

## РЕЦЕНЗИЯ НА МОНОГРАФИЮ К. В. ГРИГОРЬЕВОЙ «КОНФЛИКТНО-ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. ЧАСТЬ 1: СТАТИЧЕСКИЕ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ КОАЛИЦИОННЫЕ ИГРЫ»

СПГУТД, Санкт-Петербург, Россия, 2012. — 162 с. ISBN 978-5-7937-0793-х; ISBN 978-5-7937-0805-7

Монография К. В. Григорьевой является результатом научной работы автора по созданию математических моделей и алгоритмов для решения задач, содержащих коалиционные структуры. Название книги предполагает написание еще как минимум одной части, посвященной исследованию задач, которые могут быть решены с помощью теоретико-игровых моделей с коалиционными разбиениями, а также построению методов решений этих моделей и задач.

С помощью коалиционных теоретико-игровых моделей могут быть описаны и решены многие задачи управления и теории принятия решений, возникающие в различных сферах практической деятельности: социальных, политических и экономических науках, психологии, правовых, военных и иных конфликтах, — где принимающая решение «коалиция» располагает информацией о множестве возможных ситуаций, о множестве «стратегий», которые она может принять, и о количественной мере «выигрыша», который она могла бы получить, выбрав в данной ситуации конкретную стратегию.

Построение и исследование коалиционных моделей сводится к следующей последовательности задач: установление принципов поведения коалиций (как правило, оптимального); доказательство существования решений, удовлетворяющих этим принципам; построение алгоритмов нахождения решений. Кроме того, в теории коалиционных игр решаются вопросы установления принципов оптимального распределения выигрыша коалиции между игроками, входящими в состав коалиции, а также поиска способов оптимального формирования коалиций.

Следует подчеркнуть, что динамические игры выбора коалиционного разбиения самими игроками до сих пор практически не рассматривались.

В представляемой работе исследуются принципы оптимальности для статических детерминированных и стохастических коалиционных игр с полной информацией. В качестве решения как статической, так и стохастической игры с коалиционной структурой предложено использовать впервые введенный автором обобщенный

PMS-вектор в смешанных стратегиях. Представлены алгоритмы решения статических и стохастических коалиционных игр и их модификации, принципы оптимальности и примеры их использования и применения в решении задач, описываемых конфликтными статическими и конфликтно-динамическими игровыми моделями.

Монография состоит из двух частей общим объемом 162 страницы и имеет следующую структуру. В первых трех главах кратко излагаются элементарные и необходимые для понимания дальнейшего текста сведения из игровой теории: понятия бескоалиционной игры в нормальной и позиционной формах с полной и неполной информацией, игры в характеристической форме или кооперативной игры; принципы оптимальности, такие как равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях, оптимальность по Парето, абсолютное равновесие по Нэшу и равновесие в стратегиях наказания в антагонистических многошаговых играх, С-ядро и вектор Шепли в кооперативных играх.

В четвертой главе вводится понятие коалиционной игры как подкласса неантагонистической игры  $n$  лиц. Предполагается, что игроки разбиваются на коалиции, формируя тем самым коалиционное разбиение, и игроки, входящие в одну коалицию, действуют в ее интересах с целью максимизировать суммарный коалиционный выигрыш. Подробно рассматриваются модели статических коалиционных биматричных игр, а также предлагаются различные алгоритмы для их решения. В основе этих алгоритмов лежит использование обобщенного PMS-вектора в смешанных стратегиях и его модификаций. Таким образом, определяется оптимальное поведение коалиций как отдельных игроков и выигрыши этих коалиций как результат их оптимального поведения. Второй задачей, рассматриваемой в коалиционной игре, является поиск оптимального распределения максимального суммарного выигрыша каждой коалиции между ее игроками. В качестве принципа оптимальности для решения этой задачи используется дележ оптимального выигрыша путем определения вклада игроков

коалиций в игру при фиксированных чистых или смешанных стратегиях коалиции оппонента в ситуации равновесия в смешанных стратегиях — так называемый долевым дележом, каждая компонента которого пропорциональна соответствующему максимальному гарантированному выигрышу. Однако не во всякой биматричной игре удастся найти ситуацию равновесия по Нэшу в силу ограничений теоремы о вполне смешанной ситуации равновесия. В связи с этой трудностью предлагается находить ситуации, оптимальные по Парето, а затем, применив арбитражную схему Нэша (в случае неединственности решений по Парето), делить выигрыш коалиций в соответствии с долевым дележом. В работе также предлагаются алгоритмы, сочетающие в себе одновременное использование различных принципов оптимальности, в частности, обобщенного PMS-вектора и арбитражной схемы Нэша. Все алгоритмы иллюстрируются подробно разобранными примерами.

В пятой главе построены модели многошаговых стохастических игр с коалиционными разбиениями и алгоритм построения решения, основанный на идее динамического программирования с использованием обобщенного PMS-вектора. Стохастическая игра предполагает многократное повторение статических игр с различными коалиционными разбиениями. При этом вид разбиения определяется заданной вероятностью. Здесь вводится граф, в вершинах которого определены игры в нормальной форме. При этом в каждой вершине определяется коалиционное разбиение игроков и функция выигрыша коалиций. Стохастическая постановка достигается путем введения вероятностей перехода из вершины  $z$  в следующие вершины в зависимости от ситуации, реализовавшейся в игре, заданной в вершине  $z$ . В главе исследуется метод построения равновесных стратегий с использованием обобщенного PMS-

вектора. Для этого в каждой вершине для всех возможных коалиционных разбиений строится равновесие по Нэшу в игре  $l$  лиц ( $l \leq n$ ), где каждая коалиция играет как один игрок. Далее строится PMS-вектор в полученной ситуации равновесия по Нэшу. Доказана теорема о существовании решения в классе стохастических коалиционных игр.

Рассматриваются две модели стохастической игры — случай, когда вероятность зависит и когда не зависит от ситуации, реализовавшейся в игре на предыдущем шаге. Более того, в качестве решения автор предлагает два алгоритма, основанных на идее динамического программирования. Один из алгоритмов предусматривает поиск оптимального поведения во всей игре, начиная с первого и заканчивая последним шагом, не учитывая при этом рациональность в статических играх. В другом алгоритме, напротив, рассматривается случай, когда игроки стремятся получить оптимальный дележ в условиях локальной рациональности. Все алгоритмы сопровождаются примерами трехшаговой стохастической игры трех лиц с переменной коалиционной структурой. Для всех алгоритмов проводится сравнительный анализ.

В целом работа хорошо структурирована, содержит не только широко известные, но и новые результаты. В этой связи она может быть полезна как специалистам, в работе использующим методы теории принятий решений, так и магистрантам и аспирантам специальности «Прикладная математика» в качестве учебно-методического пособия.

*Доктор технических наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник  
Центра новых информационных технологий  
МГУ им. М. В. Ломоносова  
М. В. Воронов*