

УДК 519.614

## О СУЩЕСТВОВАНИИ МАТРИЦ МЕРСЕННА 11-ГО И 19-ГО ПОРЯДКОВ

**Н. А. Балонин,**

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Приведено определение обобщенных матриц Мерсенна. Показаны примеры таких матриц порядков, отличающихся от порядков матриц, соответствующих последовательности Сильвестра, сформулирована гипотеза об их существовании.

**Ключевые слова** — ортогональные матрицы, матрицы Адамара, матрицы Адамара — Мерсенна, числа Мерсенна.

В работах [1, 2] предложены версии малоуровневых ортогональных матриц, нечетных порядков, равных числам Мерсенна и Ферма. В процессе исследований выяснено, что последовательность матриц Адамара — Мерсенна, в отличие от последовательности матриц Адамара — Ферма, сходна с матрицами Адамара в том, что ассоциированные с ними матрицы встречаются чаще. Такие общие матрицы для большей простоты будем называть матрицами Мерсенна.

**Определение 1.** Значения, которым равны элементы матрицы, будем называть ее уровнями.

Значения уровней позволяют формировать графические портреты матриц.

**Определение 2.** Матрица Мерсенна — это квадратная двухуровневая матрица  $M_n$  порядка  $n$ , состоящая из чисел  $\{a = 1, -b\}$ , столбцы которой ортогональны:

$$M_n^T M_n = \mu I,$$

где  $b = \frac{1}{2}$  при  $n = 3$ , в остальных случаях  $b = \frac{q - \sqrt{4q}}{q - 4}$ ,  $q = n + 1$  (порядок матрицы Адамара);

вес  $\mu = \frac{(n+1) + (n-1)b^2}{2}$  учитывает, что  $\frac{q}{2}$  элементов каждого столбца такой матрицы составляют  $a = 1$ , остальные элементы равны  $-b$ .

Портреты двух таких матриц  $M_{11}$

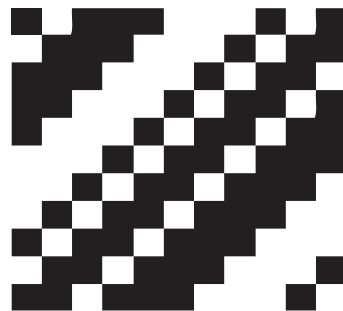
$$\left( \text{уровень } b = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \right) \text{ и } M_{19} \left( \text{уровень } b = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \right)$$

приведены на рис. 1 и 2, элементу  $a = 1$  соответствует белый цвет, элементу  $-b$  — черный.

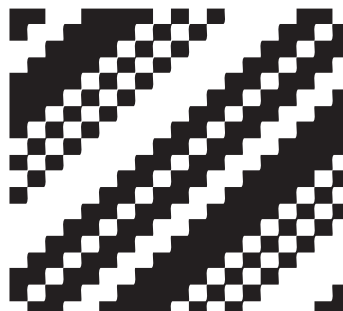
Существование таких матриц позволяет высказать следующее немаловажное предположение, эквивалентное гипотезе Адамара [3].

**Гипотеза.** Матрицы Мерсенна порядков  $4k - 1$  существуют.

В отличие от матриц Адамара матрицы Мерсенна имеют нечетные значения порядков. Первые две матрицы Адамара  $H_{12}$  и  $H_{20}$  соответственно 12-го и 20-го порядков, послужившие основой его гипотезы, приведены в работе [3].



■ Рис. 1. Портрет матрицы  $M_{11}$



■ Рис. 2. Портрет матрицы  $M_{19}$

Сформулированная выше гипотеза позволяет ожидать существенного расширения множества четырехуровневых матриц Адамара — Эйлера [4], включая особые порядки 22, 34, 58 и т. п., на которых альтернативных им трехуровневых ма-

триц Белевича не существует. Такие версии пополняют список особых матриц [5], что имеет принципиальное значение для теории  $M$ -матриц [6, 7] и теории кодирования информации, расширяя ортогональный базис преобразований.

### Литература

1. Балонин Н. А., Сергеев М. Б., Мироновский Л. А. Вычисление матриц Адамара — Мерсенна // Информационно-управляющие системы. 2012. № 5. С. 92–94.
2. Балонин Н. А., Сергеев М. Б., Мироновский Л. А. Вычисление матриц Адамара — Ферма // Информационно-управляющие системы. 2012. № 6. С. 90–93.
3. Hadamard J. Résolution d'une question relative aux determinants // Bulletin des Sciences Mathématiques. 1893. Vol. 17. P. 240–246.
4. Балонин Н. А., Сергеев М. Б. О двух способах построения матриц Адамара — Эйлера // Информационно-управляющие системы. 2013. № 1. С. 7–10.
5. Балонин Ю. Н., Сергеев М. Б. М-матрица 22-го порядка // Информационно-управляющие системы. 2011. № 5. С. 87–90.
6. Балонин Н. А., Сергеев М. Б. М-матрицы // Информационно-управляющие системы. 2011. № 1. С. 14–21.
7. Балонин Н. А., Мироновский Л. А. Матрицы Адамара нечетного порядка // Информационно-управляющие системы. 2006. № 3. С. 46–50.

### ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

*Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.*

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (80x@mail.ru).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию. Рукописи не возвращаются.

*Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.*