SCIENTIFIC JOURNAL

3(70)/2014

INFORMATSIONNO-UPRAVLIAIUSHCHIE SISTEMY (INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS)

REFEREED EDITION

Founder
«Information and Control Systems», Ltd.
Editor-in-Chief
M. Sergeev
Dr. Sc. Tech., Professor, St.-Petersburg, Russia
Deputy Editor-in-Chief
E. Krouk
Dr. Sc. Tech., Professor, St.-Petersburg, Russia
Executive secretary
O. Muravtsova
Editorial Council
L. Chubraeva
RAS Corr. Member, Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
L. Fortuna
PhD, Professor, Catania, Italy
A. Fradkov
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
V. Kozlov
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
C. Christodoulou
PhD, Professor, Albuquerque, New Mexico, USA
B. Meyer
PhD, Professor, Zurich, Switzerland
A. Ovodenko
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
Y. Podoplyokin
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
Yu. Shokin
RAS Academician, Dr. Sc. Phys.-Math., Novosibirsk, Russia
V. Simakov
Dr. Sc. Tech., Professor, Moscow, Russia
V. Vasilev
RAS Corr. Member, Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
R. Yusupov
RAS Corr. Member, Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
Editorial Board
V. Anisimov
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
B. Bezruchko
Dr. Sc. Phys.-Math., Saratov, Russia
N. Blaunstein
Dr. Sc. Phys.-Math., Professor, Beer-Sheva, Israel
A. Dudin
Dr. Sc. Tech., Professor, Minsk, Belarus
V. Khimenko
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
G. Maltsev,
Dr. Sc. Tech, Professor, St. Petersburg, Russia
V. Melekhin
Dr. Sc. Tech, Professor, St. Petersburg, Russia
A. Shalyto
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
A. Shepeta
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
A. Smirnov
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
Z. Yuldashev
Dr. Sc. Tech., Professor, St. Petersburg, Russia
A. Zeifman
Dr. Sc. Phys.-Math., Vologda, Russia

Editor: A. Larionova
Proofreader: T. Zvertanovskaia
Design: A. Koleshko, M. Chernenko
Layout and composition: N. Karavaeva

Contact information
The Editorial and Publishing Center, SUAI
67, B. Morskaia, 190000, St. Petersburg, Russia
Website: http://i-us.ru/en, E-mail: ius.spb@gmail.com
Tel.: +7 - 812 494 70 02

The Journal was registered in the Ministry of Press, Broadcasting and Mass Media of the Russian Federation. Registration Certificate JD № 77-12412 from April, 19, 2002.
Re-registration in the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR) due to change of the founder: «Information and Control Systems», Ltd., JD № FS77-49181 from March, 30, 2012.

The journal is distributed by subscription. Subscription can be made in the Editorial and publishing center, SUAI as well as in any post office based on «Rospechat» catalogue:
№ 48060 — annual subscript, № 15385 — semiannual subscript.

© Corporate authors, 2014

Submitted for publication 07.04.14. Passed for printing 17.06.14. Format 60×841/8.
Offset paper. Phototype SchoolBookC. Offset printing.

Layout original is made at the Editorial and Publishing Center, SUAI.
67, B. Morskaia, 190000, St. Petersburg, Russia
Printed from slides at the Editorial and Publishing Center, SUAI.
67, B. Morskaia, 190000, St. Petersburg, Russia

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

3(70)/2014

РЕЦЕНЗИРУЕМОЕ ИЗДАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Учредитель
ООО «Информационно-управляющие системы»

Главный редактор
М. Б. Сергеев,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

Зам. главного редактора
Е. А. Крук,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

Ответственный секретарь
О. В. Муравцова

Редакционный совет:

Председатель А. А. Оводенко,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. Н. Васильев,
чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. Н. Козлов,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
К. Кристодолу,
д-р. наук, проф., Альбукерке, Нью-Мексико, США
Б. Мейер,
д-р наук, проф., Цюрих, Швейцария
Ю. Ф. Подоплекин,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. В. Симаков,
д-р техн. наук, проф., Москва, РФ
Л. Фортуна,
д-р наук, проф., Катания, Италия
А. Л. Фрадков,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
Л. И. Чубраева,
чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, С.-Петербург, РФ
Ю. И. Шокин,
акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., Новосибирск, РФ
Р. М. Юсупов,
чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

Редакционная коллегия:
В. Г. Анисимов,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
Б. П. Безручко,
д-р физ.-мат. наук, проф., Саратов, РФ
Н. Блаунштейн,
д-р физ.-мат. наук, проф., Беэр-Шева, Израиль
А. Н. Дудин,
д-р физ.-мат. наук, проф., Минск, Беларусь
А. И. Зейфман,
д-р физ.-мат. наук, проф., Вологда, РФ
Г. Н. Мальцев,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. Ф. Мелехин,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
А. В. Смирнов,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
В. И. Хименко,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
А. А. Шалыто,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
А. П. Шепета,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ
З. М. Юлдашев,
д-р техн. наук, проф., С.-Петербург, РФ

Редактор: А. Г. Ларионова
Корректор: Т. В. Звертановская
Дизайн: А. Н. Колешко, М. Л. Черненко
Компьютерная верстка: Н. Н. Караваева

Адрес редакции: 190000, Санкт-Петербург,
Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ
Тел.: (812) 494-70-02, e-mail: ius.spb@gmail.com, сайт: http://i-us.ru

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.
Перерегистрирован в Роскомнадзоре.
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-49181 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».

Журнал распространяется по подписке. Подписку можно оформить через редакцию, а также в любом отделении связи по каталогу «Роспечать»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс.

© Коллектив авторов, 2014

Сдано в набор 07.04.14. Подписано в печать 17.06.14. Формат 60×84 1/8.
Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 16,0. Уч.-изд. л. 20,1. Тираж 1000 экз. Заказ 258.
Оригинал-макет изготовлен в редакционно-издательском центре ГУАП.
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.
Отпечатано с готовых диапозитивов в редакционно-издательском центре ГУАП.
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

УДК 681.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ЖЕСТКОСТИ АДАПТИВНЫХ ПЛАТФОРМ С ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ МЕХАНИЗМАМИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

А. Ю. Кучмин[a], *канд. техн. наук, старший научный сотрудник*
[a]*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, РФ*

Введение: *одним из направлений повышения точности и надежности электромеханических систем параллельной архитектуры, например адаптивных платформ (n-подов), является применение в контуре управления моделей динамики, позволяющих прогнозировать особые положения (заклинивания) и рассчитывать оптимальные законы управления. Жесткостные характеристики подобных систем являются основным элементом прогнозирующих моделей. Целью исследования является разработка методики построения матрицы эквивалентной жесткости адаптивных платформ на подвижном основании, перемещаемых пакетами актуаторов, с учетом изменения линии действия этих актуаторов.* ***Результаты:*** *получены простые формулы расчета матрицы эквивалентной жесткости адаптивных платформ, перемещаемых пакетами с произвольным количеством актуаторов. Показано, что в отличие от формулы для пакета пружин в формуле для адаптивных платформ необходимо учитывать изменение длины и линии действия актуаторов. Приведенный численный пример для платформы Стюарта (гексапода) подтверждает, что влияние этих факторов существенно. Доказано, что в случае малых угловых перемещений платформы предложенная формула после упрощения аналогична формуле для расчета матрицы эквивалентной жесткости для пакета пружин. Получена формула для расчета симметрической матрицы жесткости актуатора.* ***Практическая значимость:*** *предложенные простые алгоритмы расчета матрицы эквивалентной жесткости адаптивной платформы эффективны при реализации прогнозирующей модели, позволяющей предсказать возникновение особых положений и разработать алгоритмы их предотвращения в реальном времени, что приведет к увеличению надежности системы и ее ресурса.*

Ключевые слова *— платформа Стюарта, актуатор, матрица жесткости, эквивалентная жесткость.*

Введение

Создание методик расчета матриц эквивалентных жесткостей системы является актуальной задачей, которая играет важную роль при определении спектра собственных частот электромеханических систем как объектов управления.

В последнее время возник интерес к использованию электромеханических систем параллельной архитектуры, например n-подов [1–8], в высокоточном приборостроении, робототехнике, адаптивных антеннах и т. д. Преимуществами данных механизмов являются:

1) возможность реализации перемещений одновременно по шести координатам (трем линейным и трем угловым), что трудновыполнимо при использовании классических компоновок;

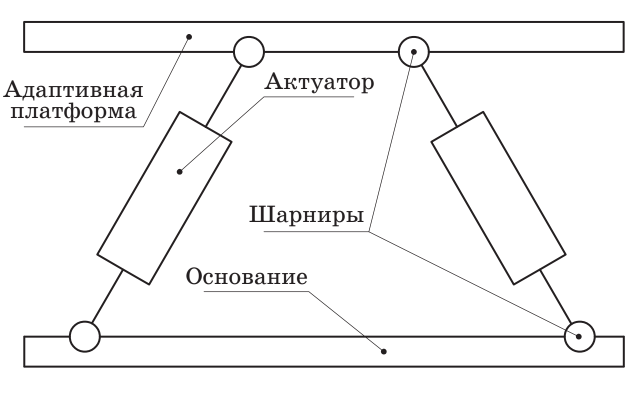
2) выдерживание больших нагрузок;

3) простота и низкая стоимость устройств при серийном производстве;

4) высокая надежность, так как многие из подобных механизмов строятся по статически неопределимой кинематической схеме с многократным резервированием;

5) компактность, модульность, простота монтажа и отладки, взаимозаменяемость компонентов.

В предыдущей статье [2] рассматривались кинематическая и динамическая модели гексапода, который является частным случаем исполнительного механизма параллельной архитектуры с шестью актуаторами. Обобщим эти модели на случай n актуаторов. Для этого рассмотрим базовый блок подобных систем, состоящий из двух подвижных платформ (основания и адаптивной платформы (АП)), соединенных друг с другом электромеханическими актуаторами (рис. 1). Каждый актуатор состоит из штанги с линейным электроприводом, позволяющим изменять ее длину. Каждый актуатор соединен с нижней и верхней платформами двумя шарнирами, позволяющими толкателям свободно вращаться по углам. Основание перемещается по трем линейным (x_0, y_0, z_0) и трем угловым (β_0, θ_0, α_0) координатам относительно некоторой базовой системы координат (БСК), где β_0 — поворот относительно оси x, θ_0 — поворот относительно оси y, α_0 — угол поворота относительно оси z. Адаптивная платформа актуаторами перемещается по трем линей-



■ ***Рис. 1.*** Базовый блок исполнительного механизма на базе n-подов ным (x, y, z) и трем угловым (β, θ, α) координатам относительно основания, где β — поворот относительно оси x, θ — поворот относительно оси y, α — угол поворота относительно оси z.

Для данного блока необходимо определить матрицу эквивалентной жесткости.

Введем БСК $E_0 = (\mathbf{o}_0, [\mathbf{e}_0])$, где $\mathbf{o}_0$ — начало координат БСК; $[\mathbf{e}_0]$ — тройка базисных векторов (ортов) БСК (рис. 2). Для углов, векторов и матриц вращения нижний индекс — это номер системы координат (СК), верхний индекс является номером СК, относительно которой определяется угловое и линейное положения, второй верхний индекс обозначает номер СК, в которой рассчитываются координаты векторов. Матрицы вращения $\mathbf{c}_j^i$ имеют вид

$$\mathbf{c}_j^i\left(\varphi_j^i\right) = \mathbf{c}_1(\beta_j^i)\cdot\mathbf{c}_2(\theta_j^i)\cdot\mathbf{c}_3(\alpha_j^i),$$

где $\varphi_j^i = \left[\beta_j^i \quad \theta_j^i \quad \alpha_j^i\right]^{\mathrm{T}}$, а β_j^i, θ_j^i и α_j^i — углы простейших вращений относительно осей x, y и z соответственно; матрицы простейших вращений имеют вид

$$\mathbf{c}_1(\beta_j^i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta_j^i) & -\sin(\beta_j^i) \\ 0 & \sin(\beta_j^i) & \cos(\beta_j^i) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c}_2(\theta_j^i) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_j^i) & 0 & \sin(\theta_j^i) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_j^i) & 0 & \cos(\theta_j^i) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c}_3(\alpha_j^{jc}) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_j^i) & -\sin(\alpha_j^i) & 0 \\ \sin(\alpha_j^i) & \cos(\alpha_j^i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Введем связанную систему координат с основанием (ОСН) СК ОСН $E_{1b} = (\mathbf{o}_{1b}, [\mathbf{e}_{1b}])$, где $\mathbf{o}_{1b}$ — начало координат СК ОСН, которое относительно БСК определяется координатным столбцом $\mathbf{r}_{1b}^{0,0}$; $[\mathbf{e}_{1b}]$ — тройка базисных векторов (ортов) СК ОСН, ориентация СК ОСН относительно БСК определяется углами простейших вращений $\boldsymbol{\varphi}_{1b}^{0}$.

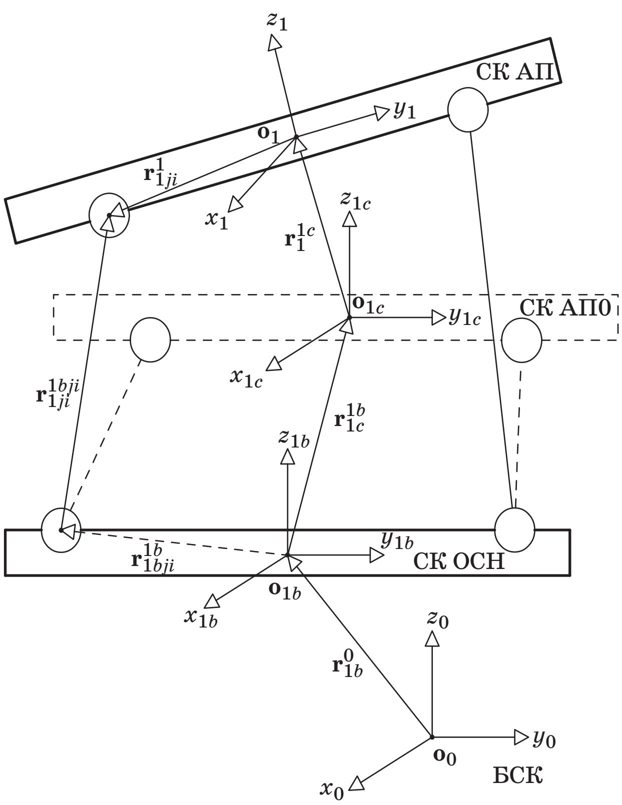
Чтобы задать начальное положение АП, введем систему координат начального положения АП СК АП0 $E_{1c} = (\mathbf{o}_{1c}, [\mathbf{e}_{1c}])$, где $\mathbf{o}_{1c}$ — начало координат СК АП0, которое относительно СК ОСН определяется координатным столбцом $\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b}$; $[\mathbf{e}_{1c}]$ — тройка базисных векторов (ортов) СК АП0, ориентация СК АП0 относительно СК ОСН определяется углами простейших вращений $\boldsymbol{\varphi}_{1c}^{1b}$.

Чтобы задать положение АП, введем связанную систему координат нижней платформы СК АП $E_1 = (\mathbf{o}_1, [\mathbf{e}_1])$, где $\mathbf{o}_1$ — начало координат СК АП, которое относительно СК АП0 определяется координатным столбцом $\mathbf{r}_1^{1c,1c}$; $[\mathbf{e}_1]$ — тройка базисных векторов (ортов) СК АП, ориентация СК АП относительно СК АП0 определяется углами простейших вращений $\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}$. Положение СК АП относительно БСК описывается вектором $\mathbf{r}_1^0$, координатный столбец которого в БСК может быть вычислен по формуле

$\mathbf{r}_1^{0,0} = \mathbf{r}_{1b}^{0,0} + \mathbf{c}_{1b}^0\left[\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{r}_1^{1c,1c}\right]$, а угловое положение характеризуется матрицей вращения $\mathbf{c}_1^0 = \mathbf{c}_{1b}^0\mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}$, где $\mathbf{c}_i^j$ — матрицы вращения от соответствующих углов $\boldsymbol{\varphi}_i^j$.

Определим координаты крепления шарниров на основании в СК ОСН: $\mathbf{r}_{1bj1}^{1b,1b}$, $\mathbf{r}_{1bj2}^{1b,1b}$, ..., $\mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b}$, ..., $\mathbf{r}_{1bjn}^{1b,1b}$, где нижний индекс обозначает номер шарнира на основании. Аналогично введем координаты крепления шарниров на адаптивной платформе в СК АП: $\mathbf{r}_{1j1}^{1,1}$, $\mathbf{r}_{1j2}^{1,1}$, ..., $\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}$, ..., $\mathbf{r}_{1jn}^{1,1}$, где нижний индекс обозначает номер шарнира на АП.

Текущие длины актуаторов могут быть определены как расстояния между соответствующими шарнирами основания и АП по форму-



■ ***Рис. 2.*** Системы координат базового блока ле $l_{1ji}^{1bji} = \left|\mathbf{r}_{1ji}^{1b,1b} - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b}\right|$, $i = 1..6$, где $\mathbf{r}_{1ji}^{1b,1b}$ — координаты точки крепления шарниров на нижней платформе в СК ОСН, которые рассчитываются следующим образом: $\mathbf{r}_{1ji}^{1b,1b} = \mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\left[\mathbf{r}_{1}^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1}^{1c}\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right]$, $i = 1..n$. В итоге выражение для текущих длин примет вид

$$l_{1ji}^{1bji} = \left|\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\left[\mathbf{r}_{1}^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1}^{1c}\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right] - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b}\right| = l_{0i} + \Delta l_{ai},\ i = 1..n, \tag{1}$$

где l_{0i} — начальные значения длин актуаторов, $l_{0i} = \left|\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{r}_{1ji}^{1,1} - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b}\right|$; Δl_{ai} — текущие удлинения штоков актуаторов; $\Delta l_{ai} = \tau_i + \dfrac{\psi_i}{I_i}$, τ_i — деформация актуатора; ψ_i — угол поворота ротора двигателя актуатора; I_i — передаточное число редуктора.

Продифференцировав $\mathbf{r}_1^{0,0}$ и $\mathbf{c}_1^{0}$, учтя свойства кососимметрических матриц, получим выражения для линейных $\mathbf{v}_1^{0,0}$ и угловых $\boldsymbol{\omega}_1^{0,0}$ скоростей АП в БСК:

$$\mathbf{v}_1^{0,0} = \mathbf{v}_{1b}^{0,0} + \mathbf{c}_{1b}^{0}\left\langle \mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{r}_1^{1c,1c}\right\rangle^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b} + \mathbf{c}_{1b}^{0}\mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{v}_1^{1c,1c};\quad \boldsymbol{\omega}_1^{0,0} = \mathbf{c}_{1b}^{0}\boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b} + \mathbf{c}_1^{0}\boldsymbol{\omega}_1^{1c,1}, \tag{2}$$

где $\mathbf{v}_{1b}^{0,0}$ — скорость ОСН в БСК; $\boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b}$ — угловая скорость движения ОСН относительно БСК в СК ОСН; $<\dots>$ — кососимметрическая матрица вида $\left\langle [x, y, z]^{\mathrm{T}} \right\rangle = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{v}_1^{1c,1c}$ — линейная скорость ОСН в СК АП0; $\boldsymbol{\omega}_1^{1c,1}$ — угловая скорость ОСН относительно СК АП0 в СК ОСН.

Угловые скорости $\boldsymbol{\omega}_1^{0,0}$, $\boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b}$ и $\boldsymbol{\omega}_1^{1c,1}$ могут быть определены через скорости простейших вращений $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_1^{0}$, $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{1b}^{0}$ и $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_1^{1c}$:

$$\boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b} = \boldsymbol{\varepsilon}_{1b}^{0}\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{1b}^{0};\ \boldsymbol{\omega}_1^{1c,1} = \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\dot{\boldsymbol{\varphi}}_1^{1c};\ \boldsymbol{\omega}_1^{0,0} = \mathbf{c}_1^{0}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{0}\dot{\boldsymbol{\varphi}}_1^{0}, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_j^{i}$ — матрицы Эйлера вида $\boldsymbol{\varepsilon}_j^{i} = \left[\mathbf{c}_3^{\mathrm{T}}\left(\alpha_j^i\right)\mathbf{c}_2^{\mathrm{T}}\left(\theta_j^i\right)\mathbf{e}_x \mid \mathbf{c}_3^{\mathrm{T}}\left(\alpha_j^i\right)\mathbf{e}_y \mid \mathbf{e}_z\right]$ от соответствующих углов, $\mathbf{e}_x = [1\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{e}_y = [0\ 1\ 0]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{e}_z = [0\ 0\ 1]^{\mathrm{T}}$.

Получим скорости изменения длин актуаторов v_i, продифференцировав (1):

$$v_i = \frac{\left[\mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{v}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\dot{\boldsymbol{\varphi}}_1^{1c}\right]^{\mathrm{T}}\left[\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{r}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}\mathbf{r}_{1ji}^{1,1} - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b}\right]}{\left|\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\left[\mathbf{r}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_1^{1c}\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right] - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b}\right|} = v_{ai} + \dot{\tau}_i,\ i = 1..n, \tag{4}$$

где v_{ai} — скорости удлинения штоков актуаторов, которые в случае винтовой передачи могут быть определены по формуле $v_{ai} = \dfrac{\Omega_i}{I_i}$, Ω_i — угловая скорость двигателя; $\dot{\tau}_i$ — скорость деформации актуатора; $\mathbf{v}_{1ji}^{1bji,1b} = \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{v}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\dot{\boldsymbol{\varphi}}_1^{1c}$ — скорость относительного поступательного движения шарниров одного актуатора в СК ОСН.

Известен алгоритм расчета матрицы эквивалентной жесткости пакета пружин [9, 10], который может быть использован в случае малых перемещений АП относительно основания и малых изменений длин актуаторов. В этом случае матрица эквивалентной жесткости пакета пружин определяется по формуле

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^{n}\mathbf{T}_{1ji}^{1}\mathbf{C}_{pi}\mathbf{T}_{1ji}^{1,\mathrm{T}},\ \mathbf{T}_{1ji}^{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица размерности 3×3; $\mathbf{C}_{pi}$ — симметрическая матрица коэффициентов жесткости i-й пружины размерности 6×6.

Формула (5) может быть применена только в режиме стабилизации при малых относительных перемещениях платформ и для других режимов работы базового блока не пригодна. Используя идеи подхода, изложенного в работе [3], найдем алгоритм расчета матрицы эквивалентной жесткости для общего случая.

Матрица эквивалентной жесткости подвижной платформы с n актуаторами

Обобщенные силы упругости, действующие на АП, описываются выражением вида [2]

$$\mathbf{Q}_C=\begin{bmatrix} -\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}C_i\left[l_{1ji}^{1bji}-\dfrac{\Psi_i}{I_i}-l_{0i}\right] \\ -\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\dfrac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}C_i\left[l_{1ji}^{1bji}-\dfrac{\Psi_i}{I_i}-l_{0i}\right]\end{bmatrix},\ l_{0i*}=\frac{\Psi_i}{I_i}+l_{0i}, \tag{6}$$

где C_i — коэффициенты упругости актуатора соответственно.

Рассмотрим случай упругой деформации конструкции и линеаризуем (6) путем разложения в ряд Тейлора:

$$\mathbf{Q}_c\cong\mathbf{J}_\mathbf{q}\left(\mathbf{Q}_c\right)\delta\mathbf{q}=-\mathbf{C}(\mathbf{q})\delta\mathbf{q}, \tag{7}$$

где $\mathbf{q}$ — обобщенные координаты системы; $\mathbf{J}_\mathbf{q}$ — матрица Якоби от $\mathbf{Q}_C$ по обобщенным координатам системы; $\delta\mathbf{q}$ — вариации обобщенных координат; $\mathbf{q}=\begin{bmatrix}\mathbf{r}_1^{1c,1c}\\ \varphi_1^{1c}\end{bmatrix}$; $\mathbf{C}$ — матрица эквивалентной жесткости.

Представим матрицу $\mathbf{C}$ в блочном виде:

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}\mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12}\\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22}\end{bmatrix},$$

где $\mathbf{c}_{11}$, $\mathbf{c}_{12}$, $\mathbf{c}_{21}$, $\mathbf{c}_{22}$ — блоки матрицы эквивалентной жесткости.

Найдем линеаризованные выражения для обобщенных сил $\mathbf{Q}_f$:

$$\mathbf{Q}_f=-\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}C_i\left[l_{1ji}^{1bji}-l_{0i*}\right]=-\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}C_i+\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}C_i\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}; \tag{8}$$

исходя из определения (7):

$$\mathbf{Q}_f\approx\mathbf{J}_\mathbf{q}\left(\mathbf{Q}_f\right)\delta\mathbf{q}=-\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}C_i\mathbf{J}_\mathbf{q}\left(\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\right)\delta\mathbf{q}+\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{n}l_{0i*}C_i\mathbf{J}_\mathbf{q}\left(\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}\right)\delta\mathbf{q}, \tag{9}$$

где

$$\mathbf{J}_\mathbf{q}\left(\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\right)\delta\mathbf{q}=\mathbf{c}_{1c}^{1b}\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}+\mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\delta\varphi_1^{1c},$$

$$\mathbf{J}_\mathbf{q}\left(\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}\right)\delta\mathbf{q}=\left(\frac{\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{l_{1ji}^{1bji}}-\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}+$$

$$+\left(\frac{\mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}}{l_{1ji}^{1bji}}-\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right)\delta\varphi_1^{1c}. \tag{10}$$

Подставив (10) в (9) и приведя подобные слагаемые, получим выражения для матриц $\mathbf{c}_{11}$, $\mathbf{c}_{12}$:

$$\mathbf{c}_{11}=\sum_{i=1}^{n}C_i\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}+\frac{l_{0i*}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right)=\sum_{i=1}^{n}\overline{\mathbf{C}}_i;$$

$$\mathbf{c}_{12}=\sum_{i=1}^{n}C_i\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}+\frac{l_{0i*}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right)\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}=\sum_{i=1}^{n}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}, \qquad (11)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица 3×3; $\overline{\mathbf{C}}_i$ — приведенная жесткость i-го актуатора, которая определяется по формуле

$$\overline{\mathbf{C}}_i=C_i\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}+\frac{l_{0i*}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right). \qquad (12)$$

Найдем линеаризованные выражения для обобщенных моментов $\mathbf{Q}_M$:

$$\mathbf{Q}_M=-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}C_i\left[l_{1ji}^{1bji}-l_{0i*}\right]=$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}C_i+\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}C_i\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}; \qquad (13)$$

исходя из определения (2):

$$\mathbf{J}_{\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}}(\mathbf{Q}_M)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}+\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}(\mathbf{Q}_M)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}=\mathbf{c}_{21}\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}+\mathbf{c}_{22}\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}, \qquad (14)$$

где слагаемое $\mathbf{J}_{\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}}(\mathbf{Q}_M)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}$ вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{J}_{\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}}(\mathbf{Q}_M)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}=-\sum_{i=1}^{n}C_i\,{}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{J}_{\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}}\left(\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\right)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}C_i l_{0i*}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{J}_{\delta r_1^{1c,1c}}\left(\frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}}\right)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}=$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}C_i\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}+\frac{l_{0i*}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right)\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}=-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i\delta\mathbf{r}_1^{1c,1c}, \qquad (15)$$

а матрица

$$\mathbf{c}_{21}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i=\mathbf{c}_{12}^{\mathrm{T}}. \qquad (16)$$

Вычислим слагаемое $\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}(\mathbf{Q}_M)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}$. Для этого введем следующие замены:

$$\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}(\mathbf{Q}_M)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}=-\sum_{i=1}^{n}\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\sigma_i\right)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c},$$

$$\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\sigma_i\right)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}=\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}\sigma_i+\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\mathbf{J}_{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}}(\sigma_i)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}, \qquad (17)$$

где $\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} = \mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}} \mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}} \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}$; $\sigma_i = C_i \left[1 - \frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}} \right]$. Найдем выражение для $\mathbf{J}_{\delta\varphi_1^{1c}} (\sigma_i) \delta\varphi_1^{1c}$:

$$\mathbf{J}_{\delta\varphi_1^{1c}} (\sigma_i) \delta\varphi_1^{1c} = C_i l_{0i*} \frac{\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}} \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \delta\varphi_1^{1c}}{\left(l_{1ji}^{1bji} \right)^3}. \quad (18)$$

Найдем выражение $\mathbf{J}_{\delta\varphi_1^{1c}} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right) \delta\varphi_1^{1c}$, для этого воспользуемся свойством кососимметрических матриц (19)

$$\left\langle \chi_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}, \varphi_1^{1c} \right) \delta\varphi_1^{1c} \right\rangle = \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle - \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}, \quad \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle = \left\langle \chi_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}, \varphi_1^{1c} \right) \delta\varphi_1^{1c} \right\rangle + \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}, \quad (19)$$

где $\chi_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}, \varphi_1^{1c} \right)$ — матрица, зависящая от аргументов $\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}$ и φ_1^{1c}; $\delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}$ — вариация матрицы $\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}$. Тогда с учетом (19)

$$\mathbf{J}_{\delta\varphi_1^{1c}} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right) \delta\varphi_1^{1c} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} + \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \delta\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} =$$

$$= \left\langle \chi_i \delta\varphi_1^{1c} \right\rangle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} + \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} + \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \delta\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} =$$

$$= \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \chi_i \delta\varphi_1^{1c} + \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \eta_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}, \varphi_1^{1c} \right) \delta\varphi_1^{1c} + \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \delta\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}, \quad (20)$$

где $\eta_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}, \varphi_1^{1c} \right)$ — матрица, зависящая от аргументов $\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}$ и φ_1^{1c}; $\delta\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}$ — вариация координат $\delta\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}$, которая вычисляется по формуле

$$\delta\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} = \left\langle \mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}} \mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}} \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \delta\varphi_1^{1c}. \quad (21)$$

Подставив (21) в (20), получим

$$\mathbf{J}_{\delta\varphi_1^{1c}} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right) \delta\varphi_1^{1c} =$$

$$= \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \chi_i \delta\varphi_1^{1c} + \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \eta_i \delta\varphi_1^{1c} + \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \delta\varphi_1^{1c} =$$

$$= \left[\left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \chi_i + \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \eta_i - \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} + \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \right] \delta\varphi_1^{1c}, \quad (22)$$

где $\chi_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}, \varphi_1^{1c} \right)$ и $\eta_i \left(\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}, \varphi_1^{1c} \right)$ вычисляются по формулам

$$\chi_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos\left(\alpha_1^{1c}\right) y_{1ji}^{1,1} - \sin\left(\alpha_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1,1} \\ 0 & -\cos\left(\alpha_1^{1c}\right) \sin\left(\theta_1^{1c}\right) y_{1ji}^{1,1} - \sin\left(\alpha_1^{1c}\right) \sin\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1,1} & -\sin\left(\alpha_1^{1c}\right) \cos\left(\theta_1^{1c}\right) y_{1ji}^{1,1} + \cos\left(\alpha_1^{1c}\right) \cos\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1,1} \\ 0 & -\cos\left(\alpha_1^{1c}\right) \sin\left(\theta_1^{1c}\right) z_{1ji}^{1,1} - \cos\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1,1} & -\sin\left(\alpha_1^{1c}\right) z_{1ji}^{1,1} - \sin\left(\alpha_1^{1c}\right) \cos\left(\theta_1^{1c}\right) z_{1ji}^{1,1} \end{bmatrix};$$

$$\eta_i = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\left(\alpha_1^{1c}\right) \sin\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1bji,1} & -\sin\left(\alpha_1^{1c}\right) \cos\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1bji,1} + \cos\left(\alpha_1^{1c}\right) y_{1ji}^{1bji,1} \\ 0 & \sin\left(\alpha_1^{1c}\right) \sin\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1bji,1} & -\cos\left(\alpha_1^{1c}\right) \cos\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1bji,1} - \sin\left(\alpha_1^{1c}\right) y_{1ji}^{1bji,1} \\ 0 & \cos\left(\theta_1^{1c}\right) x_{1ji}^{1bji,1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Подставив (18) и (22) в (17), получим

$$\mathbf{J}_{\delta_1^{1c}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\sigma_i\right)\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}=\left[\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\chi}_i+\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\right]C_i\left[1-\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}\right]\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}+$$

$$+\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}C_i\left[1-\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}+l_{0i*}\frac{\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right]\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}=$$

$$=\left[\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\chi}_i+\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\right]C_i\left[1-\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}\right]\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}+\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\delta\boldsymbol{\varphi}_1^{1c}. \quad (24)$$

Тогда выражение для матрицы $\mathbf{c}_{22}$ будет

$$\mathbf{c}_{22}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left[\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\chi}_i+\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\right]C_i\left[1-\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}\right]. \quad (25)$$

Выражения (11), (16) и (25) являются моделью матрицы эквивалентной жесткости адаптивной платформы, перемещаемой пакетами актуаторов, с учетом изменения линии действия этих актуаторов.

Алгоритмы построения матриц эквивалентных жесткостей для платформы Стюарта (гексапода)

В рассматриваемых системах в штатных режимах работы отношение $l_{0i*}/l_{1ji}^{1bji}\approx\mathbf{1}$, поэтому выражение для приведенной жесткости актуатора можно упростить:

$$\overline{\mathbf{C}}_i=C_i\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}+\frac{l_{0i*}\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^3}\right)\approx C_i\frac{\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb}\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}}\mathbf{c}_{1c}^{1b}}{\left(l_{1ji}^{1bji}\right)^2}, \quad (26)$$

и выражение для матрицы $\mathbf{c}_{22}$ будет

$$\mathbf{c}_{22}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left[\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\chi}_i+\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_i-\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\right]C_i\left[1-\frac{l_{0i*}}{l_{1ji}^{1bji}}\right]\approx\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}. \quad (27)$$

С учетом (26) и (27) получаем упрощенную формулу для расчета матрицы эквивалентной жесткости

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n}\overline{\mathbf{C}}_i & \sum_{i=1}^{n}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\\ \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i & \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}}\overline{\mathbf{C}}_i\mathbf{c}_1^{1c}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c}\end{bmatrix}=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{T}_{i*}\mathbf{C}_{pi*}\mathbf{T}_{i*}^{\mathrm{T}},$$

$$\mathbf{T}_{i*}=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & 0\\ \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c,\mathrm{T}}\left\langle\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}\right\rangle\mathbf{c}_1^{1c,\mathrm{T}} & \mathbf{I}\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}_{pi*}=\begin{bmatrix}\overline{\mathbf{C}}_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}, \quad (28)$$

где $\mathbf{C}_{pi*}$ — симметрическая матрица коэффициентов жесткости i-го актуатора размерности 6×6.

В случае малых угловых перемещений АП выражение (28) примет вид

$$\mathbf{C} \approx \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \overline{\mathbf{C}}_i & \sum_{i=1}^{n} \overline{\mathbf{C}}_i \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \\ \sum_{i=1}^{n} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \overline{\mathbf{C}}_i & \sum_{i=1}^{n} \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle \overline{\mathbf{C}}_i \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{T}_{i**} \mathbf{C}_{pi*} \mathbf{T}_{i**}^{\mathrm{T}},\ \mathbf{T}_{i**} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ \left\langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right\rangle & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \qquad (29)$$

что согласуется с формулой (5), где матрица $\mathbf{C}_{pi}$ рассчитывается следующим образом:

$$\mathbf{C}_{pi} \approx \mathbf{C}_{pi*} = \begin{bmatrix} C_i \dfrac{\mathbf{c}_{1c}^{1b,\mathrm{T}} \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb} \mathbf{r}_{1ji}^{1bji,1jb,\mathrm{T}} \mathbf{c}_{1c}^{1b}}{l_{0i*}^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (30)$$

Применим формулу (28) к построению матрицы эквивалентной жесткости платформы Стюарта (гексапода). Гексапод — это исполнительный механизм параллельной архитектуры с шестью актуаторами, параметры которого указаны в таблице.

При $\mathbf{r}_{1ji}^{1,1} = [0,0,0]^{\mathrm{T}}$ [м], $\varphi_1^{1c} = \left[0^0, 0^0, 0^0\right]^{\mathrm{T}}$ матрица эквивалентной жесткости

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0{,}7177 & 0 & 0 & 0 & -0{,}1794 & 0 \\ 0 & 0{,}7177 & 0 & 0{,}1794 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6{,}9646 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1794 & 0 & 0{,}2176 & 0 & 0 \\ -0{,}1794 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2176 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}0712 \end{bmatrix} \times 10^9;$$

при $\mathbf{r}_{1ji}^{1,1} = [0{,}1; -0{,}1; 0{,}1]^{\mathrm{T}}$ [м], $\varphi_1^{1c} = \left[0^0, 0^0, 0^0\right]^{\mathrm{T}}$ матрица эквивалентной жесткости

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0{,}6303 & -0{,}1768 & 1{,}0399 & -0{,}0011 & -0{,}1371 & -0{,}0227 \\ -0{,}1768 & 0{,}6790 & -1{,}0250 & 0{,}1524 & 0{,}0018 & -0{,}0251 \\ 1{,}0399 & -1{,}0250 & 7{,}0907 & 0{,}0470 & 0{,}0426 & -0{,}0007 \\ -0{,}0011 & 0{,}1524 & 0{,}0470 & 0{,}2147 & -0{,}0076 & -0{,}0300 \\ -0{,}1371 & 0{,}0018 & 0{,}0426 & -0{,}0076 & 0{,}2285 & 0{,}0316 \\ -0{,}0227 & -0{,}0251 & -0{,}0007 & -0{,}0300 & 0{,}0316 & 0{,}0582 \end{bmatrix} \times 10^9;$$

при $\mathbf{r}_{1ji}^{1,1} = [0,0,0]^{\mathrm{T}}$ [м], $\varphi_1^{1c} = \left[15^0, -15^0, 15^0\right]^{\mathrm{T}}$ матрица эквивалентной жесткости

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0{,}6780 & 0{,}0165 & -0{,}0600 & -0{,}0387 & -0{,}1574 & 0{,}0725 \\ 0{,}0165 & 0{,}7689 & -0{,}0440 & 0{,}1738 & -0{,}0315 & -0{,}0726 \\ -0{,}0600 & -0{,}0440 & 6{,}9530 & -0{,}0089 & 0{,}0162 & 0{,}0599 \\ -0{,}0387 & 0{,}1738 & -0{,}0089 & 0{,}1958 & 0{,}0099 & -0{,}0641 \\ -0{,}1574 & -0{,}0315 & 0{,}0162 & 0{,}0099 & 0{,}2063 & -0{,}0446 \\ 0{,}0725 & -0{,}0726 & 0{,}0599 & -0{,}0641 & -0{,}0446 & 0{,}0938 \end{bmatrix} \times 10^9;$$

■ Параметры гексапода

Параметр	Номер актуатора					
	1	2	3	4	5	6
Жесткость C_i, Н/м	$1{,}4 \cdot 10^9$					
Координаты шарниров СК АП, м	$x = 0{,}1362$ $y = 0{,}2097$ $z = 0$	$x = 0{,}1362$ $y = -0{,}2097$ $z = 0$	$x = 0{,}1135$ $y = 0{,}2228$ $z = 0$	$x = -0{,}2497$ $y = 0{,}0131$ $z = 0$	$x = 0{,}1135$ $y = -0{,}2228$ $z = 0$	$x = -0{,}2497$ $y = -0{,}0131$ $z = 0$
Координаты шарниров СК ОСН, м	$x = 0{,}2497$ $y = 0{,}0131$ $z = 0$	$x = 0{,}2497$ $y = -0{,}0131$ $z = 0$	$x = -0{,}1135$ $y = 0{,}2228$ $z = 0$	$x = -0{,}1362$ $y = 0{,}2097$ $z = 0$	$x = -0{,}1135$ $y = -0{,}2228$ $z = 0$	$x = -0{,}1362$ $y = -0{,}2097$ $z = 0$
Радиус ОСН, м	0,25					
Радиус АП, м	0,25					
Высота, м	0,5					

при $\mathbf{r}_{1ji}^{1,1}=\left[-0,1;0,1;-0,1\right]^{\mathrm{T}}$ [м], $\varphi_1^{1c}=\left[-15^0,15^0,-15^0\right]^{\mathrm{T}}$ матрица эквивалентной жесткости

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} 1,3276 & -0,2792 & -1,0700 & 0,0480 & -0,1947 & -0,0322 \\ -0,2792 & 1,0924 & 1,2678 & 0,1605 & 0,0148 & 0,1059 \\ -1,0700 & 1,2678 & 5,9800 & -0,0654 & -0,0433 & -0,1077 \\ 0,0480 & 0,1605 & -0,0654 & 0,2101 & -0,0102 & 0,0970 \\ -0,1947 & 0,0148 & -0,0433 & -0,0102 & 0,1573 & 0,0080 \\ -0,0322 & 0,1059 & -0,1077 & 0,0970 & 0,0080 & 0,1248 \end{bmatrix}\times 10^9.$$

Приведенные примеры расчетов для матрицы эквивалентной жесткости **C** показывают существенное влияние изменения длины актуаторов и линии их действия.

Заключение

В статье приведены простые формулы расчета матрицы эквивалентной жесткости АП, перемещаемых пакетами актуаторов. Рассмотрено применение данных формул для построения матрицы эквивалентной жесткости для платформы Стюарта (гексапода) и приведен численный пример для гексапода с параметрами, указанными в таблице.

Показано, что в отличие от формулы для пакета пружин (5) в формуле для АП (28) необходимо учитывать изменение длины и линии действия актуаторов. Из приведенного примера видно, что влияние этих факторов существенно.

Показано, что в случае малых угловых перемещений платформы формула (28) переходит в (29), которая аналогична формуле для расчета матрицы эквивалентной жесткости для пакета пружин.

Получена формула (28) для расчета симметрической матрицы коэффициентов жесткости i-го актуатора.

Литература

1. **Проблемы** создания систем адаптации космических радиотелескопов/ Ю. Н. Артеменко, А. Е. Городецкий, В. В. Дубаренко, А. Ю. Кучмин, И. Л. Тарасова // Информационно-управляющие системы. 2010. № 3. С. 2–8.
2. **Артеменко Ю. Н., Агапов В. А., Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю.** Групповое управление актуаторами контррефлектора радиотелескопа // Информационно-управляющие системы. 2012. № 4. С. 2–9.
3. **Анализ** динамики систем автоматического управления актуаторами контррефлектора космического радиотелескопа/ Ю. Н. Артеменко, А. Е. Городецкий, В. В. Дубаренко, А. Ю. Кучмин, В. А. Агапов // Информационно-управляющие системы. 2011. № 6. С. 2–6.
4. **Проблемы** обработки и передачи информации в локальной вычислительной сети системы управления радиотелескопа/ Ю. Н. Артеменко, А. Е. Городецкий, В. В. Дубаренко, М. С. Дорошенко, А. Ю. Кучмин // Информационно-управляющие системы. 2009. № 4. С. 2–8.
5. **Особенности** выбора электроприводов зеркальной системы космических радиотелескопов/ Ю. Н. Артеменко, А. Е. Городецкий, М. С. Дорошенко, А. С. Коновалов, А. Ю. Кучмин, И. Л. Тарасова // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 1. С. 26–31.
6. **Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю.** Метод повышения качества наведения большого радиотелескопа миллиметрового диапазона с адаптивной зеркальной системой // Информационно-управляющие системы. 2007. № 5. С. 14–19.
7. **Городецкий А. Е., Курбанов В. Г., Тарасова И. Л., Кучмин А. Ю.** Электроприводы системы логического управления положением контррефлектора космического радиотелескопа // Антенны. 2011. № 4. С. 52–55.
8. **Городецкий А. Е., Курбанов В. Г., Тарасова И. Л., Кучмин А. Ю.** Структура системы логического управления положением контррефлектора космического радиотелескопа // Антенны. 2011. № 4. С. 56–59.
9. **Гаврилов С. В., Коноплев В. А.** Компьютерные технологии исследования многозвенных мехатронных систем. — СПб.: Наука, 2004. — 191 с.
10. **Gimmelman V. G., Gorodetsky A. E., Dubarenko V. V., Kuchmin A. U.** Identification of Radiotelescope RT-70 Pointing System as Object of Control // V Intern. Conf. on Antenna Theory and Techniques, ICATT. 2005. С. 537–543.

UDC 681.5

Modeling of Equivalent Stiffness of Adaptive Platforms with the Parallel Structure Executive Mechanism

Kuchmin A. Yu.[a], PhD, Tech., Senior Researcher, radiotelescope@yandex.ru
[a]Institute of Problems in Mechanical Engineering, 61, V. O., Bol'shoi St., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: One of ways to increase accuracy and reliability of electromechanical systems with parallel structure such as an adaptive platform (for example *n*-pods) is application of control loop dynamics models allowing to predict special positions (jamming) and to calculate the optimal control laws. Stiffness characteristics of such systems are the key element of predictive models. Therefore, the purpose of this research is to develop methods of constructing a matrix of equivalent stiffness of an adaptive platform moved by packets of actuators taking into account changes of the action line of the actuators. **Results:** There have been obtained simple formulae for calculating the matrix of equivalent stiffness of an adaptive platform moved by packets of an arbitrary number of actuators. It has been shown that in contrast to the formula for a packet of springs the formula for adaptive platforms should be modified to take into account changes of length and the action line of the actuators. The given numerical example for Stewart platform (hexapod) confirms significant effect of these factors. It has been proven that in case of small angular displacements of a platform the proposed formula after simplification is analogous to the formula for calculating equivalent stiffness of matrix package springs. There has been obtained a formula for calculating a symmetric stiffness matrix of the actuator. **Practical relevance:** The proposed simple algorithms for calculating matrix equivalent stiffness of an adaptive platform are effective for implementing the predictive model allowing to predict occurrence of specific positions and to develop algorithms for their prevention in real time that will increase reliability of the system and its capacity.

Keywords – Stewart Platform, Actuator, Equivalent Stiffness, Stiffness Matrix.

References

1. Artemenko Yu. N., Gorodetskiy A. E., Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu., Tarasova I. L. Problems of Development of Space Radio Telescope Adaptation Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2010, no. 3, pp. 2–8 (In Russian).
2. Artemenko Yu. N., Agapov V. A., Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu. Co-operative Control of Subdish Actuators of Radio Telescope. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2012, no. 4, pp. 2–9 (In Russian).
3. Artemenko Yu. N., Gorodetskiy A. E., Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu., Agapov V. A. Analysis of Dynamics of Automatic Control System of Space Radio Telescope Subdish Actuators. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2011, no. 6, pp. 2–6 (In Russian).
4. Artemenko Yu. N., Gorodetskiy A. E., Dubarenko V. V., Doroshenko M. C., Kuchmin A. Yu. Data Processing and Data Transfer Problems in the Local Area Network of a Radio Telescope Control System. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2009, no. 4, pp. 2–8 (In Russian).
5. Artemenko Yu. N., Gorodetskiy A. E., Doroshenko M. S., Dubarenko V. V., Konovalov A. S., Kuchmin A. Yu., Tarasova I. L. Problems of the Choice of Electric Drives of Space Radio Telescope System Dish System. *Mekhatronika, avtomatizatsiia, upravlenie*, 2012, no. 1, pp. 26–31 (In Russian).
6. Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu. An Approach to Improve the Quality of Pointing a Millimeter Wave Range Large Radio Telescope with an Adaptive Dish System. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2007, no. 5, pp. 14–19 (In Russian).
7. Gorodetsky A. E., Kurbanov V. G., Tarasova I. L., Kuchmin A. Y. The Electric Drives of Logical Control System of Subreflector of Space Radio Telescope. *Antenny*, 2011, no. 4, pp. 56–59 (In Russian).
8. Gorodetsky A. E., Kurbanov V. G., Tarasova I. L., Kuchmin A. Yu. The Structure of Logical Control System of Sub-reflector of Space Radio Telescope. *Antenny*, 2011, no. 4, pp. 56–59 (In Russian).
9. Gavrilov S. V., Konoplev V. A. *Komp'iuternye tekhnologii issledovaniia mnogozvennykh mekhatronnykh sistem* [Computer Technology Research Multilink Mechatronic Systems]. Saint-Petersburg, Nauka Publ., 2004. 191 p. (In Russian).
10. Gimmelman V. G., Gorodetsky A. E., Dubarenko V. V., Kuchmin A. U. Identification of Radiotelescope RT-70 Pointing System as Object of Control. *V Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques*, ICATT, 2005, pp. 537–543.