

УДК 519.614

О СУЩЕСТВОВАНИИ МАТРИЦ МЕРСЕННА 11-ГО И 19-ГО ПОРЯДКОВ

Н. А. Балонин,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Приведено определение обобщенных матриц Мерсенна. Показаны примеры таких матриц порядков, отличающихся от порядков матриц, соответствующих последовательности Сильвестра, сформулирована гипотеза об их существовании.

Ключевые слова — ортогональные матрицы, матрицы Адамара, матрицы Адамара — Мерсенна, числа Мерсенна.

В работах [1, 2] предложены версии малоуровневых ортогональных матриц, нечетных порядков, равных числам Мерсенна и Ферма. В процессе исследований выяснено, что последовательность матриц Адамара — Мерсенна, в отличие от последовательности матриц Адамара — Ферма, сходна с матрицами Адамара в том, что ассоциированные с ними матрицы встречаются чаще. Такие общие матрицы для большей простоты будем называть матрицами Мерсенна.

Определение 1. Значения, которым равны элементы матрицы, будем называть ее уровнями.

Значения уровней позволяют формировать графические портреты матриц.

Определение 2. Матрица Мерсенна — это квадратная двухуровневая матрица M_n порядка n , состоящая из чисел $\{a = 1, -b\}$, столбцы которой ортогональны:

$$M_n^T M_n = \mu I,$$

где $b = \frac{1}{2}$ при $n = 3$, в остальных случаях $b = \frac{q - \sqrt{4q}}{q - 4}$, $q = n + 1$ (порядок матрицы Адамара);

вес $\mu = \frac{(n+1) + (n-1)b^2}{2}$ учитывает, что $\frac{q}{2}$ элементов каждого столбца такой матрицы составляют $a = 1$, остальные элементы равны $-b$.

Портреты двух таких матриц M_{11}

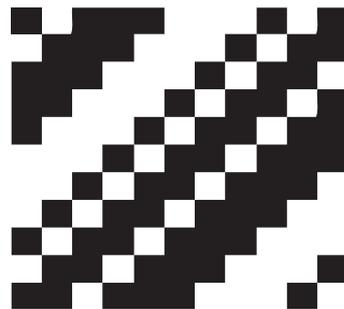
$$\left(\text{уровень } b = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \right) \text{ и } M_{19} \left(\text{уровень } b = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \right)$$

приведены на рис. 1 и 2, элементу $a = 1$ соответствует белый цвет, элементу $-b$ — черный.

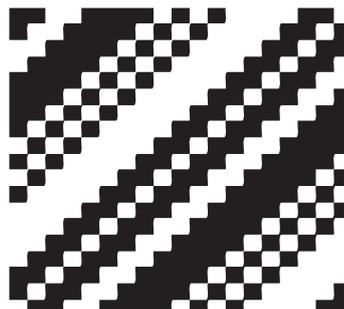
Существование таких матриц позволяет высказать следующее немаловажное предположение, эквивалентное гипотезе Адамара [3].

Гипотеза. Матрицы Мерсенна порядков $4k - 1$ существуют.

В отличие от матриц Адамара матрицы Мерсенна имеют нечетные значения порядков. Первые две матрицы Адамара H_{12} и H_{20} соответственно 12-го и 20-го порядков, послужившие основой его гипотезы, приведены в работе [3].



■ Рис. 1. Портрет матрицы M_{11}



■ Рис. 2. Портрет матрицы M_{19}

Сформулированная выше гипотеза позволяет ожидать существенного расширения множества четырехуровневых матриц Адамара — Эйлера [4], включая особые порядки 22, 34, 58 и т. п., на которых альтернативных им трехуровневых ма-

триц Белевича не существует. Такие версии пополняют список особых матриц [5], что имеет принципиальное значение для теории M -матриц [6, 7] и теории кодирования информации, расширяя ортогональный базис преобразований.

Литература

1. Балонин Н. А., Сергеев М. Б., Мироновский Л. А. Вычисление матриц Адамара — Мерсенна // Информационно-управляющие системы. 2012. № 5. С. 92–94.
2. Балонин Н. А., Сергеев М. Б., Мироновский Л. А. Вычисление матриц Адамара — Ферма // Информационно-управляющие системы. 2012. № 6. С. 90–93.
3. Hadamard J. Résolution d'une question relative aux determinants // Bulletin des Sciences Mathématiques. 1893. Vol. 17. P. 240–246.
4. Балонин Н. А., Сергеев М. Б. О двух способах построения матриц Адамара — Эйлера // Информационно-управляющие системы. 2013. № 1. С. 7–10.
5. Балонин Ю. Н., Сергеев М. Б. М-матрица 22-го порядка // Информационно-управляющие системы. 2011. № 5. С. 87–90.
6. Балонин Н. А., Сергеев М. Б. М-матрицы // Информационно-управляющие системы. 2011. № 1. С. 14–21.
7. Балонин Н. А., Мироновский Л. А. Матрицы Адамара нечетного порядка // Информационно-управляющие системы. 2006. № 3. С. 46–50.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (80x@mail.ru).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию. Рукописи не возвращаются.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.