

УДК 624.296

ВЫБОР РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ НА СТЕНДЕ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ С ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ СКАНИРОВАНИЯ

В. С. Калашников^а, доктор техн. наук, начальник отдела антенных измерений
М. Ю. Пономарев^а, начальник сектора разработки алгоритмов и программ
^аОАО «ВНИИРА», Санкт-Петербург, РФ

Постановка проблемы: существуют разные формулы для восстановления диаграмм направленности исследуемых антенн по результатам измерения амплитудно-фазового распределения излучаемого ими поля на поверхности сканирования в ближней зоне, причем область восстанавливаемой диаграммы направленности, для которой справедливы эти формулы, оговаривается недостаточно строго. Цель исследования — оценка области справедливости традиционно используемых формул и вывод новых формул, обеспечивающих более широкую область восстановления диаграмм направленности исследуемых антенн. **Результаты:** анализ ограничений, используемых при выводе формул для восстановления диаграммы направленности исследуемых антенн по измеренным значениям амплитуды и фазы поля на плоской поверхности сканирования, показал, что эти формулы имеют внутренние противоречия, ограничивающие область восстанавливаемой с их помощью диаграммы направленности узконаправленных антенн только главным лепестком этой диаграммы направленности. В приближении Кирхгофа произведен вывод формул, не имеющих таких противоречий и позволяющих расширить область восстанавливаемой диаграммы направленности, а также включить в нее, кроме главного, первый боковой лепесток. На основе спектрального метода решения волнового уравнения Гельмгольца получены формулы, дающие возможность еще больше расширить область восстанавливаемой с их помощью диаграммы направленности и включить в нее, кроме главного, несколько ближних боковых лепестков. Оценка размеров области достоверного восстановления диаграммы направленности исследуемых антенн по формулам, полученным различными методами, проводилась на основе исследования эталона в виде математической модели эквидистантной плоской антенной решетки, состоящей из 225 элементарных электрических диполей (15×15). Для этой решетки по известным аналитическим формулам были рассчитаны диаграммы направленности в дальней зоне и распределение касательной составляющей вектора напряженности электрического поля на плоскости, расположенной в ближней зоне решетки параллельно ее раскрытию. Полученное распределение касательной составляющей использовалось в качестве исходных данных для восстановления диаграммы направленности по сравниваемым формулам. В свою очередь восстановленные диаграммы направленности сравнивались с эталонной диаграммой направленности, рассчитанной по аналитическим формулам. **Практическая значимость:** полученные формулы позволяют восстанавливать не только главный, но и ближние боковые лепестки диаграмм направленности узконаправленных антенн. Результаты работы могут найти практическое применение в алгоритмах восстановления диаграммы направленности исследуемых антенн на стендах ближнего поля с плоской поверхностью сканирования.

Ключевые слова — приближение Кирхгофа, касательная составляющая вектора напряженности электрического поля, поверхность сканирования, амплитудно-фазовое распределение поля, уравнение Гельмгольца, диаграмма направленности.

Введение

В настоящее время разработчики антенных систем предпочитают проводить экспериментальное определение радиотехнических характеристик исследуемых антенн методами ближнего поля, которые имеют ряд существенных преимуществ по сравнению с традиционными методами дальней зоны [1–3]. Методы ближнего поля являются косвенными методами измерения радиотехнических характеристик антенн, так как искомые параметры определяются расчетным путем по измеренным значениям модуля и фазы касательной составляющей комплексного вектора напряженности электрического поля на поверхности, расположенной вблизи исследуемой антенны (плоскости, боковой поверхности цилиндра или сфере). Точность результатов определения радиотехнических характеристик антенн методами ближнего поля во многом зависит от ограничений, принятых при выводе формул,

по которым производятся вышеупомянутые расчеты. В литературе [4, 5] приводятся разные формулы для расчета диаграмм направленности (ДН) антенн по результатам измерения амплитуд и фаз излучаемого поля на плоскости, расположенной вблизи их раскрытия. Некоторые из этих формул содержат внутренние противоречия и справедливы лишь для очень узких ДН. В настоящей работе проведен анализ ограничений, использованных при выводе расчетных формул, и предложены другие формулы, не содержащие внутренних противоречий и имеющие более широкую область применения.

Вывод расчетных формул на основе приближения Кирхгофа

В приближении Кирхгофа связь между напряженностью электрического поля в дальней зоне излучающего раскрытия ($E_{д.з}$) и касательными составляющими напряженностей электриче-

ского и магнитного полей на этом раскрытии (\mathbf{E}_τ и \mathbf{H}_τ) определяется следующим образом [5–8]:

$$\mathbf{E}_{д.з} = -\frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} \times \int_S [\mathbf{i}_R, \{[\mathbf{n}, \mathbf{E}_\tau] - Z_0[\mathbf{i}_R, [\mathbf{n}, \mathbf{H}_\tau]]\}] e^{jk\rho \cos \gamma} dS, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — рабочая длина волны; $\mathbf{R} = R\mathbf{i}_R$ — радиус-вектор «текущей» точки в дальней зоне; \mathbf{i}_R — орт в направлении радиус-вектора \mathbf{R} ; \mathbf{n} — единичная нормаль к раскрытию в направлении, противоположном направлению излучения из раскрытия; $Z_0 = 120\pi$ — волновое сопротивление свободного пространства; ρ — модуль радиус-вектора «текущей» точки на раскрытии; γ — угол между радиус-векторами ρ и \mathbf{R} ; S — поверхность раскрытия.

Для раскрытий, линейные размеры которых превышают $\lambda/2$, касательные составляющие \mathbf{E}_τ и \mathbf{H}_τ в каждой точке раскрытия связаны между собой таким же образом, как и в плоской волне [1, 2]:

$$\mathbf{E}_\tau = Z[\mathbf{n}, \mathbf{H}_\tau], \quad \mathbf{H}_\tau = (1/Z)[\mathbf{E}_\tau, \mathbf{n}], \quad (2)$$

где Z — так называемое «волновое сопротивление раскрытия», которое зависит от формы и размеров раскрытия и от направления, в котором определяется поле в дальней зоне [1].

С учетом (2) можно выразить $\mathbf{E}_{д.з}$ только через тангенциальную составляющую электрического поля в раскрытии \mathbf{E}_τ :

$$\mathbf{E}_{д.з} = -\frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} \times \int_S [\mathbf{i}_R, [(\mathbf{n} - (Z_0/Z)\mathbf{i}_R), \mathbf{E}_\tau]] e^{jk\rho \cos \gamma} dS. \quad (3)$$

Для плоских синфазных раскрытий, линейные размеры которых превышают $(3...5)\lambda$, можно принять $Z = Z_0$ и считать, что \mathbf{n} постоянна по раскрытию [1]. В этом случае формула (3) приобретает следующий вид:

$$\mathbf{E}_{д.з} = -\frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} \times \int_S [\mathbf{i}_R, [(\mathbf{n} - \mathbf{i}_R), \mathbf{E}_\tau]] e^{jk\rho \cos \gamma} dS. \quad (4)$$

Для получения численных результатов необходимо раскрыть формулу (4) в каких-либо системах координат, которые будут связаны с «текущей» точкой раскрытия, «текущей» точкой наблюдения в дальней зоне и между собой.

Совместим с раскрытием плоскость XOY декартовой системы координат (X, Y, Z) , а ось OZ направим в сторону полупространства, в которое происходит излучение из раскрытия (рис. 1). В этой системе координат положение единичной норма-

ли \mathbf{n} , радиус-вектора «текущей» точки раскрытия ρ и касательной составляющей \mathbf{E}_τ определяются следующим образом:

$$\mathbf{n} = -\mathbf{i}_z; \quad (5)$$

$$\rho = x\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y, \quad (6)$$

где x, y — координаты «текущей» точки на раскрытии;

$$\mathbf{E}_\tau = a_x(x, y)\mathbf{i}_x + a_y(x, y)\mathbf{i}_y, \quad (7)$$

где $a_x(x, y), a_y(x, y)$ — комплексные амплитуды проекций \mathbf{E}_τ на координатные оси OX и OY .

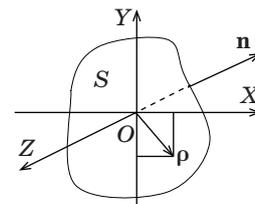
С учетом (5) и (7) выражение (4) может быть приведено к виду:

$$\mathbf{E}_{д.з} = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} \times \int_S [\mathbf{i}_R, [(\mathbf{i}_z + \mathbf{i}_R), (a_x\mathbf{i}_x + a_y\mathbf{i}_y)]] e^{jk\rho \cos \gamma} dS. \quad (8)$$

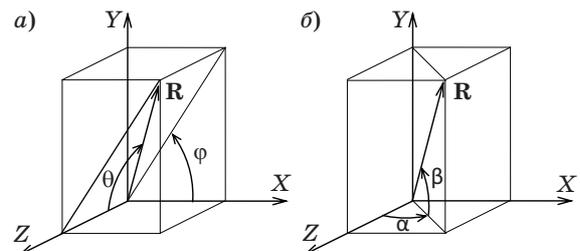
Положение «текущей» точки наблюдения в дальней зоне излучающего раскрытия будем определять в двух, совмещенных с XYZ , системах координат — сферической (R, θ, φ) и азимутально-угломестной (R, α, β) (рис. 2, а и б).

Для систем координат (R, θ, φ) и (x, y, z) связь между ортами $\mathbf{i}_R, \mathbf{i}_\theta, \mathbf{i}_\varphi$ и $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ определяется следующей матрицей преобразования координат [9]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_R \\ \mathbf{i}_\theta \\ \mathbf{i}_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_x \\ \mathbf{i}_y \\ \mathbf{i}_z \end{pmatrix}. \quad (9)$$



■ Рис. 1. Декартова система координат излучающего раскрытия



■ Рис. 2. Сферическая (а) и азимутально-угломестная (б) система координат точки наблюдения в дальней зоне излучающего раскрытия

С учетом (6) и (9) получаем

$$\begin{aligned} \rho \cos \gamma &= (\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) / R = (\mathbf{i}_R, \boldsymbol{\rho}) = \\ &= x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая, что $\mathbf{i}_R = [\mathbf{i}_\theta, \mathbf{i}_\varphi]$, $(\mathbf{i}_\theta, \mathbf{i}_x) = \cos \theta \cos \varphi$, $(\mathbf{i}_\varphi, \mathbf{i}_x) = -\sin \varphi$, $(\mathbf{i}_\theta, \mathbf{i}_y) = \cos \theta \sin \varphi$, $(\mathbf{i}_\varphi, \mathbf{i}_y) = \cos \varphi$, а также то, что для плоских синфазных раскрывов больших размеров нормаль \mathbf{n} можно считать неизменной по раскрыву, векторные преобразования можно вынести за знак интегрирования, и выражение (8) примет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{д.з} &= \frac{j e^{-jkR}}{\lambda R} \times \\ &\times \{ \mathbf{e}_x(\theta, \varphi) N_x(\theta, \varphi) + \mathbf{e}_y(\theta, \varphi) N_y(\theta, \varphi) \}, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\mathbf{e}_x(\theta, \varphi) = \frac{(1 + \cos \theta)}{2} (\mathbf{i}_\theta \cos \varphi - \mathbf{i}_\varphi \sin \varphi); \quad (12)$$

$$\mathbf{e}_y(\theta, \varphi) = \frac{(1 + \cos \theta)}{2} (\mathbf{i}_\theta \sin \varphi + \mathbf{i}_\varphi \cos \varphi); \quad (13)$$

$$\begin{aligned} N_x(\theta, \varphi) &= \\ &= \int_S a_x(x, y) e^{ik(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi)} dx dy; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} N_y(\theta, \varphi) &= \\ &= \int_S a_y(x, y) e^{ik(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi)} dx dy. \end{aligned} \quad (15)$$

С учетом (12) и (13) выражение (11) можно привести к следующему виду:

$$\mathbf{E}_{д.з}(\theta, \varphi) = A \mathbf{F}(\theta, \varphi) = A \{ \mathbf{F}_\theta(\theta, \varphi) + \mathbf{F}_\varphi(\theta, \varphi) \}, \quad (16)$$

где A — амплитудный множитель; $\mathbf{F}(\theta, \varphi)$ — суммарная ДН излучающего раскрыва; $\mathbf{F}_\theta(\theta, \varphi)$ — ДН излучающего раскрыва для θ -й составляющей вектора $\mathbf{E}_{д.з}(\theta, \varphi)$; $\mathbf{F}_\varphi(\theta, \varphi)$ — ДН излучающего раскрыва для φ -й составляющей вектора $\mathbf{E}_{д.з}(\theta, \varphi)$;

$$\begin{aligned} F_\theta(\theta, \varphi) &= \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \times \\ &\times (\cos \varphi N_x(\theta, \varphi) + \sin \varphi N_y(\theta, \varphi)); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_\varphi(\theta, \varphi) &= \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \times \\ &\times (-\sin \varphi N_x(\theta, \varphi) + \cos \varphi N_y(\theta, \varphi)). \end{aligned} \quad (18)$$

Для систем координат (R, α, β) и (x, y, z) связь между ортами $\mathbf{i}_R, \mathbf{i}_\alpha, \mathbf{i}_\beta$ и $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ определяется

следующей матрицей преобразования координат [9]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_R \\ \mathbf{i}_\alpha \\ \mathbf{i}_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta \sin \alpha & \sin \beta & \cos \beta \cos \alpha \\ \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ -\sin \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_x \\ \mathbf{i}_y \\ \mathbf{i}_z \end{pmatrix}. \quad (19)$$

С учетом (6) и (19) получаем

$$\begin{aligned} \rho \cos \gamma &= (\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) / R = (\mathbf{i}_R, \boldsymbol{\rho}) = \\ &= x \sin \alpha \cos \beta + y \sin \beta. \end{aligned} \quad (20)$$

Принимая во внимание, что $\mathbf{i}_R = [\mathbf{i}_\alpha, \mathbf{i}_\beta]$, $(\mathbf{i}_\alpha, \mathbf{i}_x) = \cos \alpha$, $(\mathbf{i}_\beta, \mathbf{i}_x) = -\sin \alpha \sin \beta$, $(\mathbf{i}_\alpha, \mathbf{i}_y) = 0$, $(\mathbf{i}_\beta, \mathbf{i}_y) = \cos \beta$, а также то, что для плоских синфазных раскрывов больших размеров нормаль \mathbf{n} можно считать неизменной по раскрыву, векторные преобразования можно вынести за знак интегрирования, и выражение (8) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{д.з} &= \frac{j e^{-jkR}}{\lambda R} \times \\ &\times \{ \mathbf{e}_x(\alpha, \beta) N_x(\alpha, \beta) + \mathbf{e}_y(\alpha, \beta) N_y(\alpha, \beta) \}, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\mathbf{e}_x(\alpha, \beta) = \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)}{2} \mathbf{i}_\alpha - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{2} \mathbf{i}_\beta; \quad (22)$$

$$\mathbf{e}_y(\alpha, \beta) = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{2} \mathbf{i}_\alpha + \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)}{2} \mathbf{i}_\beta; \quad (23)$$

$$\begin{aligned} N_x(\alpha, \beta) &= \\ &= \int_S a_x(x, y) e^{ik(x \sin \alpha \cos \beta + y \sin \beta)} dx dy; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} N_y(\alpha, \beta) &= \\ &= \int_S a_y(x, y) e^{ik(x \sin \alpha \cos \beta + y \sin \beta)} dx dy. \end{aligned} \quad (25)$$

С учетом (22) и (23) выражение (21) можно привести к следующему виду:

$$\mathbf{E}_{д.з}(\alpha, \beta) = A \mathbf{F}(\alpha, \beta) = A \{ \mathbf{F}_\alpha(\alpha, \beta) + \mathbf{F}_\beta(\alpha, \beta) \}, \quad (26)$$

где $\mathbf{F}(\alpha, \beta)$ — суммарная ДН излучающего раскрыва; $\mathbf{F}_\alpha(\alpha, \beta)$ — ДН излучающего раскрыва для α -й составляющей вектора $\mathbf{E}_{д.з}(\alpha, \beta)$; $\mathbf{F}_\beta(\alpha, \beta)$ — ДН излучающего раскрыва для β -й составляющей вектора $\mathbf{E}_{д.з}(\alpha, \beta)$;

$$\begin{aligned} F_\alpha(\alpha, \beta) &= \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)}{2} N_x(\alpha, \beta) + \\ &+ \frac{\sin \alpha \sin \beta}{2} N_y(\alpha, \beta); \end{aligned} \quad (27)$$

$$F_{\beta}(\alpha, \beta) = -\frac{\sin \alpha \sin \beta}{2} N_x(\alpha, \beta) + \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)}{2} N_y(\alpha, \beta). \quad (28)$$

Для плоских синфазных раскрывов, линейные размеры которых гораздо больше рабочей длины волны, при определении главного и ближних боковых лепестков ДН можно считать, что нормаль к раскрыву \mathbf{n} и орт \mathbf{i}_R радиус-вектора \mathbf{R} параллельны друг другу. При этом в круглых скобках выражения (8) можно ввести следующую аппроксимацию [10]:

$$\mathbf{i}_R = -\mathbf{n} = \mathbf{i}_z. \quad (29)$$

С учетом (29) выражение (8) приобретает следующий вид:

$$\mathbf{E}_{д.з} = \frac{j e^{-jkR}}{\lambda R} \times \int_S [\mathbf{i}_z, [\mathbf{i}_z, (a_x \mathbf{i}_x + a_y \mathbf{i}_y)]] e^{jk\rho \cos \gamma} dS. \quad (30)$$

В этом случае для сферической системы координат точки наблюдения формулы для ДН $F_{\theta}(\theta, \varphi)$ и $F_{\varphi}(\theta, \varphi)$ выглядят следующим образом:

$$F_{\theta}(\theta, \varphi) = \cos \theta (\cos \varphi N_x(\theta, \varphi) + \sin \varphi N_y(\theta, \varphi)); \quad (31)$$

$$F_{\varphi}(\theta, \varphi) = -\sin \varphi N_x(\theta, \varphi) + \cos \varphi N_y(\theta, \varphi). \quad (32)$$

Для азимутально-угломестной системы координат точки наблюдения формулы для ДН $F_{\alpha}(\alpha, \beta)$ и $F_{\beta}(\alpha, \beta)$ приобретают следующий вид:

$$F_{\alpha}(\alpha, \beta) = \cos \beta N_x(\alpha, \beta) + \sin \alpha \sin \beta N_y(\alpha, \beta); \quad (33)$$

$$F_{\beta}(\alpha, \beta) = \cos \alpha N_y(\alpha, \beta). \quad (34)$$

Формулы (31)–(34) приведены в работах [1, 4] в качестве рекомендуемых для расчета ДН исследуемых антенн по результатам измерения поля в ближней зоне этих антенн на плоской поверхности сканирования. Однако диапазон углов наблюдения, для которых можно использовать эти формулы, очень ограничен. Это следует хотя бы из того, что в них изначально содержатся определенные противоречия.

Например, для линейно поляризованного раскрыва, вектор \mathbf{E}_r которого параллелен оси OX ($a_y(x, y) = 0$), в азимутальной плоскости (плоскость $\varphi = 0^\circ$ на рис. 2, а и плоскость $\beta = 0^\circ$ на рис. 2, б) получаются следующие результаты:

$$F_{\theta}(\theta, \varphi) = \cos \theta N_x(\theta, \varphi), \quad F_{\varphi}(\theta, \varphi) = 0;$$

$$F_{\alpha}(\alpha, \beta) = N_x(\alpha, \beta), \quad F_{\beta}(\alpha, \beta) = 0.$$

Для этой же поляризации в угломестной плоскости (плоскость $\varphi = 90^\circ$ на рис. 2, а и плоскость $\alpha = 0^\circ$ на рис. 2, б) имеем

$$F_{\theta}(\theta, \varphi) = 0, \quad F_{\varphi}(\theta, \varphi) = -N_x(\theta, \varphi);$$

$$F_{\alpha}(\alpha, \beta) = \cos \beta N_x(\alpha, \beta), \quad F_{\beta}(\alpha, \beta) = 0.$$

В то же время формулы (17), (18), (27), (28) справедливы для более широкого диапазона углов наблюдения и не содержат описанных выше противоречий. Например, для линейно поляризованного вдоль оси OX раскрыва ($a_y(x, y) = 0$) в азимутальной плоскости (плоскость $\varphi = 0^\circ$ на рис. 2, а и плоскость $\beta = 0^\circ$ на рис. 2, б) получают следующие результаты:

$$F_{\theta}(\theta, \varphi) = 0,5(1 + \cos \theta) N_x(\theta, \varphi), \quad F_{\varphi}(\theta, \varphi) = 0;$$

$$F_{\alpha}(\alpha, \beta) = 0,5(1 + \cos \alpha) N_x(\alpha, \beta), \quad F_{\beta}(\alpha, \beta) = 0.$$

Для этой же поляризации в угломестной плоскости (плоскость $\varphi = 90^\circ$ на рис. 2, а и плоскость $\alpha = 0^\circ$ на рис. 2, б) имеем

$$F_{\theta}(\theta, \varphi) = 0, \quad F_{\varphi}(\theta, \varphi) = -0,5(1 + \cos \theta) N_x(\theta, \varphi);$$

$$F_{\alpha}(\alpha, \beta) = 0,5(1 + \cos \beta) N_x(\alpha, \beta), \quad F_{\beta}(\alpha, \beta) = 0.$$

Таким образом, при расчете ДН исследуемых антенн по результатам измерения фазированных антенных решеток на плоскости вблизи их раскрыва следует использовать формулы (17), (18) для сферической системы координат точки наблюдения и (27), (28) — для азимутально-угломестной системы координат точки наблюдения.

Вывод расчетных формул на основе решения волнового уравнения Гельмгольца

При построении модели предполагается, что антенна расположена в одном из полупространств, замыкаемом плоскостью YOX при $x = d$. Полупространство, в котором требуется определить электромагнитное поле, является однородной и изотропной средой.

Векторное волновое уравнение в декартовых координатах имеет вид

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (35)$$

где Δ — оператор Лапласа.

В качестве частных решений используются однородные плоские волны, область определения которых соответствует уравнению (35). В этом случае вектор напряженности электрического поля является решением уравнения Гельмгольца в декартовых координатах и определяется выражением

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A}(\mathbf{k}) e^{j(\mathbf{kR})} dk_x dk_y, \quad (36)$$

где \mathbf{R} — радиус-вектор точки в декартовых координатах; \mathbf{k} — волновой вектор; $\mathbf{A}(\mathbf{k})$ — угловой спектр плоских волн.

Из уравнения (36) для составляющих E_x и E_y на плоскости YOX при $z = d$ получим

$$\begin{cases} E_x(x, y, d) = \\ = \int_{-k}^k \int_{-k}^k A_x(k_x, k_y) e^{-jxk_x - jyk_y - jk_z d} dk_x dk_y; \\ E_y(x, y, d) = \\ = \int_{-k}^k \int_{-k}^k A_y(k_x, k_y) e^{-jxk_x - jyk_y - jk_z d} dk_x dk_y. \end{cases} \quad (37)$$

Составляющие амплитудных спектров плоских волн определяются посредством двумерного обратного преобразования Фурье:

$$\begin{cases} A_x(k_x, k_y) = \\ = \frac{e^{jk_z d}}{4\pi^2} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} E_x(x, y, d) e^{jxk_x + jyk_y} dx dy; \\ A_y(k_x, k_y) = \\ = \frac{e^{jk_z d}}{4\pi^2} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} E_y(x, y, d) e^{jxk_x + jyk_y} dx dy, \end{cases} \quad (38)$$

где x_{\min}, y_{\min} и x_{\max}, y_{\max} — координаты, определяющие границы области измерения в плоскости $OXY_{z=d}$.

Составляющая $A_z(k_x, k_y) = -(1/k_z)((k_x A_x(k_x, k_y) + k_y A_y(k_x, k_y))$ находится из условия $\text{div} \mathbf{E} = 0$, так как в рассматриваемой области не содержатся свободные заряды.

Для дальней зоны уравнение (38) после преобразований на основе метода стационарной фазы приводится к виду [5, 6]

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = j(2\pi/R) k_z \mathbf{A}(\mathbf{k}) e^{-j(\mathbf{k}\mathbf{R})}. \quad (39)$$

Для сферической системы координат (R, θ, φ) , используя (9), получим

$$\begin{cases} E_\theta = (E_x \cos \varphi + E_y \sin \varphi) \cos \theta - E_z \sin \theta; \\ E_\varphi = -E_x \sin \varphi + E_y \cos \varphi. \end{cases} \quad (40)$$

Раскрывая (40) и используя свойство (39), можно получить следующие равенства:

$$\begin{cases} E_\theta = j2\pi k \frac{e^{-jkR}}{R} \times \\ \times (A_x(k_x, k_y) \cos \varphi + A_y(k_x, k_y) \sin \varphi); \\ E_\varphi = j2\pi k \frac{e^{-jkR}}{R} \times \\ \times (A_y(k_x, k_y) \cos \varphi - A_x(k_x, k_y) \sin \varphi) \cos \theta, \end{cases} \quad (41)$$

где $k_x = k \sin \theta \cos \varphi$; $k_y = k \sin \theta \sin \varphi$; $k_z = k \cos \theta$.

Таким образом, ДН в системе координат (R, θ, φ) будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} F_\theta(\theta, \varphi) = A_x(\theta, \varphi) \cos \varphi + A_y(\theta, \varphi) \sin \varphi; \\ F_\varphi(\theta, \varphi) = (A_y(\theta, \varphi) \cos \varphi - A_x(\theta, \varphi) \sin \varphi) \cos \theta. \end{cases} \quad (42)$$

Для азимутально-угломестной системы координат (R, α, β) , используя (19), получим

$$\begin{cases} E_\beta = (E_z \cos \alpha + E_x \sin \alpha) \sin \beta - E_y \cos \beta; \\ E_\alpha = -E_z \sin \alpha + E_x \cos \alpha. \end{cases} \quad (43)$$

Раскрывая (40) и используя свойство (43), можно получить следующие равенства:

$$\begin{cases} E_\beta = -j2\pi k \frac{e^{-jkR}}{R} A_y(k_x, k_y) \cos \alpha; \\ E_\alpha = j2\pi k \frac{e^{-jkR}}{R} \left(A_x(k_x, k_y) \cos \beta + \right. \\ \left. + A_y(k_x, k_y) \sin \beta \sin \alpha \right), \end{cases} \quad (44)$$

где $k_x = k \cos \beta \sin \alpha$; $k_y = k \sin \beta$; $k_z = k \cos \beta \cos \alpha$.

Таким образом, ДН в системе координат (R, α, β) будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} F_\beta(\alpha, \beta) = A_y(\alpha, \beta) \cos \alpha; \\ F_\alpha(\alpha, \beta) = A_x(\alpha, \beta) \cos \beta + A_y(\alpha, \beta) \sin \beta \sin \alpha. \end{cases} \quad (45)$$

Для того чтобы сделать заключение о точности выведенных формул, необходимо сравнить результаты их использования для определения ДН эталонной антенны.

Сравнительный анализ полученных формул

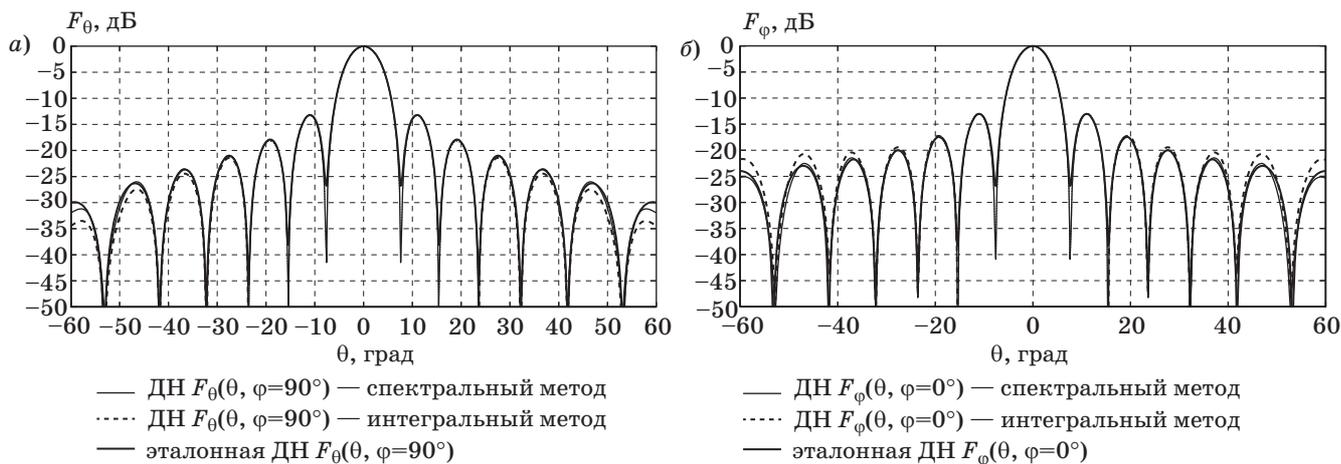
Для оценки точности формул (17), (18), (27), (28), полученных интегральным методом, и формул (42), (45), полученных спектральным методом, был использован эталон в виде математической модели источника излучения, характеристики которого могут быть аналитически определены в любой точке окружающего пространства. Моделируемый источник излучения представлял собой плоскую эквидистантную решетку (15×15) элементарных электрических диполей с дипольными моментами, перпендикулярными плоскости ZOX .

По известным аналитическим формулам [6] рассчитывали распределение поля:

— в дальней зоне (получая таким образом эталонную ДН);

— на плоскости, расположенной вблизи раскрыва источника излучения (получая таким образом исходные данные для восстановления ДН с помощью сравниваемых формул).

Затем, используя вышеупомянутое распределение поля на плоскости вблизи раскрыва, с помощью формул (17), (18), (27), (28), (42), (45) восстанавливали ДН источника излучения. Оценка



■ Рис. 3. Диаграммы направленности моделируемого источника в вертикальной (а) и горизонтальной (б) плоскости

точности этих формул проводилась путем сравнения восстановленных ДН с эталонной.

Результаты расчетов составляющих $F_\theta(\theta, \varphi = 90^\circ)$ (что соответствует $F_\beta(\beta, \alpha = 0^\circ)$) и $F_\varphi(\theta, \varphi = 0^\circ)$ (что соответствует $F_\beta(\beta = 90^\circ, \alpha)$) моделируемого источника излучения в двух главных плоскостях приведены на рис. 3, а и б.

Как следует из проведенных расчетов, более близкие к эталонной ДН результаты получаются при использовании формул на основе спектрального метода (42), (45).

Формулы, полученные на основе интегрального метода, начиная с углов $\theta = 25^\circ$, дают неточные результаты, а при углах θ , близких к 60° , относительная ошибка достигает 10 % для $F_\varphi(\theta, \varphi = 0^\circ)$ и 15 % для $F_\theta(\theta, \varphi = 90^\circ)$.

Формулы, полученные на основе спектрального метода, для углов θ , близких к 60° , дают относительную ошибку 6 % для $F_\theta(\theta, \varphi = 90^\circ)$ и 4 % для $F_\varphi(\theta, \varphi = 0^\circ)$.

Заключение

Результаты выполненной работы позволяют сделать следующие выводы:

Традиционно используемые для восстановления ДН формулы (31)–(34) содержат внутренние противоречия и пригодны только для восстановления главного лепестка ДН узконаправленных антенн.

Формулы (17), (18), (27), (28), полученные на основе приближения Кирхгофа, не содержат внутренних противоречий и могут быть использованы для восстановления главного и первого бокового лепестка ДН исследуемых узконаправленных антенн.

Формулы (45), (46), полученные на основе спектрального метода, могут быть использованы для восстановления главного и нескольких ближних боковых лепестков ДН исследуемых узконаправленных антенн.

В области главного лепестка ДН узконаправленных антенн все полученные формулы (17), (18), (27), (28), (45), (46) имеют примерно одинаковую точность.

Результаты работы могут найти практическое применение в алгоритмах восстановления ДН исследуемых антенн на стендах ближнего поля с плоской поверхностью сканирования.

Литература

1. Методы измерений характеристик антенн СВЧ / Л. Н. Захарьев и др. — М.: Радио и связь, 1985. — 368 с.
2. Курочкин А. П. Теория и техника антенных измерений // Антенны. 2009. № 7. С. 39–44.
3. Денисенко В. В., Козлов Ю. И. Радиоизмерения в специализированных безэховых камерах // Радиотехника. 2008. № 10. С. 3–10.
4. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне / Л. Д. Бахрах и др. — Л.: Наука, 1985. — 272 с.
5. Исследование антенн и характеристик рассеяния радиолокационных объектов по планарным измерениям в ближнем поле / С. В. Васендин и др. // Успехи современной радиоэлектроники. 2013. № 2. С. 63–68.
6. Slater D. Near-Field Antenna Measurement. — Artech House, 1991. — 310 p.
7. Johnson J. H. An Examination of the Theory and Practices of Planar Near-Field Measurement // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1988. Vol. 36. N 6. P. 746–752.
8. Paris D. T., Leach W. M., Joy E. B. Basis Theory of Probe-Compensated Near-Field Measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1978. Vol. 26. N 3. P. 373–379.
9. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. — М.: Наука, 1980. — 975 с.
10. Хашимов А. Б. Эффективный метод обработки результатов измерений в ближней зоне антенны // Антенны. 2014. № 1. С. 15–22.

UDC 624.296

Calculating Correlations for Measurement Data Processing at Near-Field Test-Bench with Planar Scan Surface

Kalashnikov V. S.^a, Dr. Sc., Tech., Head of Department of Antenna Measurement, 4047803 @ gmail.comPonomarev M. J.^a, Head of Sector of Software, MAXXPON @ rambler.ru^aJSC «VNIIRA», 19, Chkipersky protok, 199106, Saint-Petersburg, Russian Federation

Problem: The literature on antenna design offers various formulas for calculating the radiation pattern by measuring the amplitude and phase of the radiated field over the plane located close to the antenna aperture, but the range of the accurately calculated resulting radiation pattern is not specified strictly enough. The purpose of this work is estimating the accuracy range of the traditional formulas and deriving new ones, providing a broader accuracy range for antenna radiation patterns. **Results:** In the paper, restrictions of the traditional formulas are analyzed. For narrow-beam antennas, these formulas have internal contradictions limiting the accuracy range of the resulting radiation pattern to the main lobe. In Kirhgof's approximation, formulas free of these restrictions have been derived, which broaden the accuracy range and add to it the first side lobe. On basis of the spectral method for Helmholtz equation solution, other formulas have been derived which broaden the accuracy range still more, adding to it several close side lobes beside the main one. The accuracy ranges provided by different formulas were estimated with the mathematical model of an equidistant planar antenna array of 225 electric dipoles (15×15). For this array, we calculated the radiation pattern in a remote zone and the distribution of the tangential component of the complex electric field vector over a scan surface located in a close zone parallel to the antenna aperture. The obtained tangential component distribution was used as the input data to calculate the radiation patterns using the compared formulas. Each calculated pattern was then compared with the model analytical pattern. **Practical relevance:** The obtained formulas allow you to accurately calculate not only the main lobe of a narrow-beam antenna but also its first side lobes. These results can be used in algorithms of calculating antenna radiation patterns under tests at planar near-field facilities.

Keywords — Kirhgof's Approximation, Tangential Component of Electric Field Vector, Scan Surface, Amplitude-Phase Field Distribution, Helmholtz Equation, Radiation Pattern.

References

- Zaharev L. N., Lemanzky A. A., Turchin V. I., Cheytlin N. M., Cheglov K. S. *Metody izmerenii kharakteristik antenn SVCh* [UHF Antenna Measurements Techniques]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1985. 368 p. (In Russian).
- Kurochkin A. P. Antenna Measurements Theory and Methods. *Antenny*, 2009, no. 9, pp. 39–44 (In Russian).
- Denisenko V. V., Kozlov Yu. I. Radiomeasurements in a Specialized Anechoic Chambers. *Radiotekhnika*, 2008, no. 10, pp. 3–10 (In Russian).
- Bakhrakh L. D., Kremenecky S. D., Kurochkin A. P., Usin V. A., Chifrin Ya. S. *Metody izmerenii parametrov izluchaiushchikh sistem v blizhnei zone* [Radiating Systems Near-Field Measurement Techniques]. Leningrad, Nauka Publ., 1985. 272 p. (In Russian).
- Vasendin S. V., Kirpanov A. V., Korol V. M., Ponomarev M. Yu., Shatrakov Yu. G. Investigation of Antennas and Radar Objects Scattering Characteristics on a Planar Near-Field Measurements. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*, 2013, no. 2, pp. 63–68 (In Russian).
- Slater D. *Near-Field Antenna Measurement*. Artech House, 1991. 310 p.
- Johnson J. H. An Examination of the Theory and Practices of Planar Near-Field Measurement. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, vol. 36, no. 6, pp. 746–752.
- Paris D. T., Leach W. M., Joy E. B. Basis Theory of Probe-Compensated Near-Field Measurements. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1978, vol. 26, no. 3, pp. 373–379.
- Bronshtejn I. N., Semendyaev K. A. *Spravochnik po matematike* [Handbook of Mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 975 p. (In Russian).
- Khshimov A. B. Effective Method for Processing Measurement in Antenna Near-Field. *Antenny*, 2014, no. 1, pp. 15–22 (In Russian).