

УДК 62-506.1 (047)

# АЛГОРИТМ КОМПЕНСАЦИИ НЕИЗВЕСТНЫХ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ

**И. Б. Фуртат,**

доктор техн. наук, профессор

Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

Рассмотрено решение задачи компенсации неизвестных периодических возмущений для линейных объектов с запаздыванием в управлении. Предполагалось, что возмущение представляет собой конечную сумму синусоидальных сигналов с неизвестными амплитудами, кратными частотами и фазами. Для построения компенсатора использовался адаптивный идентификатор частот синусоидальных сигналов, основанный на методе скоростного градиента. Для компенсации возмущений применялся метод вспомогательного контура. Полученный алгоритм обобщен для управления динамической сетью с коммуникационным запаздыванием. В результате синтезированная система управления обеспечивает точную компенсацию возмущений. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность предложенной схемы.

**Ключевые слова** — объект с запаздыванием по управлению, компенсация возмущений, идентификация.

## Введение

Задача построения простых и эффективных алгоритмов в условиях неопределенности была и остается актуальной в теории и практике автоматического регулирования. Она значительно усложняется, если в объекте присутствует запаздывание в канале управления. Неучет данного запаздывания может привести к потере качества регулирования, а иногда и к потере устойчивости замкнутой системы.

Впервые для управления объектами с запаздыванием с известными параметрами был предложен предиктор Смита [1]. Затем был разработан последовательный компенсатор запаздывания на базе регулятора Ресвика [2, 3]. Для дискретных систем в работе [4] предложен предиктор Цыпкина. В условиях параметрической неопределенности в настоящее время существует два принципа управления: с использованием предикторов [5] и без них [6, 7]. Более подробный обзор по данным методам сделан в статье [8].

Однако перечисленные методы [1–8] оказываются малоэффективными, когда объект управления подвержен действию внешних неконтролируемых возмущений. Так, было установлено [9], что для компенсации внешних возмущений с требуемой точностью необходимо, чтобы  $h \leq \omega^{-1}$ ,

где  $h$  — время запаздывания в канале управления;  $\omega$  — максимальный спектр внешнего возмущения. Проблема компенсации возмущений существенно усложняется, если необходимо управлять сетью динамических объектов в условиях коммуникационного запаздывания, возникающего при обмене информацией между подсистемами сети и регулятором. И, насколько известно автору статьи, по данной проблеме до сих пор нет решений. Поэтому настоящая статья посвящена решению задачи компенсации возмущений для объектов с запаздыванием по управлению, где не предъявляются требования к зависимости параметров возмущения от параметров объекта.

В работе рассматривается простой алгоритм компенсации периодических неизвестных возмущений. Предполагается, что возмущения представляют собой сумму синусоид с известными амплитудами, неизвестными кратными частотами и неизвестными фазами. Для выделения и компенсации возмущений используется метод вспомогательного контура [10]. Для прогноза регулируемой величины на время запаздывания используется метод адаптивной идентификации частоты синусоидального сигнала [11], позволяющий определить период неизвестного возмущения. Полученные результа-

ты распространяются на управление динамическими сетями с коммуникационным запаздыванием. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие работоспособность алгоритма.

**Постановка задачи**

Рассмотрим объект управления, динамические процессы в котором описываются следующим уравнением:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t-h) + \mathbf{B}f(t-h), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(t) \in R^n$  — вектор состояния;  $u(t) \in R$  — управляющее воздействие;  $f(t) \in R$  — внешнее возмущение;

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ -a_0 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \in R^{n \times n}$  и  $\mathbf{B} = [0, \dots, 0, b]^T \in R^n$  — известные гурвицева матрица и вектор,  $b > 0$ , пара  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  — управляема;  $h > 0$  — известное время запаздывания.

**Предположения А.**

1. Внешнее возмущение  $f(t)$  — периодическая функция с неизвестным периодом  $T > 0$ , которая определена выражением  $f(t) = \sum_{i=1}^k A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ ,

где  $A_i$ ,  $\omega_i$  и  $\varphi_i$  — неизвестные амплитуда, частота и фаза, причем периоды  $T_i = 2\pi/\omega_i$  — кратные;  $k$  — известное число. Ради простоты положим, что  $T > h$ .

2. Измерению доступны сигналы  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  и  $u(t)$ .

Целью управления является синтез алгоритмической структуры управляющего устройства, обеспечивающей стабилизацию объекта, т. е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}. \quad (2)$$

**Метод решения.** Согласно работе [10], для выделения возмущения  $f(t-h)$  введем вспомогательный контур

$$\dot{\mathbf{x}}_v(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_v(t) + \mathbf{B}u(t-h), \quad (3)$$

где  $\mathbf{x}_v(t) \in R^n$  — вектор состояния. Принимая во внимание (1) и (3), рассмотрим уравнение для рассогласования  $\xi(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_v(t)$  в виде

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{A}\xi(t) + \mathbf{B}f(t-h). \quad (4)$$

Перепишем уравнение (4) в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t); \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{n-1}(t) &= \xi_n(t); \\ \dot{\xi}_n(t) &= \mathbf{a}\xi(t) + bf(t-h). \end{aligned}$$

Здесь  $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t)]^T$ ;  $\mathbf{a} = [-a_0, \dots, -a_n]$ . Из данной системы уравнений очевидно, что в явном виде функция  $f(t-h)$  присутствует только в последнем уравнении. Поэтому сигнал  $f(t-h)$  можно определить как

$$f(t-h) = b^{-1}(\dot{\xi}_n(t) - \mathbf{a}\xi(t)).$$

Обозначим  $\varphi(t) = b^{-1}(\dot{\xi}_n(t) - \mathbf{a}\xi(t))$ . Тогда для компенсации функции  $f(t-h)$  закон управления  $u(t)$  можно сформировать в виде

$$u(t) = -\varphi(t+h). \quad (5)$$

Однако для реализации сигнала управления (5) необходимо знание функции  $\varphi(t+h)$ . Согласно предположению А1, функция  $f(t)$  — периодическая, значит, закон управления (5) можно переписать в виде

$$u(t) = -\varphi(t+h-T). \quad (6)$$

Подставив (6) в (1), получим уравнение замкнутой системы в виде

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t). \quad (7)$$

Таким образом, закон управления (6) обеспечивает компенсацию неизвестного возмущения  $f(t-h)$ . В силу гурвицевости матрицы  $\mathbf{A}$  система (7) будет асимптотически устойчивой.

Теперь необходимо определить период  $T$  функции  $f(t)$ . Идентификацию периода  $T$  будем определять по идентифицированным частотам синусоид функции  $f(t)$ , алгоритм поиска которых рассмотрен в работе [11].

Продифференцируем функцию  $\varphi(t)$   $2k$  раз и результат запишем в виде

$$\begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \\ \vdots \\ \varphi^{(2k-2)}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{V} \begin{bmatrix} A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1 - \omega_1 h) \\ A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2 - \omega_2 h) \\ \vdots \\ A_k \sin(\omega_k t + \varphi_k - \omega_k h) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{k-1} & z_2^{k-1} & \dots & z_k^{k-1} \end{bmatrix},$$

где  $\omega_i \neq \omega_j$  и  $z_i \neq z_j$  для  $i \neq j$ ,  $z_i = -\omega_i^2$ .

С учетом (8) запишем выражение для  $\varphi^{(2k)}(t)$  в виде

$$\begin{aligned} \varphi^{(2k)}(t) &= [z_1^k, z_2^k, \dots, z_k^k] \times \\ &\times \mathbf{V}^{-1} [\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \dots, \varphi^{(2k-2)}(t)]^T = \\ &= -\theta_1 \varphi^{(2k-2)}(t) - \dots - \theta_{k-1} \dot{\varphi}(t) - \theta_k \varphi(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\theta_i$  — параметры, зависящие от частот  $\omega_i$ . Найдем от (9) преобразование Лапласа

$$s^{2k} \varphi(s) = -\theta_1 s^{(2k-2)} \varphi(s) - \dots - \theta_{k-1} s^2 \varphi(s) - \theta_k \varphi(s), \quad (10)$$

где  $s$  — комплексная переменная. Рассмотрим гурвицевый полином  $\delta(s) = s^{2k} + \lambda_{2k} s^{2k-1} + \dots + \lambda_{2s} + \lambda_1$  и введем обозначение

$$\mu_i = \lambda_{2i+1} - \theta_{k-i}, \quad i=0, \dots, k-1.$$

Тогда (10) можно переписать в виде

$$\varphi(s) = \sum_{i=1}^k \left( \lambda_{2i} \frac{s^{2i-1}}{\delta(s)} + \mu_{i-1} \frac{s^{2i-2}}{\delta(s)} \right) \varphi(s). \quad (11)$$

Для уравнения (11) введем фильтр

$$\dot{\mathfrak{Q}}(t) = \mathbf{F}\mathfrak{Q}(t) + \mathbf{b}_0 \varphi(t), \quad (12)$$

где  $\mathbf{F}$  — матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом  $\delta(s)$ ;  $\mathbf{b}_0 = [0, \dots, 0, 1]^T$ . С учетом (12) перепишем (11) в виде

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^k \lambda_{2i} \mathfrak{Q}_{2i}(t) + \sum_{i=1}^k \mu_{i-1} \mathfrak{Q}_{2i-1}(t). \quad (13)$$

Введем в рассмотрение новую функцию

$$\bar{\varphi}(t) = \sum_{i=1}^k \lambda_{2i} \mathfrak{Q}_{2i}(t) + \sum_{i=1}^k \bar{\mu}_{i-1}(t) \mathfrak{Q}_{2i-1}(t), \quad (14)$$

где  $\bar{\mu}_{i-1}(t)$  — оценка значения  $\mu_{i-1}$ . Сформируем уравнение ошибки  $e(t) = \bar{\varphi}(t) - \varphi(t)$ . Принимая во внимание (13) и (14), запишем уравнение для  $e(t)$  в виде

$$e(t) = \sum_{i=1}^k (\bar{\mu}_{i-1}(t) - \mu_{i-1}) \mathfrak{Q}_{2i-1}(t).$$

Согласно работе [11], для того чтобы  $e(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , а соответственно, и  $\bar{\mu}_{i-1}(t) \rightarrow \mu_{i-1}$ ,  $i=0, \dots, k-1$  при  $t \rightarrow \infty$ , достаточно алгоритм адаптации выбрать в виде

$$\dot{\Phi}(t) = -\alpha e(t) \Theta(t), \quad \alpha > 0, \quad (15)$$

где  $\Phi(t) = [\bar{\mu}_0(t), \bar{\mu}_1(t), \dots, \bar{\mu}_{k-1}(t)]^T$ ;  $\Theta(t) = [\mathfrak{Q}_1(t), \mathfrak{Q}_3(t), \dots, \mathfrak{Q}_{2k-1}(t)]^T$ .

Сформулируем утверждение, при выполнении условий которого система управления (3), (6), (12), (15) обеспечивает выполнение цели (2).

**Утверждение 1.** Пусть выполнены условия предположений A1, A2. Тогда система управления (3), (6), (12), (15) обеспечивает выполнение целевого условия (2).

**Замечание 1.** Часто в режиме on-line сложно оценить период  $T$  функции  $f(t)$ , так как  $T$  является наименьшим общим кратным частот  $\omega_i$ . Тогда закон управления (6) можно сформировать в виде

$$u(t) = -\varphi(t + h - \bar{T}). \quad (16)$$

Здесь  $\bar{T}$  можно находить по формуле

$$\bar{T} = \prod_{i=1}^k \frac{2\pi}{\bar{\omega}_i(t)}, \quad (17)$$

где  $\bar{\omega}_i(t)$  — оценки частот  $\omega_i$ , полученные с помощью алгоритма (12), (15).

### Обобщение алгоритма для управления динамическими сетями с коммуникационным запаздыванием

Рассмотрим динамическую сеть, в которой каждая локальная подсистема описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}u_i(t) + \mathbf{V}f_i(t), \quad i=1, \dots, N, \quad (18)$$

где  $\mathbf{x}_i(t) \in R^n$  — вектор состояния;  $u_i(t) \in R$  — управляющее воздействие;  $f_i(t) \in R$  — внешнее возмущение; матрица  $\mathbf{A}$  и вектор  $\mathbf{B}$  те же, что и в пункте А.

Целью управления является синтез алгоритмической структуры управляющего устройства, обеспечивающей выполнение условия консенсуса

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_i(t-h) - \mathbf{x}_j(t-h)) = 0, \quad (19)$$

где  $h > 0$  — коммуникационное запаздывание.

#### Предположения В.

1. Внешнее возмущение  $f_i(t)$  — периодическая функция с неизвестным периодом  $T > 0$ , которая определена выражением

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^k A_{i,j} \sin(\omega_{i,j} t + \varphi_{i,j}),$$

где  $A_{i,j}$ ,  $\omega_{i,j}$  и  $\varphi_{i,j}$  — неизвестные амплитуды, неизвестные кратные частоты и неизвестные фазы;  $k$  — известное число. Ради простоты положим, что  $T_i > h$ .

2. Измерению доступны сигналы  $\mathbf{x}_i(t)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_i(t)$  и  $u_i(t)$ .

3. Орграф, ассоциированный с динамической сетью, содержит ориентированное остовное дерево. Под ориентированным остовным деревом понимается ориентированное дерево, составленное из ребер орграфа и такое, что в нем существует путь из корня в любую другую вершину [12, 13].

Введем уравнение ошибки

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) = \sum_{j \in N_i} \mathbf{x}_i(t-h) - \mathbf{x}_j(t-h),$$

где  $N_i$  — множество смежных подсистем для  $i$ -й подсистемы. Продифференцировав  $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)$  по времени вдоль траекторий уравнений (18), получим

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) + \mathbf{B}u_i(t-h) - \mathbf{B}u_j(t-h) + \mathbf{B}\psi_i(t-h), \quad (20)$$

где  $\psi_i(t) = f_i(t) - f_j(t)$ . Зададим закон управления  $u_i(t)$  в виде

$$u_i(t) = v_i(t) + u_j(t), \quad (21)$$

где  $v_j(t)$  — вспомогательное управляющее воздействие. Согласно работам [10, 14], введем вспомогательный контур

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vi}(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_{vi}(t) + \mathbf{B}v_i(t-h), \quad (22)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_{vi}(t) \in R^n$ . Принимая во внимание (20)–(22), составим уравнение  $\dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi}_i(t) - \boldsymbol{\varepsilon}_{vi}(t)$  в виде

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi}_i(t) + \mathbf{B}\psi_i(t-h). \quad (23)$$

Перепишем (23) в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{1,i}(t) &= \xi_{2,i}(t); \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{n-1,i}(t) &= \xi_{n,i}(t); \\ \dot{\xi}_{n,i}(t) &= \mathbf{a}\boldsymbol{\xi}_i(t) + b\psi_i(t-h). \end{aligned}$$

Здесь  $\boldsymbol{\xi}_i(t) = [\xi_{1,i}(t), \xi_{2,i}(t), \dots, \xi_{n,i}(t)]^T$ . Тогда сигнал  $\psi_i(t-h)$  можно определить как

$$\psi_i(t-h) = b^{-1}(\dot{\xi}_{n,i}(t) - \mathbf{a}\boldsymbol{\xi}_i(t)).$$

Обозначим  $\varphi_i(t) = b^{-1}(\dot{\xi}_{n,i}(t) - \mathbf{a}\boldsymbol{\xi}_i(t))$ . Тогда вспомогательное управляющее воздействие  $v_i(t)$  можно сформировать в виде

$$v_i(t) = -\varphi_i(t+h-T). \quad (24)$$

Подставив (21) и (24) в (20), получим уравнение замкнутой системы

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_i(t). \quad (25)$$

Таким образом, закон управления (21), (24) обеспечивает компенсацию неизвестного возмущения  $\psi_i(t-h)$ . В силу гурвицевости матрицы  $\mathbf{A}$  система (25) будет асимптотически устойчивой.

Для идентификации периода  $T$  воспользуемся результатом [11], который описан в пункте «Метод решения». Система идентификации будет представлена следующими уравнениями:

— фильтры состояния

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}_i(t) = \mathbf{F}\boldsymbol{\Phi}_i(t) + \mathbf{b}_0\varphi_i(t), \quad (26)$$

где  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{b}_0$  аналогичны введенным в (12);

— алгоритмы идентификации

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}}_i(t) = -\alpha e_i(t)\boldsymbol{\Theta}_i(t), \quad \alpha > 0, \quad (27)$$

где

$$\boldsymbol{\Phi}_i(t) = [\bar{\mu}_{0,i}(t), \bar{\mu}_{1,i}(t), \dots, \bar{\mu}_{k-1,i}(t)]^T;$$

$$\boldsymbol{\Theta}_i(t) = [\vartheta_{1,i}(t), \vartheta_{3,i}(t), \dots, \vartheta_{2k-1,i}(t)]^T;$$

$$e_i(t) = \bar{\varphi}_i(t) - \varphi_i(t),$$

$$\bar{\varphi}_i(t) = \sum_{l=1}^k \lambda_{2l} \vartheta_{2l,i}(t) + \sum_{l=1}^k \bar{\mu}_{l-1,i}(t) \vartheta_{2l-1,i}(t),$$

$$\varphi_i(s) = \sum_{l=1}^k \left( \lambda_{2l} \frac{s^{2l-1}}{\delta(s)} + \bar{\mu}_{l-1,i} \frac{s^{2l-2}}{\delta(s)} \right) \varphi_i(s),$$

$$\mu_{l,i} = \lambda_{2l+1} - \theta_{k-l,i}, \quad l=0, \dots, k-1.$$

**Утверждение 2.** Пусть выполнены условия предположений В1–В3. Тогда система управления (21), (22), (24), (26), (27) обеспечивает выполнение целевого условия (2).

**Замечание 2.** Закон управления (24) можно сформировать в виде

$$v_i(t) = -\varphi_i(t+h-\bar{T}_i), \quad (28)$$

где  $\bar{T}$  можно находить по формуле

$$\bar{T}_i = \prod_{j=1}^k \frac{2\pi}{\bar{\omega}_{j,i}}. \quad (29)$$

Здесь  $\bar{\omega}_{j,i}(t)$  — оценки частот  $\omega_{j,i}$ , полученные с помощью алгоритма (26), (27).

Проиллюстрируем полученные результаты на следующих примерах.

### Примеры

1. Рассмотрим объект управления вида (1)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t-1); \\ \mathbf{x}(0) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $f(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ .

Цель управления — компенсация неизвестного возмущения  $f(t)$  так, чтобы было выполнено условие (2).

Зададим вспомогательный контур (3) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_v(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_v(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t-1); \\ \mathbf{x}_v(0) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (31)$$

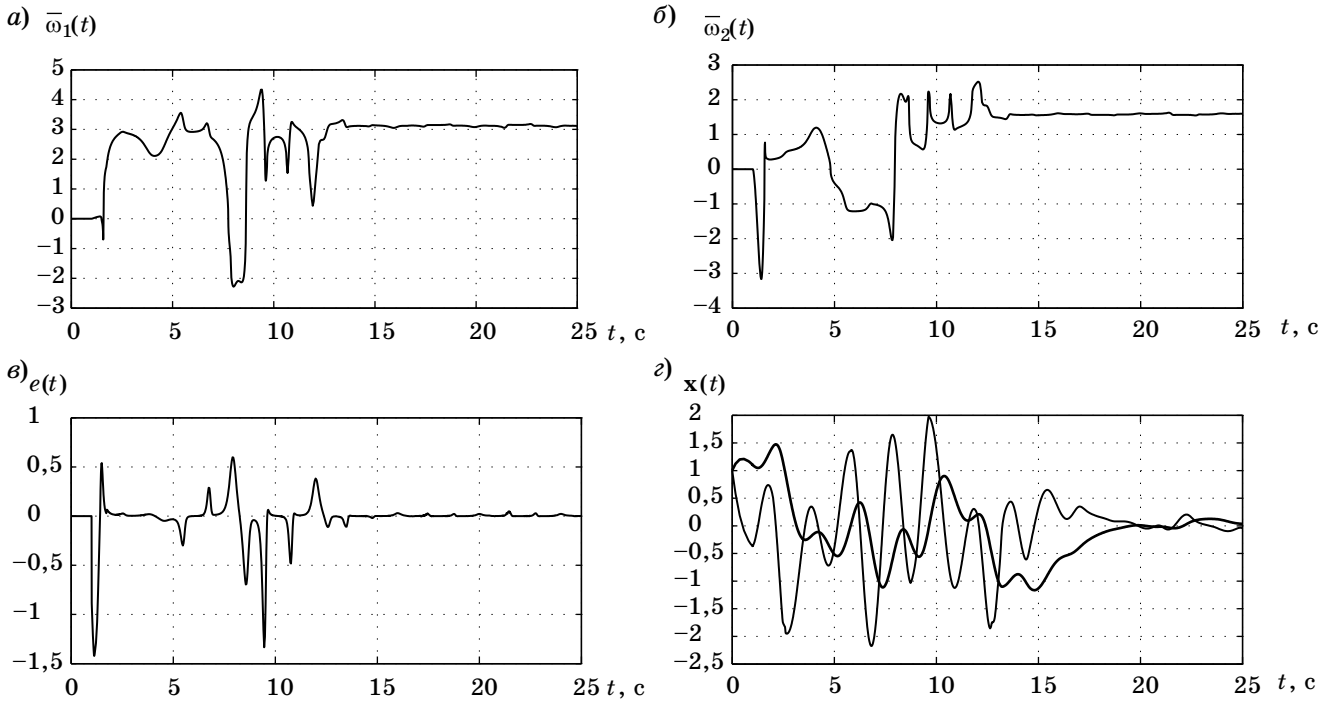
и составим уравнение для рассогласования  $\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_v(t)$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t-1).$$

Выделим в последнем уравнении вторую строку

$$\dot{\xi}_2(t) = [-1 \quad -2] \boldsymbol{\xi}(t) + f(t-1).$$

Тогда  $f(t-1) = \dot{\xi}_2(t) - [-1 \quad -2] \boldsymbol{\xi}(t) = \varphi(t)$ .



■ Рис. 1. Переходные процессы по  $\bar{\omega}_1(t)$  (а),  $\bar{\omega}_2(t)$  (б),  $e(t)$  (в) и  $x(t)$  в замкнутой системе (г)

Определим теперь частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Выберем  $\delta(s) = s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1$ . Сформируем фильтр (12) в виде

$$\dot{\vartheta}_1(t) = \vartheta_2(t),$$

$$\dot{\vartheta}_2(t) = \vartheta_3(t),$$

$$\dot{\vartheta}_3(t) = \vartheta_4(t),$$

$$\dot{\vartheta}_4(t) = -\vartheta_1(t) - 4\vartheta_2(t) - 6\vartheta_3(t) - 4\vartheta_4(t) + \varphi(t),$$

$$\vartheta_1(0) = \vartheta_2(0) = \vartheta_3(0) = \vartheta_4(0) = 0.$$

Пусть  $\alpha = 1000$ . Тогда алгоритм (15) определится в виде

$$\dot{\bar{\varphi}}_0(t) = -1000e(t)\vartheta_3(t), \quad \bar{\varphi}_0(0) = 0;$$

$$\dot{\bar{\varphi}}_1(t) = -1000e(t)\vartheta_1(t), \quad \bar{\varphi}_1(0) = 0,$$

где

$$e(t) = \bar{\varphi}(t) - \varphi(t),$$

$$\bar{\varphi}(t) = 4\vartheta_4(t) + 4\vartheta_2(t) + (6 - \bar{\varphi}_0(t))\vartheta_3(t) + (1 - \bar{\varphi}_1(t))\vartheta_1(t).$$

Оценки частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  можно найти по следующим формулам:

$$\bar{\omega}_{1,2}(t) = \sqrt{\frac{-\bar{\varphi}_1(t) \pm \sqrt{\bar{\varphi}_1^2(t) - 4\bar{\varphi}_2(t)}}{2}}.$$

Зададим закон управления (16), где

$$\bar{T}(t) = \frac{4\pi^2}{\bar{\omega}_1(t)\bar{\omega}_2(t)}.$$

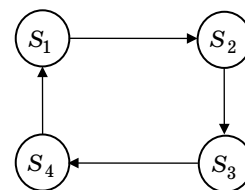
Пусть в функции  $f(t)$   $A_1 = 1, A_2 = 3, \omega_1 = \pi/2, \omega_2 = \pi, \varphi_1 = \pi/3, \varphi_2 = \pi/4$ . На рис. 1, а-г представлены результаты моделирования в замкнутой системе.

Результаты моделирования показали, что поставленная цель (2) выполняется.

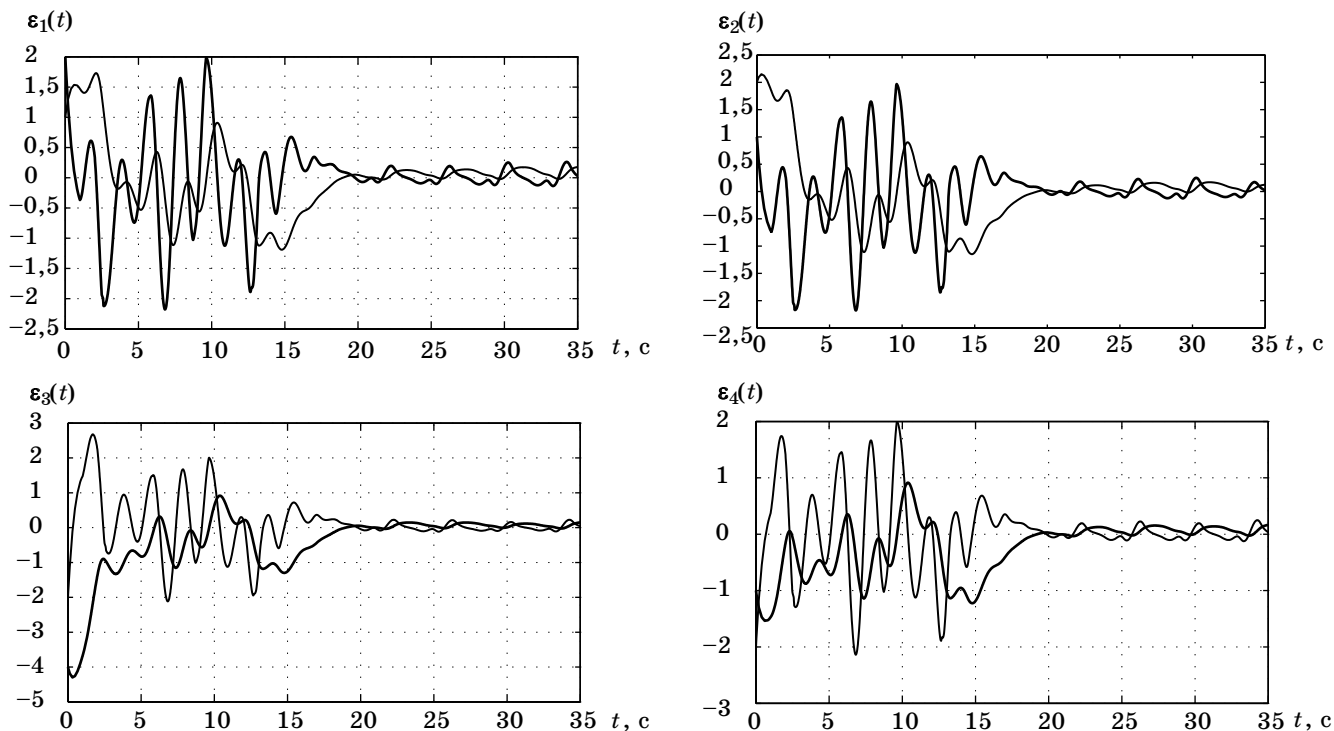
2. Рассмотрим динамическую сеть, состоящую из четырех подсистем  $S_i, i = 1, \dots, 4$  (рис. 2).

Пусть каждая подсистема сети описывается уравнением

$$\dot{x}_i(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x_i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f_i(t), \quad i = 1, \dots, 4,$$



■ Рис. 2. Схема сети



■ Рис. 3. Переходные процессы по  $\varepsilon_i(t)$

где  $f_i(t) = A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ ,  $\mathbf{x}_1(0) = [1 \ 1]^T$ ,  $\mathbf{x}_2(0) = [3 \ 2]^T$ ,  $\mathbf{x}_3(0) = [-1 \ 0]^T$  и  $\mathbf{x}_4(0) = [0 \ -1]^T$ .

Цель управления — компенсация неизвестного возмущения  $f(t)$  так, чтобы было выполнено условие (19), где коммуникационное запаздывание  $h = 1$  с.

Сформируем систему управления, состоящую:  
 — из закона управления (21) и вспомогательного управляющего воздействия (28);  
 — вспомогательного контура (23)

$$\dot{\varepsilon}_{vi}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \varepsilon_{vi}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i(t-1), \quad \varepsilon_{vi}(0) = 0;$$

— фильтра (26)

$$\dot{\vartheta}_{1,i}(t) = \vartheta_{2,i}(t),$$

$$\dot{\vartheta}_{2,i}(t) = \vartheta_{3,i}(t),$$

$$\dot{\vartheta}_{3,i}(t) = \vartheta_{4,i}(t),$$

$$\dot{\vartheta}_{4,i}(t) = -\vartheta_{1,i}(t) - 4\vartheta_{2,i}(t) - 6\vartheta_{3,i}(t) - 4\vartheta_{4,i}(t) + \varphi_i(t),$$

$$\vartheta_{1,i}(0) = \vartheta_{2,i}(0) = \vartheta_{3,i}(0) = \vartheta_{4,i}(0) = 0;$$

— алгоритмов идентификации (27)

$$\dot{\bar{\varphi}}_{0,i}(t) = -1000e_i(t)\vartheta_{3,i}(t), \quad \bar{\varphi}_{0,i}(t) = 0;$$

$$\dot{\bar{\varphi}}_{1,i}(t) = -1000e_i(t)\vartheta_{1,i}(t), \quad \bar{\varphi}_{1,i}(t) = 0.$$

Оценки частот  $\omega_{1,i}$  и  $\omega_{2,i}$  можно найти по следующим формулам:

$$\dot{\bar{\omega}}_{(1,2),i}(t) = \sqrt{\frac{-\bar{\varphi}_{1,i}(t) \pm \sqrt{\bar{\varphi}_{1,i}^2(t) - 4\bar{\varphi}_{2,i}(t)}}{2}}.$$

Зададим вспомогательное управляющее воздействие в виде (28), где  $\bar{T}_i(t) = \frac{4\pi^2}{\bar{\omega}_{1,i}(t)\bar{\omega}_{2,i}(t)}$ .

Пусть в функциях  $f_i(t)$   $A_1 = 1$ ,  $A_2 = 3$ ,  $A_3 = 2$ ,  $A_4 = 4$ ,  $\omega_1 = \pi/2$ ,  $\omega_2 = \pi$ ,  $\omega_3 = \pi/2$ ,  $\omega_4 = \pi/4$ ,  $\varphi_1 = \pi/3$ ,  $\varphi_2 = \pi/4$ ,  $\varphi_3 = \pi/6$ ,  $\varphi_4 = \pi/2$ . На рис. 3 представлены переходные процессы по  $\varepsilon_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 4$ .

Результаты моделирования показали, что поставленная цель (19) выполняется.

### Заключение

В статье предложен синтез простой системы компенсации внешнего неизвестного ограниченного периодического возмущения, основанной на адаптивной идентификации частот синусоидальных сигналов с кратными периодами. Следует отметить, что применение данного способа компенсации требует точных оценок (без смещений) частот синусоидальных сигналов. В противном случае смещение идентифицируемых частот от истинных может привести к невыполнению постав-

ленной цели (2) или (19). Допускается оценка частот в некотором множестве, однако среднее значение оценки должно быть истинным. Время переходных процессов в системе управления напрямую зависит от времени идентификации частот синусоидальных сигналов.

Используемый в статье алгоритм идентификации частот синусоидальных сигналов достаточно чувствителен к помехам измерения или к ситуации, когда на возмущение наложена нерегуляр-

ная составляющая. В таких случаях необходимо применять различные фильтры для уменьшения влияния помехи или нерегулярных составляющих.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 13-08-01014, 12-08-01183), а также программы ОЭММПУ РАН «Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности» № 14.

## Литература

1. **Smith J. M.** Closer control of loops with dead time // *Chem. Eng. Prog.* 1959. Vol. 53. P. 217–219.
2. **Гурецкий Х.** Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. – М.: Машиностроение, 1973. – 328 с.
3. **Колмановский В. Б., Носов В. Р.** Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последствием. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
4. **Цыпкин Я. З.** Оптимальные адаптивные системы управления объектами с запаздыванием // *Автоматика и телемеханика.* 1986. № 8. С. 5–24.
5. **Фуртат И. Б., Цыкунов А. М.** Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу // *Изв. вузов. Приборостроение.* 2005. № 7. С. 15–19.
6. **Furtat I. B., Thykunov A. M.** Output adaptive control for plants using time delay in output signal based on the modified algorithm of adaptation of the high order // *Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP '07): 9<sup>th</sup> IFAC Workshop/ IPACS Electronic Library.* 2007. <http://lib.physcon.ru/doc?id=9df9ebaa7845> (дата обращения: 11.09.2013).
7. **Niculescu S. I., Annaswamy A. M.** An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree  $n \leq 2$  // *Systems and Control Letters.* 2003. Vol. 49. N 5. P. 347–358.
8. **Фуртат И. Б.** Адаптивное управление объектом с запаздыванием по управлению без использования прогнозирующих устройств // *Управление большими системами.* 2012. Вып. 40. С. 144–163.
9. **Цыкунов А. М.** Следящие системы для линейных объектов с запаздывающим управлением // *Мехатроника, автоматизация, управление.* 2008. № 8. С. 7–12.
10. **Цыкунов А. М.** Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // *Автоматика и телемеханика.* 2007. № 7. С. 103–115.
11. **Xia X.** Global Frequency Estimation Using Adaptive Identifiers // *IEEE Trans. on Automatic Control.* 2002. Vol. 47. N 7. P. 1188–1193.
12. **Ren W., Beard R. W.** Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies // *IEEE Trans. on Automatic Control.* 2005. Vol. 50. N 5. P. 655–661.
13. **Агаев Р. П., Чеботарев П. Ю.** Матрица максимальных исходящих лесов орграфа и ее применения // *Автоматика и телемеханика.* 2000. № 9. С. 15–43.
14. **Фуртат И. Б.** Робастная синхронизация динамической сети с переключающейся структурой // *Информационно-управляющие системы.* 2011. № 5. С. 23–30.

УДК 330.3

Методы оптимального распределения ресурсов при реализации программ повышения устойчивости промышленного предприятия

*Колесников А. М., Сторощук А. Н.* Информационно-управляющие системы, 2013. № 5. С. 93–96.

Рассматривается проблема разработки и применения экономического механизма управления устойчивостью производственного предприятия, в частности, теоретические вопросы совершенствования методики оценки угроз устойчивому развитию промышленных предприятий на ранней стадии их возникновения на основе оптимального распределения ресурсов при реализации программ адаптивного управления. Для анализа устойчивости производственного предприятия выдвигается целесообразность выявления сети проблемных ситуаций, которые и отражают основные угрозы его устойчивому развитию.

*Ключевые слова* — устойчивость предприятия, программа повышения устойчивости, оптимальное распределение ограниченных ресурсов, индекс устойчивости, метод динамического программирования.

Список лит.: 3 назв.

УДК 519.61:511-33

Взвешенная конференц-матрица, обобщающая матрицу Белевича на 22-м порядке

*Балонин Н. А., Сергеев М. Б.* Информационно-управляющие системы, 2013. № 5. С. 97–98.

Приводится взвешенная конференц-матрица  $W(n, n-2)$ , обобщающая матрицу Белевича на порядке 22. Дается оценка максимальности ее определителя на классе квазиортогональных матриц этого порядка сравнением с экстремальной модульно шестиуровневой M-матрицей диагонального типа.

*Ключевые слова* — ортогональные матрицы, квазиортогональные матрицы, матрицы Адамара, матрицы Белевича, взвешенные конференц-матрицы.

Список лит.: 11 назв.

UDC 330.3

Methods of Optimal Distribution of Resources Implementing Programs to Enhance Sustainability of an Industrial Enterprise

*Kolesnikov A. M., Storoschuk A. N.* IUS, 2013. N 5. P. 93–96.

There has been considered a scientific problem of development and application of an economic mechanism for controlling sustainability of an industrial enterprise, in particular, theoretical issues of improving methodology of assessment of threats to sustainable development of industrial enterprises in their early stages based on optimal distribution of resources implementing adaptive management programs. To analyze sustainability of an industrial enterprise there has been reviewed expediency of identifying network problem issues that reflect major threats to its sustainable development.

*Keywords* — Sustainability of an Enterprise, Sustainability Enhancement Program, Optimal Distribution of Scarce Resources, Sustainability Index, Dynamic Programming Method.

Refs: 3 titles.

UDC 519.61:511-33

Weighted Conference Matrix Generalizing Belevich Matrix at the 22nd Order

*Balonin N. A., Sergeev M. B.* IUS, 2013. N 5. P. 97–98.

There has been given a weighted conference matrix  $W(n, n-2)$  generalizing Belevich matrix at the 22nd order. Maximum of its determinant in the class of quasi-orthogonal matrices of this order has been evaluated by comparison with an extreme modular 6-level diagonal type M-matrix.

*Keywords* — Orthogonal Matrices, Quasi-Orthogonal Matrices, Hadamard Matrices, Belevich Matrices, Weighted Conference Matrices

Refs: 11 titles.



## УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

**При подготовке рукописей статей необходимо руководствоваться следующими рекомендациями.**

Статьи должны содержать изложение новых научных результатов. Название статьи должно быть кратким, но информативным. В названии недопустимо использование сокращений, кроме самых общепринятых (РАН, РФ, САПР и т. п.).

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 20 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала Word шрифтом Times New Roman размером 13, поля не менее двух сантиметров.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание (при отсутствии — должность), полное название организации, аннотация и ключевые слова на русском и английском языках, электронные адреса авторов, которые по требованию ВАК должны быть опубликованы на страницах журнала. При написании аннотации не используйте аббревиатур и не делайте ссылок на источники в списке литературы.

Статьи авторов, не имеющих ученой степени, рекомендуется публиковать в соавторстве с научным руководителем, наличие подписи научного руководителя на рукописи обязательно; в случае самостоятельной публикации обязательно предоставляйте заверенную по месту работы рекомендацию научного руководителя с указанием его фамилии, имени, отчества, места работы, должности, ученого звания, ученой степени — эта информация будет опубликована в ссылке на первой странице.

**Формулы** набирайте в Word, не используя формульный редактор (Mathtype или Equation), при необходимости можно использовать формульный редактор; для набора одной формулы не используйте два редактора; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта никогда не пользуйтесь вкладкой Other..., используйте заводские установки редактора, не подгоняйте размер символов в формулах под размер шрифта в тексте статьи, не растягивайте и не сжимайте мышью формулы, вставленные в текст; в формулах не отделяйте пробелами знаки: + = -.

Для набора формул в Word никогда не используйте Конструктор (на верхней панели: «Работа с формулами» — «Конструктор»), т. к. этот ресурс предназначен только для внутреннего использования в Word и не поддерживается программами, предназначенными для изготовления оригинал-макета журнала.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

**Иллюстрации** в текст не заверстываются и предоставляются отдельными исходными файлами, поддающимися редактированию:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы предоставляйте в виде отдельных исходных файлов, поддающихся редактированию, используя векторные программы: Visio 4, 5, 2002-2003 (\*.vsd); Coreldraw (\*.cdr); Excel (\*.xls); Word (\*.doc); Adobellustrator (\*.ai); AutoCad (\*.dxf); Matlab (\*.ps, \*.pdf или экспорт в формат \*.ai).

— если редактор, в котором Вы изготавливаете рисунок, не позволяет сохранить в векторном формате, используйте функцию экспорта, например, в формате \*.ai, \*.esp, \*.wmf, \*.svg.

— фото и растровые — в формате \*.tif, \*.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

Наличие подрисуночных подписей обязательно (желательно не повторяющих дословно комментарии к рисункам в тексте статьи).

**В редакцию предоставляются:**

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, e-mail), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате \*.tif, \*.png с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40 × 55 мм;

— экспертное заключение.

**Список литературы** составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Список литературы предоставляйте в двух вариантах: первый на языках оригиналов и второй — перевод (не транслитерация, а перевод) списка на английский язык.

Более подробно правила подготовки текста с образцами изложены на нашем сайте в разделе «Оформление статей».

### Контакты

Куда: 190000, Санкт-Петербург,

Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ

Кому: Редакция журнала «Информационно-управляющие системы»

Тел.: (812) 494-70-02

Эл. почта: ius.spb@gmail.com

Сайт: www.i-us.ru