаружения ПСП по задержке по результатам анализа всех ячеек, и используя свойства преобразования Лапласа (4), можно получить аналитические выражения для интересующих статистических характеристик процесса поиска:  $P_{об} = H(s)|_{s=0}$ ,  $\bar{T}_{\Pi} = -\left[ \frac{dH(s)}{ds} \Big|_{s=0} + \frac{d\Phi(s)}{ds} \Big|_{s=0} \right]$ .

Для графа состояний ускоренного поиска ПСП по задержке, изображенного на рис. 3, определение передаточных функций  $H(s)$  и  $\Phi(s)$  графа при переходе в поглощающие состояния  $H$  и  $\Phi$  дает достаточно громоздкие результаты. Однако при определенных допущениях вероятностно-временные характеристики ускоренного процесса поиска  $P_{об}$  и  $\bar{T}_{\Pi}$  могут быть определены с использованием известных выражений для этих характеристик при обычном поиске с последовательным перебором всех

ячеек поиска и однопороговым обнаружением [2, 10]:

$$P_{об} = \frac{1-\beta}{1-\beta(1-\alpha)^{M-1}} \sum_{m=1}^M P_m (1-\alpha)^{m-1}; \quad (4)$$

$$\bar{T}_{\Pi} = \frac{T_a}{\alpha} - \frac{T_a(1-\beta-\alpha)}{\alpha[1-\beta(1-\alpha)^{M-1}]} \sum_{m=1}^M P_m (1-\alpha)^{m-1}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  — вероятность ложной тревоги;  $\beta$  — вероятность пропуска сигнала;  $T_a = \bar{\tau}_{ij}$  — среднее время анализа ячеек,  $i = 0; 1, j = 0; 1$ . В выражениях (4) и (5) вероятности  $\alpha$  и  $\beta$  определяются для однопорогового обнаружителя при последовательном переборе ячеек поиска.

Если полагать, что на первом этапе поиска для нижнего порога выполняется  $\beta_2 = 0$ , а на втором этапе поиска для верхнего порога выполняется  $\alpha_2 = 0$ , то процесс ускоренного поиска ПСП по задержке можно представить как двухэтапный последовательный перебор ячеек. На первом этапе осуществляется последовательный перебор  $L$  ячеек с вероятностями ложной тревоги  $\alpha_0$  и пропуска сигнала  $\beta_0$  в каждой ячейке, а на втором этапе — последовательный перебор  $l$  ячеек с вероятностями ложной тревоги  $\alpha_1$  и пропуска сигнала  $\beta_1$  в каждой ячейке. Для априорных вероятностей  $P_k, k = 1, \dots, L$ , и  $P_n, n = 1, \dots, l$ , нахождения сигнала в каждой из  $L$  ячеек, анализируемых на первом этапе, и в каждой из  $l$  ячеек, анализируемых на втором этапе, выполняется  $\sum_{k=1}^L P_k = 1$  и  $\sum_{n=1}^l P_n = 1$ . Тогда при сделанных допущениях  $P_{об}$

может быть определена как произведение вероятностей правильного обнаружения на первом и втором этапах, а  $\bar{T}_{\Pi}$  — как сумма средних времен поиска на первом и втором этапах:

$$P_{об} = \left[ \frac{1-\beta_0}{1-\beta_0(1-\alpha_0)^{L-1}} \sum_{k=1}^L P_k (1-\alpha_0)^{k-1} \right] \times \left[ \frac{1-\beta_1}{1-\beta_1(1-\alpha_1)^{l-1}} \sum_{n=1}^l P_n (1-\alpha_1)^{n-1} \right]; \quad (6)$$

$$\bar{T}_{\Pi} = \frac{T_a}{\alpha_0} + \frac{T_a}{\alpha_1} - \frac{T_a(1-\beta_0-\alpha_0)}{\alpha_0[1-\beta_0(1-\alpha_0)^{L-1}]} \sum_{k=1}^L P_k (1-\alpha_0)^{k-1} - \frac{T_a(1-\beta_1-\alpha_1)}{\alpha_1[1-\beta_1(1-\alpha_1)^{l-1}]} \sum_{n=1}^l P_n (1-\alpha_1)^{n-1}. \quad (7)$$

Сомножители в выражении (6) и слагаемые в выражении (7) соответствуют первому и второму этапу ускоренного поиска ПСП по задержке

и определяются выражениями для  $P_{об}$  и  $\bar{T}_п$  вида (4) и (5) с заменой числа состояний  $M$  на  $L$  и  $l$ .

Выражения (6) и (7) позволяют при заданных вероятностях ложного обнаружения  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  и пропуска сигнала  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  провести анализ статистических характеристик ускоренного поиска ПСП по задержке. Поскольку рассматривается процесс ускоренного поиска, наибольший интерес представляет анализ среднего времени поиска  $\bar{T}_п$ . Предельные возможности уменьшения времени поиска соответствуют случаю, когда  $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ ,  $\beta_0 = \beta_1 = 0$ ,  $P_k = 1/L$ ,  $k = 1, \dots, L$ , и  $P_n = 1/l$ ,  $n = 1, \dots, l$ . После преобразований выражение (7) дает ожидаемое при принятых допущениях среднее число шагов поиска:

$$\bar{T}_п/T_a = (L+1)/2 + (l+1)/2. \quad (8)$$

С учетом взаимосвязи величин  $L$  и  $l$  через общее число ячеек поиска  $M = Ll$  с помощью стандартного метода поиска экстремума функции может быть определено оптимальное соотношение между  $L$  и  $l$ , обеспечивающее минимальное среднее число шагов поиска. Подставив в выражение (8)  $L = M/l$ , вычисляя частную производную  $\partial \bar{T}_п(l)/\partial l$  и приравняв ее к нулю, получаем оптимальные значения  $l_{opt} = L_{opt} = \sqrt{M}$ . Им соответствует минимально возможное среднее число шагов поиска  $(\bar{T}_п/T_a)_{min} = \sqrt{M} + 1$ . Полученные значения среднего числа шагов поиска следует сравнивать с соответствующим средним числом шагов поиска при последовательном просмотре всех  $M$  ячеек и  $P_m = 1/M$ ,  $m = 1, \dots, l$ , которое при  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$  и составляет  $\bar{T}_п/T_a = (M+1)/2$ . При значениях  $L$  и  $l$ , близких к оптимальным, выигрыш в среднем времени ускоренного поиска составляет до  $\frac{M+1}{2(\sqrt{M}+1)} \approx \frac{\sqrt{M}}{2}$  раз.

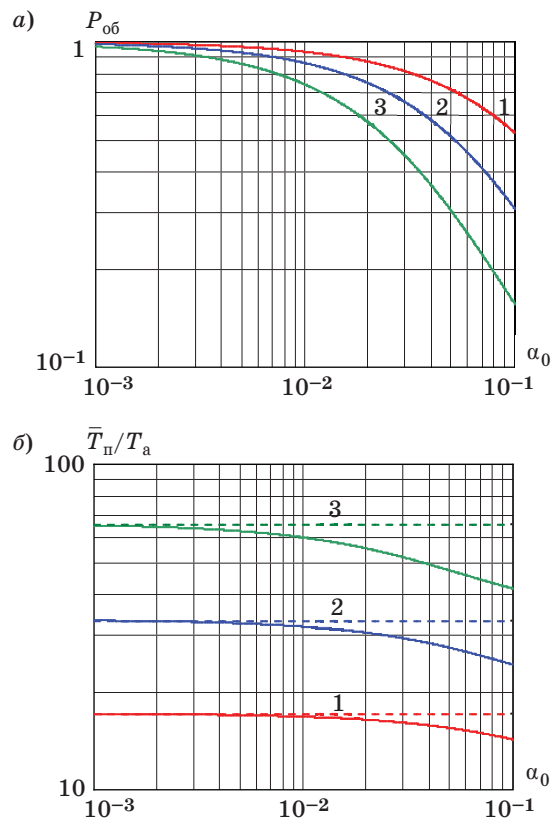
Длины  $M$  реальных ПСП, как правило, не являются квадратами целых чисел, кроме того, могут иметь место ограничения на формирование ПСП в виде составных последовательностей на основе генераторов более коротких ПСП с кратными периодами. Поэтому практически следует использовать допустимые значения  $L$  и  $l$ , наиболее близкие к оптимальным. Так, для типовых длин  $M$  линейных ПСП типа  $M$ -последовательностей и кодов Голда и нелинейных ПСП типа ПЛОКС наиболее близкими к оптимальным являются следующие целые сомножители  $L$  и  $l$ :  $L = 15$  и  $l = 17$  для  $M = 255$ ,  $L = 31$  и  $l = 33$  для  $M = 1023$ ,  $L = 63$  и  $l = 65$  для  $M = 4095$ . При таком выборе значений  $L$  и  $l$  достигается среднее число шагов поиска  $\bar{T}_п/T_a \approx (\bar{T}_п/T_a)_{min}$ .

Наибольшее влияние на вероятность правильного обнаружения  $P_{об}$  и среднее время поиска  $\bar{T}_п$  при реализации последовательных процедур поиска сигналов оказывает вероятность ложного

обнаружения [9]. Это обусловлено тем, что ложное обнаружение может произойти в любой из пустых ячеек поиска, а пропуск сигнала — только в сигнальной ячейке. Для рассматриваемой двухэтапной процедуры поиска наиболее критичной является вероятность ложного обнаружения  $\alpha_0$  на первом этапе поиска для нижнего порога, поскольку обнаружение происходит по локальному пику АКФ ПСП, примерно в  $l$  раз меньшему, чем главный пик. Кроме того, величины  $P_{об}$  и  $\bar{T}_п$  существенным образом зависят от числа ячеек поиска  $M$ .

Были рассчитаны зависимости  $P_{об}$  и  $\bar{T}_п/T_a$  от параметров  $\alpha_0$  и  $M = Ll$  для рассмотренного ускоренного поиска ПСП по задержке (рис. 4, а и б). Полагалось, что  $\beta_0 = 10^{-2}$ ,  $\alpha_1 = \beta_1 = 10^{-4}$  и нахождение сигнала в каждой из анализируемых ячеек равновероятно:  $P_m = 1/M$ ,  $m = 1, \dots, M$ , соответственно:  $P_k = 1/L$ ,  $k = 1, \dots, L$ , и  $P_n = 1/l$ ,  $n = 1, \dots, l$ .

Как и следовало ожидать, с увеличением вероятности ложного обнаружения  $\alpha_0$  и длины ПСП  $M$ , определяющей число ячеек поиска, качество обнаружения ухудшается и уменьшается вероятность правильного обнаружения  $P_{об}$ . Среднее



■ Рис. 4. Зависимости вероятности правильного обнаружения  $P_{об}$  (а) и среднего числа шагов поиска  $\bar{T}_п/T_a$  (б) от вероятности ложного обнаружения для нижнего порога  $\alpha_0$  при различных длинах ПСП: 1 —  $M = 255$  ( $L = 15, l = 17$ ); 2 —  $M = 1023$  ( $L = 31, l = 33$ ); 3 —  $M = 4095$  ( $L = 63, l = 65$ )

число шагов поиска  $\bar{T}_n/T_a$  с увеличением  $\alpha_0$  уменьшается вследствие ранних ложных обнаружений, а с уменьшением  $\alpha_0$  приближается к показанному на рис. 4, б штриховыми линиями теоретическому пределу, определяемому выражением (8). Для достижения  $P_{об} \approx 1$  принципиально необходимо уменьшение величины  $\alpha_0$  до значений порядка  $10^{-3}$ . Расчеты показывают, что если при тех же условиях положить  $\beta_0 = 10^{-1}$ , то это практически не повлияет на величину  $P_{об}$ , однако при малых  $\alpha_0$  приведет к увеличению среднего числа шагов поиска  $\bar{T}_n/T_a$  вследствие увеличения вероятности позднего завершения процесса поиска из-за пропусков сигнала.

Влияние на величину  $P_{об}$  вероятностей ложного обнаружения  $\alpha_1$  и пропуска сигнала  $\beta_1$  для верхнего порога в области значений  $P_{об}$ , близких к единице, незначительно, поскольку вероятности  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  для верхнего порога всегда будут меньше, чем вероятности  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  для нижнего порога, вследствие более высокого уровня главного пика АКФ ПСП по сравнению с боковыми пиками. Значения вероятностей  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  при рассмотренном методе ускоренного поиска могут быть сопоставлены с соответствующими вероятностями  $\alpha$  и  $\beta$  при обычном последовательном поиске и однопороговом обнаружении. Как показывают расчеты, при  $\alpha = \beta = 10^{-4}$  вероятность правильного обнаружения  $P_{об} = 0,987$  при  $M = 255$ ,  $P_{об} = 0,951$  при  $M = 1023$ ,  $P_{об} = 0,821$  при  $M = 4095$ . К этим

значениям близки значения  $P_{об}$ , полученные для ускоренного поиска при  $\alpha_1 = \beta_1 = 10^{-4}$  и более высоких вероятностях  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ :  $\alpha_0 = 10^{-3}$ ,  $\beta_0 = 10^{-2}$ . Это обусловлено тем, что увеличение вероятностей  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  «компенсируется» уменьшением пространства поиска —  $(L + l)$  ячеек вместо  $M$  ячеек.

### Заключение

Рассмотренный метод ускоренного поиска, основанный на использовании модулирующих ПСП типа ПЛОКС, позволяет реализовать ускоренный поиск сигнала по задержке со значительным выигрышем в среднем времени поиска по сравнению с обычным последовательным поиском — в пределе до  $\sqrt{M}/2$  раз, где  $M$  — длина ПСП. Приведенные соотношения и зависимости позволяют исследовать характеристики ускоренного поиска сигнала по задержке в информационных и измерительных радиотехнических системах и допускают достаточно широкие возможности учета условий обнаружения, связанных с энергетическим потенциалом системы и корреляционными свойствами модулирующих ПСП. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании широкого класса радиотехнических систем, применение которых связано с реализацией режимов поиска и обнаружения сигналов по одному или нескольким параметрам в дискретном пространстве поиска.

### Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Р. В. Бакицько, Е. Н. Болденков, Н. Т. Булавский и др.; под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — М.: Радиотехника, 2010. — 800 с.
2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В. И. Борисов, В. М. Зинчук, А. Е. Лимарев и др.; под ред. В. И. Борисова. — М.: Радио и связь, 2003. — 640 с.
3. Адресные системы управления и связи. Вопросы оптимизации / Г. И. Тузов, Ю. Ф. Урядников, В. И. Прытков и др.; под ред. Г. И. Тузова. — М.: Радио и связь, 1993. — 384 с.
4. Лосев В. В., Бродская Е. Б., Коржик В. И. Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов. — М.: Радио и связь, 1988. — 224 с.
5. Ипатов В. П. Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами. — М.: Радио и связь, 1992. — 152 с.
6. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. — М.: Радио и связь, 1985. — 384 с.
7. Тараненко П. Г. Генерирование ансамблей нелинейных последовательностей // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1988. № 12. С. 63–65.
8. Тараненко П. Г. Ансамбль нелинейных последовательностей с локально-оптимальными корреляционными свойствами // Радиотехника. 1989. № 9. С. 12–13.
9. Мальцев Г. Н., Сакулин А. Н. Статистические характеристики последовательного поиска сигналов пороговым обнаружителем // Информационно-управляющие системы. 2011. № 6. С. 58–63.
10. Борисов В. И., Зинчук В. М. Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. — М.: РадиоСофт, 2008. — 260 с.
11. Ahlswede R., Wegener I. Suchprobleme. — Stuttgart, Teubner Verlag, 1979. — 368 p.



UDC 621.391.372

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.4.78

**Statistical Characteristics of Accelerated Delay-Based Search of Signals using Pseudorandom Sequences with Locally Optimal Correlation Properties**Maltsev G. N.<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., Professor, georgy\_maltsev@mail.ruSakulin A. N.<sup>a</sup>, PhD, Tech., Head of a Radio Electronics Faculty, evgeniysakulin@yandex.ru<sup>a</sup>A. F. Mozhaiskii Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia St., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Purpose:** Radio navigation and communication systems often use signals based on long pseudorandom sequences. When the communication starts, the receiver acts as a consecutive detector performing the search and detection of pseudorandom sequences by delay. If the time to start the communication is limited, the search can be accelerated by the use of modulating pseudorandom sequences with three-level periodic autocorrelation function, including nonlinear sequences with locally optimal correlation properties. The purpose of this work is studying statistical probabilistic and temporal characteristics of accelerated two-stage delay-based search for sequences with locally optimal correlation properties. **Results:** We have substantiated accelerated delay-based search for signals, using pseudorandom sequences with a three-level periodic autocorrelation function. A directed graph has been built which describes the process of two-stage search for such sequences in a space of states with upper and lower detection thresholds. The research of probabilistic and temporal characteristics of the search process (correct detection probability and average search time) has shown that when a signal is reliably detected on the lower threshold, the gain in the average search time compared to the usual consecutive search has an order of a half of the square root of the number of symbols in the pseudorandom sequence period. **Practical relevance:** The ways are shown to substantially reduce the time of an average delay-based pseudorandom sequence search compared to the usual consecutive search. It is demonstrated how to compensate the increase of false detection probabilities and non-detection of a signal on the lower threshold by reducing the space of states of the accelerated search.

**Keywords** — Search and Detection of a Signal, Pseudorandom Sequences, Autocorrelation Function, Average Search Time.

**References**

1. Bakit'ko R. V., Boldenkov E. N., Bulavskii N. T., et al. *GLONASS. Printsipy postroeniia i funktsionirovaniia* [GLONASS. Principles of Construction and Functioning]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2010. 800 p. (In Russian).
2. Borisov V. I., Zinchuk V. M., Limarev A. E., et al. *Pomekhozashchishchennost' sistem radiosviazi s rasshireniem spektra signalov moduliatsiei nesushchei psevdosluchainoi posledovatel'nost'iu* [Noise Immunity of a Radio Communication Systems with Expansion of a Signals Range with Modulation by the Bearing Pseudorandom Sequence]. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 2003. 640 p. (In Russian).
3. Tuzov G. I., Uriadnikov Ju. F., Prytkov V. I., et al. *Adresnye sistemy upravleniia i sviazi. Voprosy optimizatsii* [Address Control Systems and Communications. Questions Optimization]. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1993. 384 p. (In Russian).
4. Losev V. V., Brodskaja E. B., Korzhik V. I. *Poisk i dekodirovanie slozhnykh diskretnykh signalov* [Search and Decoding of Difficult Discrete Signals]. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1988. 224 p. (In Russian).
5. Ipatov V. P. *Periodicheskie diskretnye signaly s optimal'nymi korreliatsionnymi svoistvami* [Periodic Discrete Signals with Optimum Correlation Properties]. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1992. 152 p. (In Russian).
6. Varakin L. E. *Sistemy sviazi s shumopodobnymi signalami* [Communication Systems with Noise-Like Signals]. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1985. 384 p. (In Russian).
7. Taranenko P. G. Generation of Nonlinear Sequences Ensembles. *Izvestiia vuzov. Radioelektronika*, 1988, no. 12, pp. 63–65 (In Russian).
8. Taranenko P. G. The Ansambl of Nonlinear Sequences with Local and Optimum Correlation Properties. *Radiotekhnika*, 1989, no. 9, pp. 12–13 (In Russian).
9. Maltsev G. N., Sakulin A. N. Statistical Characteristics of the Sequential Signals Search by Threshold Detector. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2011, no. 6, pp. 58–63 (In Russian).
10. Borisov V. I., Zinchuk V. M. *Pomekhozashchishchennost' sistem radiosviazi. Veroiatnostno-vremennoi podkhod* [The Noise Immunity of a Radio Communication Systems. Probabilistic and Time Approach]. Moscow, RadioSoft Publ., 2008. 260 p. (In Russian).
11. Ahlswede R., Wegener I. *Suchprobleme*. Stuttgart, Teubner Verlag, 1979. 368 p.