

УДК 621.396:621.391.26

## ВОПРОСЫ УНИВЕРСАЛЬНОГО СИНТЕЗА ИМПУЛЬСНЫХ МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ

**Ю. В. Чепруков,**

канд. техн. наук, доцент

Российский государственный университет туризма и сервиса, филиал в г. Сочи

**М. А. Соколов,**

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Проведен анализ импульсных многочастотных сигналов, являющихся разновидностью шумоподобных сигналов. Получены выражения для целевой функции минимизации уровня боковых пиков автокорреляционной функции при наличии ограничений на энергию и уровень пульсаций сигналов. Рассмотрены методы решения задачи синтеза, представлены выражения для взаимной корреляционной функции и спектра, приведены примеры синтеза. Показано, что импульсные многочастотные сигналы являются разновидностью сигналов с амплитудной и частотной модуляцией. Указано на возможность применения синтезированных сигналов при построении алфавитов кодирования для передачи данных в системах управления и связи.

**Ключевые слова** — импульсный многочастотный сигнал, автокорреляционная функция, уровень боковых пиков, спектр, корреляционная функция, оптимизация.

### Введение

В современных системах радиолокации и связи нашли широкое применение шумоподобные сигналы (ШПС), обладающие схожим с шумом широким спектром [1]. Многочастотные сигналы (МЧС) — разновидность ШПС.

Вопросам применения МЧС посвящено множество работ. Сети и системы радиодоступа к услугам связи широкого спектра рассмотрены в работе [2]. В качестве технологий доступа к ресурсам общего канала используются всевозможные виды разделения каналов: частотное, временное, пространственное, кодовое. Модификацией частотного способа является технология OFDM (Orthogonal Frequency Division — ортогональное частотное разделение). При OFDM-модуляции исходный спектр сигнала разделяется на частотные ортогональные подканалы. В каждом из них осуществляется модуляция последовательностью данных. При многолучевом распространении сигналов величина замирания, связанная с разностью хода лучей, может быть существенно снижена путем выбора числа подканалов. Разновидностью OFDM является многочастотная система модуляции COFDM (Coded OFDM — ортогональное частотное разделение с кодированием). Исполь-

зование помехоустойчивого кодирования поднесущих усиливает полезные свойства OFDM. В работе [3] указываются недостатки многочастотных систем, связанные с большим отношением пиковой мощности к усредненной мощности (пик-фактор), а также нарушением ортогональности поднесущих в точке приема. Предложено дополнительно использовать частотную модуляцию МЧС (COFDM-ЧМ). Указанные подходы получили развитие в системах связи с массовым доступом абонентов [4], например, в системах мобильной связи. Если сигнал подвергнуть быстрому преобразованию Фурье, то можно получить относительно низкоскоростной поток временных спектральных коэффициентов, который используется для модуляции поднесущих. Это существенно упрощает аппаратуру. Рассмотренные в работах [2–4] системы являются многочастотными, в них используются моноимпульсные МЧС.

В последнее время интенсивно исследуются сверхширокополосные (СШП) системы, в которых используются сверхкороткие импульсы, состоящие из нескольких периодов колебаний [5–6]. Одно из направлений СШП-технологий связано с многочастотными системами, которые в свою очередь разделяются на классы. Интерес представ-

ляет ортогональное мультиплексирование (MB-OFDM — Multiband Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Многочастотные СШП-сигналы представляют собой сумму ряда гармоник, каждая из которых является узкополосным сигналом, что согласуется с ортогональным многочастотным мультиплексированием OFDM. Практически речь идет об указанных ранее многочастотных системах с моноимпульсными сигналами, но в которых ширина спектра может составлять 1 ГГц, а число частот 1000. Сообщения могут передаваться на каждой поднесущей отдельно. Применение OFDM в многочастотных СШП позволяет, как и раньше, снизить влияние межсимвольной интерференции на качество работы системы. OFDM-технологии нашли применение в системах беспроводного доступа и передачи данных. Отмечаются [5] следующие достоинства многочастотных СШП: применимость традиционных методов обработки, большая дальность и скорость передачи данных. В СШП-системах используются амплитудно-импульсная, время-импульсная или амплитудная модуляции, эти системы рассматриваются как альтернатива системам с OFDM в диапазоне 3,6–10,6 ГГц [6].

Многочастотные сигналы нашли применение и в СШП радиолокационных системах [7, 8]. При обзоре пространства узким лучом антенны в каждом угловом направлении излучается конечное число импульсов, составляющих пачку. Это позволяет реализовать доплеровские методы обнаружения движущихся целей на фоне пассивных помех. Упомянуты МЧС с одновременным или последовательным излучением частотных компонент из диапазона метровых или дециметровых длин волн. В этих работах в частности рассмотрены МЧС, для которых введено понятие обобщенных многочастотных пачечных сигналов с равномерной и неравномерной расстановкой частот. Для СШП-систем также актуально использование излучения пачек. Таким образом, в работах [5–8] рассмотрены многочастотные системы, в которых в том или ином виде применяются импульсные моночастотные сигналы. Рассмотрение некоторых результатов работ [2–8] показывает, что из поля исследований, по-видимому, выпали вопросы, связанные со спектральными и корреляционными свойствами импульсных МЧС.

В работе [9] авторы предложили обобщенные составные сигналы, составленные из элементов составных сигналов, в качестве которых могут использоваться МЧС. Указанная работа была посвящена вопросам синтеза обобщенных составных сигналов.

Таким образом, актуальным вопросом является исследование спектральных и корреляцион-

ных свойств импульсных МЧС, составленных из узкополосных радиоимпульсов разных частот. МЧС можно рассматривать как дискретные составные ШПС.

Данная работа посвящена определению указанных характеристик МЧС, которые являются ключевыми при выборе сигналов для систем управления, связи и радиолокации.

### Временные характеристики МЧС

Будем рассматривать МЧС как сумму  $N$  импульсов одинаковой длительности  $T$ , с частотами  $f_i$ , являющимися гармониками основной частоты  $1/(2T)$ , с амплитудами  $|P_i|$  и с равными нулю начальными фазами:

$$s(t) = \sum_{i=n}^k P_i \sin(2\pi f_i t), \quad (1)$$

где  $P_i$  — рациональные числа, не равные нулю, являющиеся коэффициентами  $N = k - n + 1$  гармоник;  $n, k$  — индексы наименьшей и наибольшей гармоник. Обозначим среднюю частоту  $f_0 = i_0/(2T)$ , где  $i_0 = (n + k)/2$ , а частоты гармоник  $f_i = i/(2T)$ .

Система функций  $\{\sin(2\pi f_i t), i = \overline{n, k}\}$  ортогональна, поэтому МЧС можно рассматривать как отрезок ряда Фурье с коэффициентами  $P_i$  на интервале  $T$ .

Преобразуем (1), вводя квадратурные составляющие. Тогда МЧС можно представить через огибающую  $S(t)$  и фазу  $\Theta(t)$ :

$$s(t) = S(t) \sin(2\pi f_0 t + \Theta(t)),$$

причем  $S(t) = (S_c^2 + S_s^2)^{1/2}$ ;  $\Theta(t) = \text{arctg}(S_s/S_c)$ , а также

$$S_c = \sum_{i=n}^k P_i \cos(\omega_i - \omega_0) t;$$

$$S_s = \sum_{i=n}^k P_i \sin(\omega_i - \omega_0) t; \quad \omega_i = 2\pi f_i.$$

Если  $i_0 \gg N$ , то  $S(t)$  может рассматриваться в качестве огибающей МЧС.

В общем случае огибающая МЧС неравномерна и может характеризоваться параметром  $\delta_c^2 = (S_1^2 - S_2^2)/(S_1^2 + S_2^2)$ , где  $S_1^2, S_2^2$  — квадраты наибольшего и наименьшего значений этой огибающей.

Для синтеза МЧС введем целевую функцию  $J_p$ , характеризующую энергию (если  $p = 1$ ) или максимальный уровень боковых пиков (УБП) (когда  $p = 2$ ) автокорреляционной функции (АКФ) сигнала. Рассмотрим задачу определения коэффициентов  $P_i, i = n, k$ , обеспечивающих в области  $\Omega$  боковых пиков АКФ такое значение  $J_p$ , ко-

торое не превосходит порога  $R_p$  при наличии ограничений на энергию  $E_c$  и пульсации  $\delta_c^2$ :

$$J_p \leq R_p, p = 1, 2; E_c < \infty, \delta_c^2 \leq \delta_m^2, \quad (2)$$

где  $\delta_m^2$  — максимально допустимая величина пульсаций. Заметим, что в (2) сформулированы две отдельные однокритериальные задачи для  $p = 1$  (задача 1) и  $p = 2$  (задача 2). Значения  $R_p$  задаются разработчиком, исходя из требований к системе. Целесообразно сравнивать допустимый порог УБП синтезируемого сигнала со значением этого же параметра у другого ШПС. Ниже представлены варианты задания  $R_p$ . Цель работы — синтез МЧС при условиях (2).

Автокорреляционная функция сигнала (1) выражается через корреляционные функции гармоник, составляющих МЧС. Обозначим АКФ как  $S_1(\tau)$ . Она изменяется в интервале  $0 \leq \tau \leq 2T$  и состоит из двух симметричных относительно максимума половин, одну из которых можно представить в виде

$$S_1(\tau) = \sum_{i=n}^k P_i \cdot \sum_{r=n}^k P_r \cdot K_{ir}(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq T, \quad (3)$$

где  $K_{ir}$  — левые половины ( $0 \leq \tau \leq 2T$ ) корреляционных функций  $i$ -й и  $r$ -й гармоник. Функции  $K_{ir}$  имеют вид

$$K_{ir}(\tau) = A_{ir}(\tau) \cos(\omega_0 \tau) + B_{ir}(\tau) \sin(\omega_0 \tau), \quad (4)$$

где  $A_{ir}, B_{ir}$  — корреляционные функции  $i$ -й и  $r$ -й гармоник, равные:

$$A_{ir}(\tau) = (-1)^i (\tau / 2 \cos(\pi(i - i_0)t / T) - T / (2\pi i) \sin(\pi(i - i_0)t / T)), \quad r = i;$$

$$A_{ir}(\tau) = [(-1)^r T / (\pi(i^2 - r^2))] (r \sin(\pi(i - i_0)t / T) - i \sin(\pi(r - i_0)t / T)), \quad r \neq i; \quad (5)$$

$$B_{ir} = (-1)^i (-\tau / 2 \sin(\pi(i - i_0)t / T) - T / (2\pi i) \cos(\pi(i - i_0)t / T)), \quad r = i;$$

$$B_{ir} = [(-1)^r T / (\pi(i^2 - r^2))] (r \cos(\pi(i - i_0)t / T) - i \cos(\pi(r - i_0)t / T)), \quad r \neq i.$$

С учетом (4) можно представить АКФ (3) в виде

$$S_1(\tau) = S_{1c}(\tau) \cos(\omega_0 \tau) + S_{1s}(\tau) \sin(\omega_0 \tau);$$

$$S_{1c}(\tau) = \sum_{i=n}^k P_i \cdot \sum_{r=n}^k P_r \cdot A_{ir}(\tau);$$

$$S_{1s}(\tau) = \sum_{i=n}^k P_i \cdot \sum_{r=n}^k P_r \cdot B_{ir}(\tau). \quad (6)$$

Квадрат огибающей АКФ  $S_1^2(\tau)$  узкополосных МЧС можно, как и для сигнала  $s(t)$ , выразить че-

рез квадратурные составляющие (6), поэтому справедливо соотношение

$$S_1^2(\tau) = \sum_{i=n}^k P_i^2 \cdot \sum_{r=n}^k P_r^2 \cdot A_{ir}^{(1)} +$$

$$+ 2 \sum_{i=n}^k P_i^2 \cdot \sum_{r=n}^{k-1} P_r \cdot \sum_{r1=r+1}^k P_{r1} \cdot B_{i,r,r1}^{(1)} +$$

$$+ 2 \sum_{i=n}^{k-1} P_i \cdot \sum_{r=n}^k P_r \cdot \sum_{r1=i+1}^k P_{r1} \cdot \sum_{r1=n}^k P_{r1} \cdot C_{i,r,r1},$$

$$0 \leq \tau \leq T, \quad (7)$$

где

$$A_{ir}^{(1)} = (A_{ir})^2 + (B_{ir})^2;$$

$$B_{i,r,r1}^{(1)} = A_{ir} \cdot A_{i,r1} + B_{ir} \cdot B_{i,r1};$$

$$C_{i,r,r1} = A_{ir} \cdot A_{r1} + B_{ir} \cdot B_{r1}.$$

Для оценки УБП могут использоваться среднеквадратический или минимаксный критерий

$$J_1 = \int_{\Omega} S_1^2(\tau) d\tau \leq R_1; \quad J_2 = S_1^2(\tau_q) \leq R_2, \quad (8)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — пороги для  $J_1$  и  $J_2$ ;  $\Omega$  соответствует интервалу области боковых пиков АКФ;  $\tau_q \in \Omega$  — множество значений времени, для которых в (8) вводятся определенные ограничения. УБП синтезированного таким образом МЧС целесообразно сравнить с соответствующей величиной, например, сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), являющегося разновидностью ШПС (примеры представлены ниже).

Интервал области боковых пиков можно оценить следующим образом. Пусть  $\Delta F$  — полоса частот МЧС, тогда  $\Delta\tau_0 = 2/\Delta F$  — ширина всего главного пика по его основанию. Так как максимум АКФ достигается при  $t = T$  и рассматривается одна из симметричных половин АКФ, то интервал области боковых пиков  $\Delta\tau = T - \Delta\tau_0/2 = T - 1/\Delta F$ . Ниже показано, что  $\Delta F = N/(2T)$ , поэтому интервал области боковых пиков  $\Delta\tau = T(N - 2)/N$  и используется в (8).

В соотношениях (8) целевая функция определяется квадратом огибающей, поэтому можно задать  $R_1 = A_0^2 \Delta\tau$  — площадь прямоугольника с основанием, равным длительности области боковых пиков и высотой  $A_0^2$ , где  $A_0$  — величина бокового пика АКФ сигнала, с которым производится сравнение, например ЛЧМ. Соответственно, справедливо  $R_2 = A_0^2$ .

В зависимости от критерия в целевую функцию (8) вместо  $A_{ir}^{(1)}$  формулы (7) необходимо подставить интеграл  $A^{(2)} = \int_{\Omega} A_{ir}^{(1)} dt$  или  $A^{(2)} = A_{ir}^{(1)}(\tau_q)$ .

Аналогично преобразуются и другие коэффициенты в (7).

Выразим ограничения задачи (2) через иско-  
мые коэффициенты  $P_i$ . Условие ограниченности  
энергии МЧС представим в форме нормировки  
энергии или коэффициентов

$$E_c = \sum_{i=n}^k P_i^2 \cdot T / 2 = 1. \quad (9)$$

Другой вариант нормирования энергии можно  
представить в виде  $|P_i| = 1, i = \overline{n, k}$ , что соответ-  
ствует одинаковости спектральных составляю-  
щих МЧС. При этом синтез сводится к выбору  
знаков коэффициентов в (1). Целесообразно так-  
же ограничить пределы изменения амплитуд  
гармоник МЧС  $|P_i|$  величиной  $0 \leq \mu < 1$ , что позво-  
ляет сохранять форму спектра всего сигнала.  
Этому случаю соответствует введение ограниче-  
ний  $1 - \mu \leq P_i \leq 1 + \mu, i = \overline{n, k}$ . Конкретные значе-  
ния  $\mu$  зависят от системы и требований к форме  
сигнала.

Для получения ограничений на уровень пуль-  
саций проведем следующие преобразования. По-  
сле сложения квадратов  $S_c, S_s$  можно записать

$$S(t)^2 = \sum_{i=n}^k P_i^2 + 2 \sum_{i=n}^k \left( \sum_{\tilde{n}=n}^k P_i \cdot P_{\tilde{n}} \cdot \cos(\omega_i - \omega_{\tilde{n}}) t \right).$$

Это позволяет оценить наибольшее и наимень-  
шее значения квадрата огибающей МЧС. Обозна-  
чим  $P_{i, \tilde{n}}^* = |P_i P_{\tilde{n}}|$  и учтем, что наибольшее значе-  
ние гармонических функций равно единице, тог-  
да справедливы равенства

$$\begin{aligned} S_1^2 &= \sum_{i=n}^k P_i^2 + 2 \sum_{i=n}^k \left( \sum_{\tilde{n}=n}^k P_{i, \tilde{n}}^* \right); \\ S_2^2 &= \sum_{i=n}^k P_i^2 - 2 \sum_{i=n}^k \left( \sum_{\tilde{n}=n}^k P_{i, \tilde{n}}^* \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая (10), соотношение для  $\delta_c^2$  можно  
представить в виде

$$\begin{aligned} \delta_c^2 &= 2 \sum_{i=n}^k \left( \sum_{\tilde{n}=n}^k P_{i, \tilde{n}}^* \right) / \sum_{i=n}^k P_i^2 = \\ &= \sum_{i=n}^k \left( \sum_{\tilde{n}=n}^k P_{i, \tilde{n}}^* \right) / (E_c / T) \leq \delta_m^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Укажем некоторые особенности целевой функ-  
ции, которые можно использовать при синтезе.  
Из выражения (7) видно, что максимальная сте-  
пень коэффициентов, характеризующих квадрат  
огibaющей АКФ, равна четырем. Следовательно,  
при любых  $N$  функция  $J_p$  характеризуется моно-  
тонной и выпуклой вниз поверхностью, которая  
расположена в верхней полуплоскости системы  
координат  $\{P_i\}$  и имеет равный нулю минимум  
при  $P_i = 0, i = \overline{n, k}$ . Линии уровня, соответствую-

щие сечению поверхности  $J_p = \text{const}$ , в общем  
случае не являются окружностями.

Дадим геометрическую трактовку задачи ми-  
нимизации целевой функции при наличии огра-  
ничений в  $(N + 1)$ -мерном пространстве, которое  
составляют  $N$  гармоник и где отображена целе-  
вая функция  $J_p$ . В этом пространстве имеется три  
поверхности. Первая изображает целевую функ-  
цию  $J_p$  (8), вторая поверхность в форме  $N$ -мерного  
шара соответствует ограничениям на энергию (9)  
и третья характеризует пульсации  $\delta_c^2$  (11). Геоме-  
трически задача сводится к определению векто-  
ра, направленного из начала координат к поверх-  
ности шара в ту его область, в которой величина  
пульсаций не больше допустимого значения для  
 $\delta_c^2$  и где достигается наименьшее значение целе-  
вой функции  $J_p$ .

Рассмотрим варианты решения задачи синте-  
за с учетом отмеченных особенностей. Оценку  
УБП и максимального уровня пульсаций сигнала  
одного из квадрантов, в пределах которого  
ищется решение, можно получить, если выбрать  
первоначальное приближение искомого решения.  
Для этого осуществляется перебор  $2^{N-1}$  вариан-  
тов  $\{P_i, i = \overline{n, k}\}, |P_i| = 1$ . Из этих комбинаций вы-  
бираются начальные приближения  $\{P_i^{(0)}, i = \overline{n, k}\}$   
в виде возможно нескольких равноценных ва-  
риантов сигналов, которые наилучшим обра-  
зом соответствуют условиям задачи (2). Значе-  
ния  $\{P_i^{(0)}\}$  могут далее использоваться, например,  
в градиентном методе для оптимизации коэффи-  
циентов.

При таком подходе задачу синтеза (2) можно  
представить задачей локальной минимизации  
в заданном квадранте при наличии ограничений:  
 $J_p \rightarrow \min, p = 1, 2; E_c < \infty, \delta_c^2 \leq \delta_m^2, \mu = \mu_{\max};$   
 $P_i \in \{P_i^{(0)} \pm \mu\}, i = \overline{n, k}$ .

Выбор оптимального способа решения со-  
ставляет самостоятельную задачу, однако пред-  
почтительным является метод нулевого поряд-  
ка [10].

### Примеры синтеза

**Пример 1.** Необходимо найти МЧС, УБП АКФ  
которых ниже, чем у ЛЧМ. В качестве началь-  
ных приближений  $\{P_i^{(0)}, i = \overline{n, k}\}$  использовать  
значения коэффициентов  $\{1, 1, 1, -1, -1, 1, -1\}$   
и  $\{1, -1, 1, 1, -1, -1, -1\}$ . Рассмотреть вариант зада-  
чи  $p = 2$ .

*Дано:*  $N = 7 (n = 25, k = 31), T = 10^{-6} \text{ с}, \delta_m^2 = 0,90,$   
 $\mu = 0,14$ .

*Требуется:* Синтезировать последовательности  
 $\{P_i, i = \overline{n, k}\}$ , для которых  $\delta_c^2 \leq \delta_m^2$ , а УБП АКФ ми-  
нимален.



**Решение:** В результате синтеза получены сигналы  $s1(t)$  и  $s2(t)$  с коэффициентами  $\{0,8743; 1,1793; 0,8743; -1,0774; -0,8743; 1,1793; -0,8743\}$  и  $\{0,8743; -1,1793; 0,8743; 1,0774; -0,8743; -1,1793; -0,8743\}$ . Для них  $\delta_c^2 = 0,80$ , УБП АКФ составляет  $-17,8$  дБ, что значительно ниже, чем для ЛЧМ.

**Пример 2.**

**Дано:** Условия те же, что в примере 1, кроме  $\mu = 0,24$ .

**Требуется:** То же, что в примере 1.

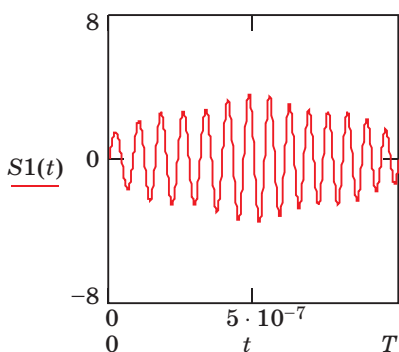
**Решение:** В результате синтеза получены сигналы  $s3(t)$  и  $s4(t)$  с коэффициентами  $\{0,8302; 1,2380; 0,8302; -1,0850; -0,8302; 1,2380; -0,8302\}$  и  $\{0,8302; -1,2380; 0,8302; 1,0850; -0,8302; -1,2380; -0,8302\}$ . Для них  $\delta_c^2 = 0,80$ , УБП АКФ составляет  $-19,5$  дБ, что также значительно ниже, чем для ЛЧМ.

Коэффициенты при оптимизации нормируются, поэтому энергия не меняется.

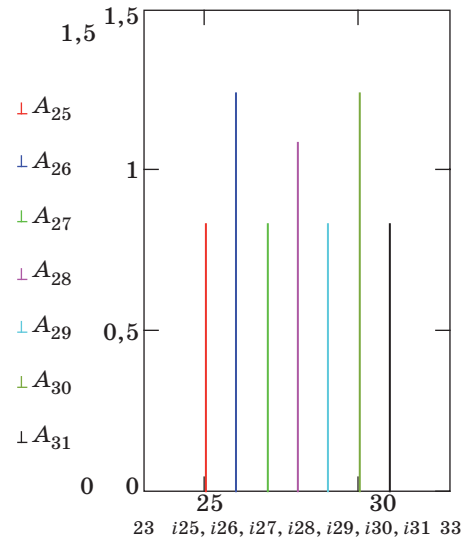
Сигнал  $s3(t)$  представлен на рис. 1, а остальные сигналы не приводятся, так как схожи по виду и отличаются изменением фазы. Если для  $s3(t)$  ввести вертикальную ось по центру сигнала, то в центре сигнал равен нулю, а колебания влево и вправо противофазны. Количество полупериодов колебаний справа больше, чем слева. Это означает, что МЧС можно отнести к импульсным сигналам с амплитудной и частотной модуляцией. Путем оптимизации спектральных коэффициентов  $P_i$  можно получить требуемые корреляционные характеристики.

На рис. 2 дана диаграмма модулей спектральных коэффициентов сигналов  $s3(t)$  и  $s4(t)$ , где  $A_i = |P_i|$ ,  $i = n, k$  — амплитуды гармоник сигнала (1). Характер изменения коэффициентов для сигналов  $s1(t)$  и  $s2(t)$  такой же, отличия — в числовых значениях. Спектр неравномерен, что связано с большими допустимыми значениями  $\mu$  в примере 2, но это позволяет при оптимизации получить дополнительное уменьшение УБП АКФ.

Боковые пики сигнала (3) можно снизить, если коэффициенты соседних гармоник выбрать существенно различными — тогда их произведения



■ Рис. 1. МЧС примера 2:  $N = 7$ ,  $T = 10^{-6}$  с



■ Рис. 2. Амплитуды гармоник МЧС примера 2

будут малы. Вклад корреляционных функций (5) для отдаленных гармоник тоже мал, так как они обратно пропорциональны разности квадратов их индексов, поэтому значения  $A_i$  на рис. 2 чередуются по уровню.

Форма АКФ типична для ШПС. Главный пик примерно на 8–10 % шире по основанию, чем величина, полученная по формуле для  $\Delta\tau_0$ .

Возможна весовая обработка МЧС, что позволит ценой неоптимальной обработки и дополнительных потерь сигнал/шум уменьшить УБП. Найденные сигналы удобно просматривать, используя MathCad, вычислительная программа составлена на QBasic.

Рассмотрим особенности синтеза ансамбля МЧС из  $L$  сигналов  $\{y_l(t), l = 1, L\}$ . В качестве основной характеристики примем взаимную корреляционную функцию. Если обозначить  $y_a, y_b$  сигналы указанного ансамбля, а  $P_{i,a}, P_{r,b}$  — соответствующие им коэффициенты, то, используя (3), можно представить взаимную корреляционную функцию в виде

$$Y(\tau) = \sum_{i=n}^k P_{i,a} \cdot \sum_{r=n}^k P_{r,b} \cdot K_{ir}(\tau),$$

где  $K_{ir}$  определяется выражениями (4), (5).

Для полученных в примерах синтеза сигналов  $s1(t), s2(t)$  и  $s3(t), s4(t)$  максимальное значение УБП ВКФ равно  $-5,0$  дБ относительно максимума АКФ.

Кроме указанных вариантов синтеза возможен другой подход к задаче. Рассмотрим сигнал  $S(t)$ , представимый рядом Фурье, и пусть отрезком этого ряда Фурье является МЧС  $s(t)$  (1). В этом случае обеспечивается минимальность среднеквадратической ошибки представления  $S(t)$  посредством

МЧС. Следовательно,  $\{P_i\}$  можно синтезировать, используя известные интегральные формулы для определения коэффициентов Фурье и подставляя в них  $\underline{S}(t)$ . Тогда  $\underline{S}(t)$  может рассматриваться в качестве некоторого идеального сигнала, который моделируется посредством МЧС, и при этом обеспечивается минимальность среднеквадратической ошибки.

### Спектральные характеристики МЧС

При любых вариантах постановки задачи и методах решения большое значение имеет спектр. Приведем спектральные характеристики МЧС. Обозначим  $\varpi = 2\pi/T$ , а  $\omega$  — аргумент спектральных характеристик. Тогда получим

$$D_i(\omega) = (\sin((\varpi i/2 - \omega)T)) / ((\varpi i/2 - \omega)T);$$

$$E_i(\omega) = (\sin((\varpi i/2 + \omega)T)) / ((\varpi i/2 + \omega)T)$$

— амплитудные спектры импульсов, составляющих МЧС (1) в области положительных и отрицательных частот;

$$\begin{aligned} \dot{C}_i(\omega) = & [D_i(\omega)(\cos((\varpi i/2 - \omega)T/2)) - \\ & - E_i(\omega)(\cos((\varpi i/2 + \omega)T/2))] + \\ & + j[D_i(\omega)(\sin((\varpi i/2 - \omega)T/2)) - \\ & - E_i(\omega)(\sin((\varpi i/2 + \omega)T/2))] \end{aligned}$$

— комплексный спектр указанных импульсов;

$$\dot{S}(\omega) = \sum_{i=n}^k P_i \cdot \operatorname{Re} \left( \dot{C}_i(\omega) \right) + j \sum_{i=n}^k P_i \cdot \operatorname{Im} \left( \dot{C}_i(\omega) \right)$$

— комплексный спектр МЧС;

$$\left| \dot{S}(\omega) \right| = \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \dot{S}(\omega) \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \dot{S}(\omega) \right) \right)^2}$$

— амплитудный спектр МЧС;

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{Im} \left( \dot{S}(\omega) \right) / \operatorname{Re} \left( \dot{S}(\omega) \right) \right)$$

— фазовый спектр МЧС.

Ширину спектра можно оценить величиной  $\Delta\omega = \varpi N/2$  или  $\Delta F = N/(2T)$ . Форма амплитудного спектра неравномерна.

Формирование и согласованная фильтрация МЧС возможны при использовании устройств на поверхностных акустических волнах, широко применяемых в системах мобильной связи [11, 12].

### Заключение

В работе сформулирована задача синтеза МЧС. Введена целевая функция и предложены ограничивающие ее условия. Указаны возможные способы решения задачи, представлены некоторые результаты расчетов. Иллюстрируется возможность

универсального получения многочисленных импульсных МЧС с параметрами, определяемыми условиями и ограничениями, задаваемыми относительно целевой функции. Обосновано представление об МЧС как о разновидности импульсных сигналов с амплитудной и частотной модуляцией.

Анализ показывает перспективность развития методов синтеза и применения импульсных МЧС, например, при построении алфавитов кодирования для передачи данных в системах управления, связи и в качестве зондирующих радиолокационных сигналов.

### Литература

1. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. — М.: Радио и связь, 1985. — 384 с.
2. Григорьев В. А., Лаутенко О. И., Распаев Ю. А. Сети и системы радиодоступа. — М.: ЭКО-ТРЕНДЗ, 2005. — 384 с.
3. Родионов А. Ю., Стаценко Л. Г. Комплексный анализ помехоустойчивости многочастотных сигналов COFDM с частотной модуляцией // Вестник ВГУ. Сер. Физика. Математика. 2007. № 1. С. 33–35.
4. Быховский М. А. Многочастотные широкополосные сигналы открывают путь к 4G // Мобильные системы. 2007. № 3. С. 12–15.
5. Сперанский В. С., Фролов А. А. Анализ характеристик многочастотных сверхширокополосных систем связи // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. INTERMATIC-2011, 14–17 ноября 2011 г., Москва. Ч. 3. С. 64–67.
6. Фролов А. А. Импульсные многочастотные сверхширокополосные системы связи // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. INTERMATIC-2012, 3–7 декабря 2012 г., Москва. Ч. 5. С. 108–111.
7. Свердлов Б. Г., Чапурский В. В. Обобщенные многочастотные сигналы на основе теоретико-числовых распределений частот // Радиотехника. 2010. № 9. С. 91–104.
8. Чапурский В. В. Избранные задачи теории сверхширокополосных радиолокационных систем. — М.: МГТУ им. Э. Н. Баумана, 2012. — 279 с.
9. Чепруков Ю. В., Соколов М. А. Вопросы синтеза обобщенных составных сигналов // Радиотехника. 1992. № 1–2. С. 71–75.
10. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1988. — 552 с.
11. Ипатов В. П. и др. Системы мобильной связи: учеб. пособие для вузов / под ред. В. П. Ипатова. — М.: Горячая линия-Телеком, 2003. — 272 с.
12. Карташевский В. Г., Семенов С. Н., Фирстова Т. В. Сети подвижной связи. — М.: ЭКО-ТРЕНДЗ, 2001. — 302 с.