УДК 621.396.96

МОДЕЛИ СИГНАЛОВ В РАДИОПОЛЯРИМЕТРИИ

О. Д. Москалец,
канд. техн. наук, старший научный сотрудник
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Предлагается векторная модель сигналов при исследовании поляризационных характеристик электромагнитных волн при их классическом описании. Введены поляризационные спектры векторных сигналов, где каждая бесконечно малая векторная монохроматическая компонента имеет свое, индивидуальное состояние поляризации. Установлено существование границ классического, приближенного, описания электромагнитных сигналов во временной и частотной областях. Показана необходимость развития физического аспекта теории сигналов.

Ключевые слова *— информация, сигнал, скалярная модель сигнала, векторная модель сигнала, состояние поляризации, поляризационный спектр, вектор Джонса, физический аспект.*

Введение

Проблемы извлечения, передачи и обработки информации являются центральными для многих областей науки и техники, таких как связь, автоматическое управление, радиолокация и радионавигация, оптика, радиофизика. В настоящее время к этим областям следует добавить радиочастотную идентификацию, методы которой находят все большее применение в различных сферах деятельности [1–3]. Успешное решение отмеченных проблем возможно при условии установки модели сигнала, позволяющей адекватно отображать информацию, переносимую сигналом.

Основным физическим носителем информации в названных областях науки и техники являются электромагнитные (ЭМ) волны, имеющие векторный характер, и для их полного описания необходимо кроме амплитуды, частоты и фазы указать поляризацию волны. Состояние поляризации является дополнительным информационным параметром, который не нашел достаточного отражения в теории информации и в теории сигналов (ТС). В этих областях моделью динамических сигналов является скалярная функция времени $s(t)$, которая может описывать колебания электрической и магнитной компонент ЭМ-поля, электрического тока или напряжения. Скалярной функции $s(t)$ соответствует ЭМ-волна с одной постоянной поляризацией как при передаче, так и при приеме, где ЭМ-излучение преобразуется в скалярный сигнал. При этом теряется та или иная информация, переносимая сигналом. Для получения максимального информационного содержания ЭМ-волны необходимо учитывать ее поляризационные свойства.

Скалярные модели динамических сигналов

Всякая обработка радиосигналов, в том числе и поляризационные преобразования, должна исходить из принятой модели сигнала. Основное требование, предъявляемое к модели сигнала, — это адекватное отображение информации, переносимой сигналом. Одним из требований модели сигнала является физическая содержательность. Поэтому построение моделей сигналов должно быть тесно связано с классом систем, порождающих исследуемые сигналы. Выдвижение модели сигнала исходит из двух непреложных постулатов: энергия сигнала и его протяженность во времени ограничены.

Адекватной моделью динамических сигналов является финитный нестационарный случайный процесс длительности T [4]. Случайный процесс $X_T(t)$, моделирующий сигнал, рассматривается как гармонизуемый, т. е. представимый в форме интеграла Фурье — Стилтьеса:

$$X_T(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp(i\omega t)\mathrm{d}Z(\omega), \qquad (1)$$

где t — время; $Z(\omega)$ — случайная спектральная функция; ω — угловая временная частота.

Случайная спектральная функция $Z(\omega)$ в соотношении (1) дифференцируема почти наверное, т. е. на всем множестве реализаций с вероятностью единица существует комплексная случайная спектральная функция [5]

$$S(\omega)=\frac{\mathrm{d}Z(\omega)}{\mathrm{d}\omega}, \qquad (2)$$

которая рассматривается как множество $\{{}^kS(\omega)\}$ реализаций комплексных спектральных функций. Это позволяет записать реализацию ${}^kx(t)$ нестационарного случайного процесса $X_T(t)$ в форме

$${}^kx(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}{}^kS(\omega)\exp(i\omega t)\mathrm{d}\omega, \qquad (3)$$

где

$${}^kS(\omega)=\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}{}^kx(t)\exp(i\omega t)\mathrm{d}t \qquad (4)$$

— комплексный спектр реализации ${}^kx(t)$.

В дальнейшем будут рассматриваться единственные реализации ЭМ-сигнала $S(\omega) = {}^kS(\omega)$ в частотном пространстве и $s(t) = {}^kx(t)$ как функция времени, которые наблюдаются в условиях реального физического эксперимента, и под функцией $s(t)$ понимаются колебания любой из скалярных компонент E_x, E_y, E_z электрического вектора ЭМ-поля:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathbf{i}E_x(\mathbf{r},t)+\mathbf{j}E_y(\mathbf{r},t)+\mathbf{k}E_z(\mathbf{r},t), \qquad (5)$$

где $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор; $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — орты, связанные с осями x, y, z; E_x, E_y, E_z — проекции вектора $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ на оси x, y, z.

Соотношения (3) и (4) полностью согласуются с детерминистическими представлениями классической электродинамики, где вектор электрической компоненты $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ЭМ-поля удовлетворяет волновому уравнению

$$\Delta\mathbf{E}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0, \qquad (6)$$

из которого следует, что функция $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ является дважды дифференцируемой по пространственным координатам и по времени, а потому непрерывна и ограничена. Это означает, что финитные компоненты в разложении (5) удовлетворяют условиям Дини и представимы в форме двойного интеграла Фурье:

$$s(t)=\frac{1}{2\pi}vp\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\omega\int_{-\infty}^{\infty}s(t')\exp[i\omega(t-t')]\mathrm{d}t', \qquad (7)$$

где vp означает главное значение интеграла по переменной ω, что далее не оговаривается.

В форме (7) также представимы колебания электрического тока $i(t)$ или напряжения $u(t)$, которые даются известными соотношениями теории электричества:

$$i=\int_{\Delta S}\mathbf{j}_{\text{пр}}\mathrm{d}\mathbf{s},\ \ \mathbf{j}_{\text{пр}}=\sigma\mathbf{E},\ \ u_{ab}=\int_a^b\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{l}, \qquad (8)$$

где ΔS — площадь поперечного сечения проводника; $\mathbf{j}_{\text{пр}}$ — вектор плотности тока проводимости; σ — удельная проводимость.

Поскольку в выражении (8) интегрирование выполнялось по пространственным координатам, то аналитические свойства функций $i(t)$ и $u(t)$ такие же, как у функции $\mathbf{E}(t)$. Поэтому не нужно постулировать, что колебания ЭМ-природы удовлетворяют условиям Дирихле.

Спектр финитной функции (4) в соответствии с интерполяционной теоремой Уиттекера представим в форме

$$S(\omega)=\sum_{-\infty}^{\infty}S\left(\frac{n\pi}{T}\right)\cdot\frac{\sin(\omega T-n\pi)}{(\omega T-n\pi)}. \qquad (9)$$

Эта теорема позволяет перейти от континуального представления спектра $S(\omega)$ к бесконечному счетному множеству

$$\{S(\omega_n)\}=\left\{S\left(\frac{n\pi}{T}\right)\right\}, \qquad (10)$$

которое содержит всю информацию о спектральном составе импульсного финитного сигнала и может быть полезно при рассмотрении многоканальной обработки сигналов.

Векторная модель динамического сигнала в форме электромагнитного поля

Описание состояния поляризации ЭМ-волны и ее поляризационных преобразований дают, исходя из плоской волны [6]; такая же волна предполагается при выдвижении векторной модели ЭМ-сигнала, далее эта волна предполагается однородной.

Однородная плоская ЭМ-волна, распространяющаяся вдоль оси z в декартовой системе координат x, y, z, может быть представлена в виде [6]

$$\mathbf{E}(x,y,z,t)=(\mathbf{i}\dot{E}_x+\mathbf{j}\dot{E}_y)\exp[i(\omega t-kz)]=$$
$$=\begin{bmatrix}\dot{E}_x\\ \dot{E}_y\end{bmatrix}\exp[i(\omega t-kz)], \qquad (11)$$

где $\dot{E}_x, \dot{E}_y$ — комплексные амплитуды горизонтальной и вертикальной компоненты соответственно; $k = \omega/c$ — волновое число; c — скорость света.

Матрица-столбец в последней формуле цепи равенств (11) является вектором Джонса однородной монохроматической плоской волны, который определяет ее состояние поляризации. Выдвижение векторной модели сигнала опирается на то обстоятельство, что электромагнитная монохроматическая волна всегда поляризована — эллиптически, циркулярно или линейно.

В линейной среде спектральные компоненты сигнала распространяются независимо друг от друга, и поведение скалярной волны дается суперпозицией гармонических волн бесконечно малой амплитуды:

$$s(z,t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega. \quad (12)$$

Соотношение (12) пригодно для описания частного случая ЭМ-волны при ее вертикальной или горизонтальной поляризации. Общий случай состояния поляризации ЭМ-поля требует введения векторной модели динамического сигнала [7].

Векторная модель сигнала [7] исходит из того, что в форме (12) представима и горизонтальная, и вертикальная компоненты у плоского ЭМ-поля. Тогда векторный сигнал запишется в виде

$$\mathbf{E}(t,z)=\mathbf{i}\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega+$$

$$+\mathbf{j}\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Big\{\big[\mathbf{i}S_x(\omega)+\mathbf{j}S_y(\omega)\big]\exp[i(\omega t-kz)]\Big\}\mathrm{d}\omega. \quad (13)$$

Соотношению (13) соответствует представление в форме

$$\mathbf{E}(t,z)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix}S_x(\omega)\\ S_y(\omega)\end{bmatrix}\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega, \quad (14)$$

где

$$|S_x(\omega)|^2+|S_y(\omega)|^2=|\Phi(\omega)|^2. \quad (15)$$

Матрица-столбец в выражении (14) определяет вектор Джонса поляризационных спектров [7]

$$\mathbf{J}_s=\begin{bmatrix}S_x(\omega)\\ S_y(\omega)\end{bmatrix}, \quad (16)$$

который, по-видимому, введен в работе [8] и в дальнейшем был подтвержден в публикациях [9, 10].

Подобно тому, как скалярное соотношение (12) является суперпозицией скалярных колебаний, выражения (13) и (14) представляют собой суперпозицию векторных колебаний. В этих выражениях полагается, что каждая пара бесконечно малых спектральных волновых компонент с угловой частотой ω

$$S_x(\omega)\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega,\ \ S_y(\omega)\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega \quad (17)$$

имеет свое индивидуальное состояние поляризации (эллиптическое, циркулярное или линейное), и в совокупности эти компоненты составляют векторный сигнал (14) с теми или иными поляризационными свойствами — от полной поляризации до полного ее отсутствия.

Соотношения (13) и (17) позволяют записать следующее выражение:

$$\mathrm{d}\mathbf{E}(t,z)=\Big\{\big[\mathbf{i}S_x(\omega)+\mathbf{j}S_y(\omega)\big]\exp[i(\omega t-kz)]\Big\}\mathrm{d}\omega=$$

$$=\begin{bmatrix}S_x(\omega)\\ S_y(\omega)\end{bmatrix}\exp[i(\omega t-kz)]\mathrm{d}\omega, \quad (18)$$

которое аналогично соотношению (11), но для бесконечно малых величин.

Вектор Джонса (16) описывает состояние поляризации исходного импульсного векторного ЭМ-сигнала, поляризационные характеристики которого преобразовываются прибором, изменяющим состояние поляризации. Подобно тому, как формулы (3) и (4) представляют реализации соответствующих случайных функций, конкретный вектор Джонса (16) также представляет одну из реализаций состояния поляризации случайного векторного ЭМ-сигнала [8]. Иными словами, для стохастического описания векторного сигнала необходимо иметь в виду вероятностный характер и скалярного передаваемого сигнала $s(t)$, и вектора (16) одновременно [8].

Математические модели и физическая сущность динамических сигналов

Для теории информации, теории сигналов и теории линейных систем большое значение имеет существование интегралов

$$I=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{|\log G(\omega)|}{1+\omega^2}\mathrm{d}\omega;\ \ I=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\log|K(\omega)|}{1+\omega^2}\mathrm{d}\omega, \quad (19)$$

где $G(\omega)$ — энергетический спектр стационарного случайного процесса; ω — безразмерная угловая частота; $K(\omega)$ — передаточная функция линейной стационарной системы.

Для сигналов с финитным спектром первый интеграл в формулах (19) расходится, и это означает детерминированность процесса, откуда делается вывод, что сигналы с финитным спектром (по определению А. Н. Колмогорова, сингулярные процессы [11]) не могут быть носителями информации [4]. Второй интеграл в формулах (19) известен как критерий Винера — Пэли реализации линейной физической системы. Если этот интеграл расходится, то физическая реализация линейной системы и формирование системой сигнала с финитным спектром невозможны [4].

Классическая теория не обратила внимания на следующий физический факт: спектр тормозного рентгеновского излучения как случайного процесса — финитный [14], и это обстоятельство имеет фундаментальное значение для физики, так как позволяет экспериментально установить постоянную Планка, которая является одной из мировых констант [14]. Далее, верхняя граничная частота упругих колебаний в кристаллах определяется первой зоной Бриллюэна [15], и кристалл, по понятиям квантовой акустики, является фильтром нижних частот с обозначенной верхней граничной частотой полосы пропускания. Обозначенная ситуация требует специального рассмотрения, поскольку сигнал, согласно определению теории информации, является материальным, физическим носителем информации и как физический объект требует рассмотрения с физической точки зрения [16, 17] с привлечением квантовых представлений, так как квантовая физика дает точное описание физических явлений, а классические представления являются приближенными.

Преобразование Фурье финитной функции (9), согласно теореме Винера — Пэли, описывается целой функцией экспоненциального типа степени $T/2$. Такая функция имеет бесконечную протяженность по оси угловых частот ω и обращается в ноль лишь в точках, которые являются корнями этой функции. При этом вопрос о физическом смысле частот $\omega \to \infty$ ТС и теория информации не ставят.

Энергия сигнала W, выраженная в форме теоремы Парсеваля, должна иметь конечное значение:

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega, \quad (20)$$

где $G(\omega) = |S(\omega)|^2$ — энергетический спектр сигнала $s(t)$.

Последний интеграл в цепи равенств (20) можно представить в форме

$$\int_{0}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega = \int_{0}^{\omega_N} G(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_{\omega_N}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega = W_N + \Delta W. \quad (21)$$

В силу сходимости первого интеграла в выражении (21)

$$\Delta W = \int_{\omega_N}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega \to 0 \ \text{ при } \ \omega_N \to \infty, \quad (22)$$

тогда при достаточно больших значениях ω_N действие

$$\Delta W \cdot T_0 \le \hbar, \quad (23)$$

где T_0 — некоторая временная величина, связанная с данным сигналом, например, $T_0 = T$; $\hbar$ — постоянная Планка.

Неравенство (23) указывает на то, что при достаточно больших величинах ω_N классическое описание спектра $S(\omega)$ финитного сигнала в форме целой функции экспоненциального типа становится неприемлемым, что следует из общефизического принципа, устанавливающего границы классического описания [14]. Иными словами, классическое представление реализации финитного сигнала в форме (3) возможно лишь в конечной полосе частот.

С другой стороны, если сигнал имеет финитный спектр с носителем $\mathrm{supp}S(\omega) = [-\Omega, \Omega]$, т. е. представим в виде

$$s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\Omega}^{\Omega} S(\omega)\exp(i\omega t)\mathrm{d}\omega, \quad (24)$$

то, согласно теореме Винера — Пэли, сигнал $s(t)$ описывается целой функцией экспоненциального типа степени Ω.

Энергию сигнала (24) можно представить в форме

$$W = \int_{-\infty}^{0} s^2(t)\mathrm{d}t + \int_{0}^{\infty} s^2(t)\mathrm{d}t = W_1 + W_2, \quad (25)$$

в свою очередь

$$W_1 = \int_{-t_N}^{0} s^2(t)\mathrm{d}t + \int_{-\infty}^{-t_M} s^2(t)\mathrm{d}t = W_{1M} + \Delta W_1; \quad (26)$$

$$\int_{0_N}^{t_M} s^2(t)\mathrm{d}t + \int_{t_M}^{\infty} s^2(t)\mathrm{d}t = W_{2M} + \Delta W_2. \quad (27)$$

В силу сходимости интегралов в выражении (25)

$$\Delta W_1 + \Delta W_2 = \int_{-\infty}^{t_N} s^2(t)\mathrm{d}t + \int_{t_M}^{\infty} s^2(t)\mathrm{d}t \to 0$$

$$\text{при } \ t_N \to -\infty, \ t_M \to \infty. \quad (28)$$

В этом случае при достаточно больших величинах $|t_N|$ и t_M действие

$$(\Delta W_1 + \Delta W_2) \cdot T_0 \le \hbar. \quad (29)$$

Неравенство (29) указывает на то, что при достаточно малых уровнях сигналов их описание в классической форме становится также неприемлемым. Иначе говоря, классическое описание сигнала с финитным спектром возможно на ограниченном промежутке времени.

Неравенства (15) и (21) являются математическим обоснованием известных воззрений о том, что классическая электродинамика — это электродинамика сравнительно низких частот [12] и сильных полей [13]. Эти воззрения и неравенства (23) и (29) позволяют заключить, что при классическом, приближенном, описании динамических сигналов сигналы с финитным спектром должны мыслиться как финитные, и это не столько техническое, сколько физическое обстоятельство. По этой причине счетное множество (11) должно быть ограниченным.

Квантовая электродинамика дает выражение энергии ЭМ-поля в одномерном информационном канале в виде суммы

$$W = \sum_i N_i \hbar \omega_i, \qquad (30)$$

где N_i — квантовые числа; ω_i — частота фотона.

Формула (30), по существу, представляет распределение энергии ЭМ-излучения по частотам в форме дискретной функции. Очевидно, счетное множество $\{\omega_i\}$ должно быть ограниченным, в противном случае энергия сигнала станет бесконечной.

Вероятностный смысл квантовой физики и процесс формирования сигнала при его точном, квантовом представлении [18] дают основание утверждать, что информационные свойства ЭМ-сигнала, т. е. его стохастичность, определяются не аналитическими свойствами спектральных функций сигнала, а квантовой природой ЭМ-излучения и, соответственно, формирования сигнала.

Заключение

Наряду с энергией и веществом информация стала важнейшим понятием для человечества, и сигнал, как материальный, физический, носитель информации, требует тщательного и всестороннего изучения — необходимо подробное исследование существующих моделей сигналов и выдвижение новых. При этом математические модели сигналов должны сообразовываться с физическим содержанием сигнала.

Исследования по ТС ведутся в двух основных направлениях: чисто математическое обоснование технических применений и выяснение физических основ. Первое направление, где сигналы мыслятся как математические объекты, составляет главную часть ТС. Оно развито значительно больше второго, и ТС рассматривается в качестве прикладного раздела функционального анализа, как «математика для радио». Попытки разработать второе направление сводились, по существу, к дальнейшему развитию первого направления. В результате физическая проблематика ТС осталась в стороне, при том, что под сигналом понимаются реальные физические процессы, происходящие в реальных физических системах.

В данной работе предпринята попытка, с одной стороны, развить математический аспект теории сигналов, с другой стороны, обратить внимание на физическую сторону вопроса. Результатом исследований явилась векторная модель сигнала, предложенная в рамках классических представлений. Здесь же было показано, что аналитические свойства существующих моделей ЭМ-сигналов вытекают из основных соотношений классической электродинамики. В то же время хорошо устоявшиеся классические представления требуют критической оценки.

Рассмотрение сигнала как физического объекта показало приближенный характер основных положений ТС, и это естественно, так как классическая теория дает приближенное описание физических явлений, а их точное описание дается в рамках квантовых представлений. Установленные границы классического описания сигнала во временной и частотной областях можно считать представленным здесь вкладом в развитие физического аспекта ТС. Эта тема отражена в целом ряде публикаций автора [16–19].

Развитие физического аспекта ТС становится все более актуальным в связи с широкими исследованиями в области фемтосекундных импульсов, которые являются квантовыми системами. Неэффективность применения классического описания ультракоротких (фемтосекундных) световых импульсов отмечена в работах [20, 21], и этот вопрос требует дальнейшего развития в рамках физических исследований.

Работа выполнена по государственному контракту № 14.527.12.0019; шифр лота 2011-2.7-527-025; шифр заявки 2011-2.7.-527-025-002.

Литература

1. **Койгеров А. С., Забузов С. А., Дмитриев В. Ф.** Исследование корреляционного метода для решения задач антиколлизии для систем радиочастотной идентификации на ПАВ // Информационно-управляющие системы. 2009. № 5. С. 48–55.
2. **Марковский С. Г., Марковская Н. В.** Разрешение конфликтов в системах радиочастотной идентификации с использованием идентификаторов меток и процедуры последовательной компенсации конфликтных сигналов // Информационно-управляющие системы. 2012. № 2. С. 48–55.
3. **Марковский С. Г., Марковская Н. В.** Расчет средней задержки алгоритма решения конфликтов в системах радиочастотной идентификации // Информационно-управляющие системы. 2012. № 4. С. 84–92.
4. **Железнов Н. А.** О принципиальных вопросах теории сигналов и задачах ее дальнейшего развития

на основе новой стохастической модели // Радиотехника. 1957. Т. 12. № 11. С. 3–12.
5. **Железнов Н. А.** Некоторые вопросы спектрально-корреляционной теории нестационарных сигналов // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4. № 3. С. 359–373.
6. **Джерард А., Бёрч Дж. М.** Введение в матричную оптику: пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — 341 с.
7. **Москалец О. Д.** Модель сигнала при обработке векторных стохастических полей // Всесоюз. конф. по статистическим методам обработки данных дистанционного зондирования окружающей среды. Рига, 1986. С. 54.
8. **Москалец О. Д.** Учет поляризационных характеристик антенн при спектральных измерениях в радиоастрономии // Антенные измерения: IV Всесоюз. конф. «Метрологическое обеспечение антенных измерений» (ВКАИ-4). Ереван, 1987. С. 45–47.
9. **Козлов А. И., Логвин А. И., Сарычев В. А.** Поляризация радиоволн. Поляризационная структура радиолокационных сигналов. — М.: Радиотехника, 2005. — 704 с.
10. **Слетков В. Л.** Аналитическое представление поляризованных сигналов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2006. Т. 49. № 3. С. 17–23.
11. **Колмогоров А. Н.** Теория передачи информации. — М.: Изд-во АН СССР, 1956. — 33 с.
12. **Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В.** Электромагнитные поля и волны. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Сов. радио, 1971. — 664 с.
13. **Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.** Квантовая электродинамика. Изд. второе, перераб. — М.: Наука, 1980. — 704 с.
14. **Вихман Э.** Квантовая физика. 3-е изд., испр. / пер. с англ. — М.: Наука, 1986. — 292 с.
15. **Блейкмор Дж.** Физика твердого тела. — М.: Мир, 1988. — 608 с.
16. **Москалец О. Д.** Модель динамического сигнала в теории информации и квантовая физика // X симп. по проблеме избыточности в информационных системах / ЛИАП. Л., 1989. Ч. I. С. 164–167.
17. **Москалец О. Д.** Методы квантовой физики в теории сигналов // Proc. Latvian Signal Processing Int. Conf. Riga, 1990. P. 42–46.
18. **Москалец О. Д.** Электромагнитные сигналы в квантовой электронике: квантовое описание и классическое приближение // Изв. вузов. Физика. 2001. Т. 44. № 10. С. 6–12.
19. **Москалец О. Д.** Фемтосекундные импульсы: классическое и квантовое описание // Лазеры, измерения, информация 2012: сб. докл. 22-й Междунар. конф. Т. 2. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2012. С. 71–81.
20. **Беленов Э. М., Назаркин А. В., Прокопович И. П.** Динамика мощного фемтосекундного импульса // Письма в ЖЭТФ. 1992. Е. 55. Вып. 4. С. 223–227.
21. **Shvartsburg A. B.** Time-domain optics of ultrafast waveform. — Oxford: Caledonia Press, 1996. — 208 p.