

УДК 629.735.33

АНАЛИЗ СПЕКТРОВ В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ. РЕЗОНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ

М. А. Ваганов,

ассистент, младший научный сотрудник

О. Д. Москалец,

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Рассматривается специфика измерения спектров оптических сигналов и аналитические методы спектральных измерений в радио- и оптическом диапазоне. В качестве модели анализируемого оптического сигнала принят гармонизируемый случайный процесс. Одномерный интегральный оператор, устанавливающий соотношения вход-выход линейной системы, преобразован к матричной форме на случай многомерной линейной системы для параллельного анализатора спектра сигналов оптического диапазона. Установлена связь числа резонаторов со временем измерения текущего спектра.

Ключевые слова — многомерная линейная система, параллельный анализ спектра, оптический сигнал, комплексный спектр, гармонизируемый случайный процесс, матричная аппаратная функция, интерполяционная теорема.

Введение

В физике и технике спектральные методы и приборы принадлежат к числу наиболее распространенных, и в настоящее время нет видимых причин, которые бы привели к изменению этого положения. Анализ гармонического спектра относится к числу важнейших физических измерений, особенно при исследовании сигналов оптического диапазона, где динамика функций источников может быть изучена только посредством выполнения спектроскопических измерений, поскольку исследование оптических сигналов как функций времени с помощью осциллографической техники не представляется возможным.

Среди приборов для научных исследований аппаратура гармонического анализа занимает особое место: техника спектроскопии развивается в течение многих лет очень высокими темпами, более быстрыми, чем в других областях физического эксперимента и анализа. Поэтому результатом развития техники спектроскопии является целый ряд методов анализа гармонических спектров и расширяющаяся номенклатура спектральных приборов.

Огромная роль аппаратного гармонического анализа в современной науке и технике и высокий уровень развития спектрального приборостроения требуют хорошо разработанной теории спектральных измерений, а дальнейший про-

гресс науки и техники требует разработки новых методов и принципов измерения спектров динамических сигналов, особенно оптического диапазона, а также интерпретации результатов спектральных измерений.

Данная статья посвящена исследованию особенностей измерений оптических спектров, в частности теоретическому описанию параллельного анализа спектра с помощью резонансных систем методами матричного анализа.

Постановка задачи анализа спектра в оптическом диапазоне

Анализ спектра оптического излучения относится к одному из двух основных классов обратных задач в оптике, целью которых является получение информации о временных изменениях, т. е. о динамике функций источников или временных частотных спектрах [1]. Иными словами, речь идет об измерении спектров колебательных явлений оптического диапазона. Измерительный процесс является видом информационного процесса, поэтому измеряемые величины и функции должны описываться в терминах теории вероятностей, и спектральный прибор здесь рассматривается как детерминированная система под стохастическим воздействием, при этом моделью анализируемого сигнала является гармонизуе-

мый случайный процесс, представимый в форме интеграла Фурье — Стильгеса:

$$X(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) dF(\omega), \quad (1)$$

где ω — временная угловая частота; $F(\omega)$ — произвольная монотонно неубывающая функция аргумента ω .

Случайному процессу (1) соответствует однородная плоская стохастическая скалярная волна, в реальных условиях усеченная по пространственным координатам:

$$\hat{V}X(t) = F_{xy}X\left(t - \frac{z}{c}\right), \quad (2)$$

где \hat{V} — оператор перехода от колебательного процесса к волне [2]; F_{xy} — апертурная диафрагма, выполняющая пространственное усечение однородной плоской волны; z — расстояние, пройденное волной; c — скорость распространения волны.

Волна (2) несет информацию о динамике функций источников, т. е. является носителем спектроскопической информации. Представление носителя спектроскопической информации в оптическом диапазоне в форме скалярной однородной плоской волны полностью соответствует общим принципам оптической спектрометрии [3, 4].

Важнейшей задачей спектрометрии является установление связи между математическим и физическим спектром, получаемым с помощью измерительной спектральной аппаратуры [5]. В случае стохастического анализируемого сигнала возможно два пути решения этой задачи. Первый путь заключается в установлении связи вход-выход спектрального прибора при воздействии случайного процесса [6]. Второй путь состоит в исследовании обработки реализации случайного процесса спектральным прибором и представлен в данной работе.

В общем случае случайная спектральная функция $F(\omega)$ в соотношении (1) не является дифференцируемой. Примером может служить стационарный случайный процесс, который хорошо описывает оптические колебания большинства источников. В условиях реального физического эксперимента время T взаимодействия изучаемого процесса и измерительного прибора всегда ограничено. Поэтому анализируемые сигналы должны рассматриваться как финитные, в частности, как результат усечения во времени некоторого другого случайного процесса $Y(t)$ большей длительности:

$$X_T(t) = Y(t) \cdot \chi(t) = \begin{cases} X(t), & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & t \notin [t_1, t_2] \end{cases} \quad (3)$$

где $\chi(t)$ — характеристическая функция промежутка $[t_1, t_2]$; $T = t_2 - t_1$.

Финитный нестационарный случайный процесс $X_T(t)$ также является гармонизуемым и представим в форме интеграла Фурье — Стильгеса [7]:

$$X_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) dZ(\omega). \quad (4)$$

Случайная спектральная функция $Z(\omega)$ в соотношении (4) дифференцируема почти наверное, т. е. на всем множестве реализаций существует с вероятностью единица комплексная случайная спектральная функция [7]

$$S(\omega) = \frac{dZ(\omega)}{d\omega}. \quad (5)$$

В условиях реального физического эксперимента одна из реализаций ${}^kS(\omega)$ ансамбля (5) является математическим спектром, который следует связать со спектром физическим. Спектральной реализации ${}^kS(\omega)$ соответствует реализация ${}^k\xi(t)$ нестационарного случайного процесса (3):

$${}^k\xi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} {}^kS(\omega) \exp(i\omega t) d\omega, \quad (6)$$

где

$${}^kS(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} {}^k\xi(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (7)$$

— реализация комплексной спектральной функции из ансамбля (5), которая, являясь преобразованием Фурье реализации случайного процесса ${}^k\xi(t)$, т. е. математическим спектром, подлежит дальнейшей обработке спектральным прибором.

Реализации случайного процесса ${}^k\xi(t)$ соответствует волновой пучок с однородным плоским фронтом:

$$\hat{V}{}^k\xi(t) = F_{xy}{}^k\xi\left(t - \frac{z}{c}\right). \quad (8)$$

Волновой пучок (8) падает на спектральный прибор с апертурой F_{xy} , выдающий спектроскопическую информацию о динамике функции источников, т. е. о спектральных функциях оптических колебаний. Эта информация извлекается непосредственно из волны (8) и проявляется на выходе фотодетекторов. В этом заключается существенное отличие действия спектральных приборов оптического диапазона — волновых анализаторов [8] от анализаторов спектра радиосигналов, где в качестве анализируемых сигналов рассматриваются колебательные явления в форме электрического тока или напряжения, в частности, формируемые с помощью приемной антенны.

Аналитические методы спектromетрии в радио- и оптическом диапазонах

Спектromетрия — это область физики и техники, разрабатывающая методы и теорию измерения спектров, в рамках которой, как отмечалось выше, должна быть установлена связь между математическим и физическим спектром. Спектromетрия объединяет разделы прикладной спектроскопии, метрологии и теории линейных систем.

Связь между математическим и физическим спектром можно установить, опираясь на методы теории линейных систем. Основной задачей теории линейных систем является установление связи между входом и выходом системы и в связи с этим определение ее исчерпывающей характеристики.

В теории систем существует два подхода к описанию системы — микро- и макроподход. Микроподход предполагает, что известна структура системы, а макроподход рассматривает систему как «черный ящик». В теории спектральных измерений спектральный прибор, рассматриваемый в рамках макроподхода, осуществляет линейное преобразование, которое в общем виде дается выражением

$$y(\xi) = \hat{L}x(\xi), \quad (9)$$

где \hat{L} — линейный оператор; $x(\xi)$, $y(\xi)$ — вход и выход линейной системы соответственно.

Соотношение (9) имеет весьма общий характер и не может быть применено к описанию передачи сигнала линейной системой. В 1935 г. Дж. фон Нейман сформулировал проблему представления линейного оператора в (9) в форме интегрального:

$$y(\xi) = \hat{L}x(\xi) = \int_{\Xi} g(\xi, \xi') \cdot x(\xi') d\xi', \quad (10)$$

где ядро $g(\xi, \xi')$, функция-прообраз $x(\xi')$ и отображение $y(\xi')$ являются абстрактными функциями абстрактных аргументов.

Решение этой проблемы на математическом уровне строгости было получено только к середине 70-х годов [9]. До этого времени предлагались различные эвристические методы получения интегрального оператора (10). Один из них предложен [10] для описания действия оптического спектрального прибора, у которого входом и выходом являются энергетические спектральные функции:

$$f(x') = \int_{-\infty}^{\infty} a(x' - x) \varphi(x) dx, \quad (11)$$

где $f(\cdot)$ — спектральное распределение интенсивности излучения, полученное экспериментально

с помощью реального спектрального прибора; $a(\cdot)$ — аппаратная функция — реакция спектрального прибора на монохроматическое излучение, являющаяся исчерпывающей характеристикой спектрального прибора; $\varphi(\cdot)$ — функция, описывающая истинное распределение энергии по спектру.

С помощью соотношения (11) описывается действие всех спектральных приборов оптического диапазона, несмотря на присутствие ему серьезные недостатки, к числу которых относятся следующие. Во-первых, как отмечалось выше, это соотношение получено эвристически, во-вторых, не определено понятие $\varphi(\cdot)$ истинного распределения энергии по спектру, в-третьих, под аргументами x и x' понимаются длина волны, частота и координаты в плоскости спектра либо координаты на записи спектра [10], т. е. величины различной физической размерности.

Теория линейных систем является дисциплиной математической и требует строгого вывода соотношения, устанавливающего связь вход-выход линейной системы, в частности, спектрального прибора. В связи с этим вопрос о представлении линейного оператора в форме интегрального был пересмотрен [11, 12]. В результате была математически корректно установлена заново основная интегральная связь теории линейных систем в форме (10), при этом был определен математический смысл аппаратной функции в форме действия линейного ограниченного оператора \hat{L} на δ -функцию:

$$A(\xi, \xi') = \hat{L}\delta(\xi - \xi'), \quad (12)$$

где $A(\xi, \xi')$ — аппаратная функция линейной системы.

Роль аппаратной функции имеет исключительное значение в теории как линейных систем, так и оптических спектральных приборов в частности. Аппаратная функция как реакция спектрального прибора на монохроматическое излучение позволяет определить важнейшую характеристику спектрального прибора — его разрешающую способность.

Смысл аппаратной функции как характеристики спектрального прибора, являющегося линейной системой, требует уточнения. Речь идет об однозначном определении аргументов x и x' в соотношении (11). Математической основой теории спектральных измерений является гармонический анализ (теория интегралов Фурье), где вводится понятие математического спектра, откуда следует, что аргументом спектральных функций может быть только частота.

Далее, для спектрального прибора необходимо определить линейный оператор \hat{L} в соотноше-

нии (12). Для этого следует представить гармоническое колебание в форме

$$\exp[i(\omega' t)] = \hat{F}^{-1} \delta(\omega - \omega'), \quad (13)$$

где \hat{F}^{-1} — оператор обратного преобразования Фурье.

Тогда однородная плоская монохроматическая волна дается выражением

$$\hat{V} \hat{F}^{-1} \delta(\omega - \omega') = \exp[i(\omega' t - kz)], \quad (14)$$

и в случае спектральных измерений оператор в соотношении (12)

$$\hat{L} = \hat{S} \hat{V} \hat{F}^{-1}, \quad (15)$$

где \hat{S} — линейный оператор, описывающий действие собственного спектрального прибора.

Таким образом, аппаратная функция, соответствующая однократному измерению спектра, определяется как

$$A(\omega, \omega') = \hat{S} \hat{V} \hat{F}^{-1} \delta(\omega - \omega'). \quad (16)$$

Полученное определение аппаратной функции удовлетворяет теории линейных систем и может быть использовано для описания действия анализаторов спектра как радио-, так и оптического диапазонов.

Общий подход (10) при описании действия анализаторов спектра радиодиапазона нашел свое приложение с запозданием. До этого в радиоспектрометрии применялись частные методы описания конкретных методов измерения спектра. При последовательном анализе измерение спектра производится с помощью одного узкополосного фильтра при последовательной перестройке анализатора по всему диапазону анализируемых частот. Эта перестройка выполняется двумя способами: либо с помощью перестраиваемого гетеродина, либо с помощью перестраиваемого резонатора. Для описания действия последовательных гетеродинных анализаторов спектра радиодиапазона был детально разработан метод динамических частотных характеристик линейных пассивных систем при воздействии на их вход колебания с линейно-меняющейся частотой [13]. Менее разработанным остался вопрос о динамических частотных характеристиках для последовательного анализа спектра при изменении частоты настройки резонансной системы [14]. Эти исследования фактически означали установление аппаратных функций спектральных приборов радиодиапазона, однако представления результатов измерения спектров в форме, подобной (10), сделано не было.

Применение соотношения типа (10), (11) к описанию измерения комплексных спектров в радиодиапазоне впервые было предложено в работах [15, 16] и нашло свое дальнейшее применение, в том числе и к описанию действия оптических спектральных приборов [2, 12]. В последнем случае входом и выходом спектрального прибора является комплексный или энергетический спектр анализируемого сигнала, а его выходом — физический (аппаратурный) комплексный спектр $S_a(\omega, t)$, переменный во времени, либо энергетический спектр, зафиксированный за время обработки. Временная зависимость $S_a(\omega, t)$ определяется спецификой действия спектрального прибора, что, в конечном счете, определяется свойствами аппаратной функции. Комплексные спектры рассматриваются как первичные, а энергетические — как вторичные, полученные в результате дальнейшей обработки комплексных спектров [2].

При реальных измерениях анализ спектра выполняется на нестационарном промежутке времени, и аппаратные спектры являются переменными во времени, а связь вход-выход спектрального прибора записывается в форме

$$S_a(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega, \omega', t) S(\omega') d\omega', \quad (17)$$

где $A(\omega, \omega', t)$ — комплексная аппаратная функция, зависящая еще и от времени как от параметра; $S_a(\cdot)$ — комплексный аппаратный (физический) спектр; $S(\cdot)$ — комплексный спектр сигнала на входе анализатора, т. е. математический спектр.

При параллельном анализе спектра разрешающая система анализатора спектра состоит из набора резонаторов, каждый из которых настроен на определенную частоту. При одновременном воздействии исследуемого сигнала на все резонаторы каждый из них будет откликаться на воздействие совокупности спектральных компонент, находящихся в пределах его полосы пропускания. По числу и расположению по оси частот возбужденных резонаторов можно судить о структуре исследуемого спектра.

В случае параллельного анализа исследование действия анализатора спектра сводилось либо к изучению действия резонатора [8], либо к исследованию динамической частотной характеристики при постоянной настройке резонатора и воздействии на его вход гармонического колебания [17]. И, таким образом, связь между математическим и физическим спектром установлена не была.

Дальнейшее исследование преследует цель обобщить соотношение (10) на случай многомерной линейной системы в форме параллельного анализатора спектра сигналов оптического диапазона.

Параллельный анализ спектров в оптическом диапазоне

Тема параллельного анализа спектра в оптическом диапазоне впервые была обозначена авторами данной статьи в патенте РФ [18]. Структурная схема такого анализатора приведена на рисунке, где блоки 3 и 4 образуют канал анализа спектра.

Каждый блок узкополосной фильтрации содержит оптический резонатор (интерференционный фильтр), настроенный на определенную частоту (длину волны). Совокупность этих блоков образует разрешающую систему параллельного анализатора спектра оптических сигналов.

При параллельном анализе естественным обобщением соотношения (10) является его применение к теории многомерных линейных систем, и это соотношение преобразуется к матричной форме.

В общем случае передача сигнала многомерной линейной системой описывается следующим образом [19]:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \dots & H_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $\|y_j\|$ — матрица-столбец выходов; $\|H_{ij}\|$ — передаточная матрица многомерной линейной системы, которая является ее исчерпывающей характеристикой; $\|x_j\|$ — матрица-столбец входов.

Параллельный анализатор спектра является многомерной линейной системой без перекрестных связей между каналами (автономной системой), и свойства такой системы характеризуются диагональной матрицей [19]. С учетом выражений (17) и (18) спектральная обработка сигнала таким

спектральным прибором определяется следующим образом:

$$\begin{pmatrix} S_{a1}(\omega, t) \\ S_{a2}(\omega, t) \\ \vdots \\ S_{ak}(\omega, t) \\ \vdots \\ S_{an}(\omega, t) \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} A_{11}(\omega_1, \omega', t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22}(\omega_2, \omega', t) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & A_{kk}(\omega_k, \omega', t) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & A_{nn}(\omega_n, \omega', t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S(\omega') \\ S(\omega') \\ \vdots \\ S(\omega') \\ \vdots \\ S(\omega') \end{pmatrix} d\omega', \quad (19)$$

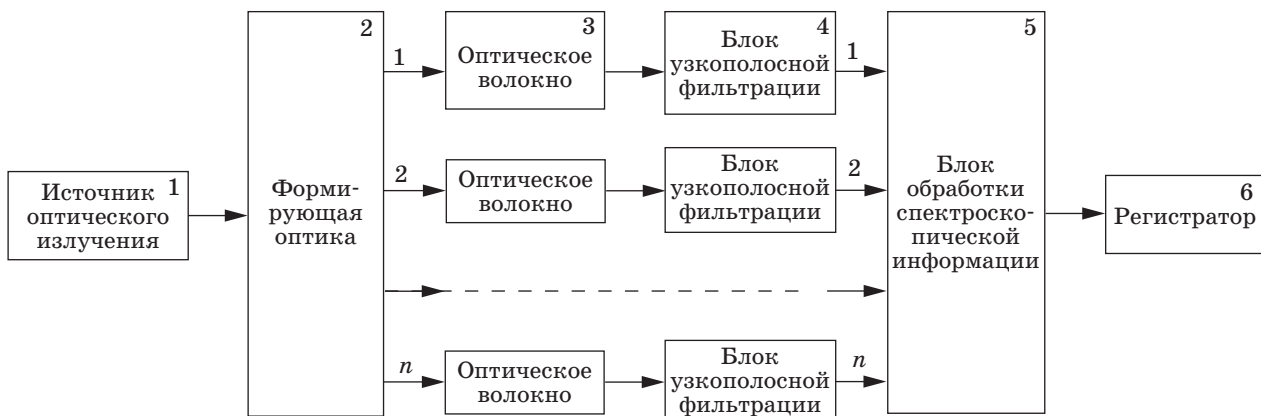
где $A_{kk}(\omega_k, \omega', t)$ — аппаратная функция k -го канала анализа спектра.

Выражение (19), описывающее алгоритм действия разрешающей системы параллельного спектрального прибора оптического диапазона, введено впервые.

Комплексная аппаратная функция k -го канала анализа спектра определяется как

$$A_k(\omega_k, \omega', t) = K_k(\omega_k, \omega') \cdot B_k(\omega') e^{i\omega' t}, \quad (20)$$

где $K_k(\omega_k, \omega')$ — передаточная функция k -го блока узкополосной фильтрации; $B_k(\omega')$ — передаточная функция отрезка оптического волокна.



■ Структурная схема параллельного анализатора спектра сигналов оптического диапазона

Для краткости записи представим выражение (19) как

$$\|S_{ak}(\omega, t)\| = \int_{-\infty}^{\infty} \text{diag}\{A_{kk}(\omega_k, \omega', t)\} \|S(\omega')\| d\omega', \quad (21)$$

где $\text{diag}\{A_{kk}(\omega_k, \omega', t)\}$ — аппаратная функция всей системы; с учетом выражения (20) она определяется как

$$\begin{aligned} & \text{diag}\{A_{kk}(\omega_k, \omega', t)\} = \\ & = \text{diag}\{K_{kk}(\omega_k, \omega')\} \cdot \text{diag}\{B_{kk}(\omega')\} e^{i\omega't}. \quad (22) \end{aligned}$$

В работе [2] показано, что такой анализатор спектра выполняет анализ текущего спектра каждым резонатором в соответствии с определением А. А. Харкевича [8] и дается соотношением [2]

$$S_{ak}(\omega_k, t) = e^{i\omega_k t} H_k(0) \int_{t_0}^t s(\tau) e^{-i\omega_k \tau} d\tau, \quad (23)$$

где величина $H_k(0)$ играет роль коэффициента [2].

При параллельном анализе спектра физический спектр представляется в виде дискретных значений (отсчетов), тогда как спектр финитного сигнала на входе анализатора, согласно теореме Винера — Пэли, описывается целой функцией экспоненциального типа степени $T/2$. Такие функции являются не только непрерывными, но и бесконечно дифференцируемыми. Это свойство спектральной функции ставит вопрос о соотношении между анализируемым спектром и его дискретным представлением.

Названное соотношение устанавливается с помощью интерполяционной теоремы Уиттекера (теоремы отсчетов), определяющей свойства преобразований Фурье финитных функций. Теорема отсчетов известна в теории связи как теорема Котельникова и доказана им для функций времени. Интерполяционная теорема Уиттекера носит общий характер и таким образом имеет аналог в частотной области [20]. Теорема отсчетов в частотной области утверждает: если $S(\omega)$ есть спектр функции $s(t)$, тождественно равной нулю вне интервала $T_1 < t < T_2$, то $S(\omega)$ однозначно определяется последовательностью его значений в точках, отстоящих на расстоянии [20]

$$\Delta\omega \leq \frac{\pi}{T_2 - T_1}, \quad (24)$$

где $T = T_2 - T_1$ — длительность импульса.

Тогда спектр определяется как

$$S(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} S\left(\frac{n\pi}{T}\right) \frac{\sin(\omega T - n\pi)}{(\omega T - n\pi)}. \quad (25)$$

Анализ текущего спектра выполняется на нестационарном интервале $[t_0, t]$, который непрерывно возрастает. Иными словами, длительность обрабатываемой реализации в соответствии с (23) изменяется и непрерывно возрастает как $t - t_0$ до значения T . Это соответствует непрерывному сгущению отчетных точек, которые определяются интервалами частот между частотами настройки резонаторов:

$$\Delta\omega(t) \leq \frac{\pi}{t - t_0}. \quad (26)$$

В реальных условиях количество резонаторов и интервал между частотами настройки резонаторов определены заранее, поэтому при $t - t_0 > T$ восстановление спектра в соответствии с соотношением (24) становится невозможным.

Заключение

В настоящей работе дан анализ специфики спектральных измерений в оптическом диапазоне. Отмечено, что анализ спектра принадлежит категории информационных процессов, при этом в качестве адекватной модели анализируемого колебания источника принят гармонизируемый случайный процесс.

Условия реального физического эксперимента позволили рассматривать в качестве математического спектра преобразование Фурье единственной реализации, обрабатываемой спектральным прибором. В отличие от традиционных принципов оптической спектрометрии, проведенные теоретические исследования исходят из понятия комплексного спектра. Переход к энергетическим спектрам выполнен в работе [2] и здесь не рассматривается.

Исследование резонаторного параллельного анализатора спектра оптических сигналов рассматривается с позиций теорий многомерных линейных систем. Впервые соотношение вход-выход спектрального прибора дается в матричном виде, исчерпывающей характеристикой такого прибора является матричная аппаратная функция, которая вводится в форме диагональной матрицы.

Впервые поставлен и решен вопрос о связи числа резонаторов и максимально допустимого времени анализа на базе интерполяционной теоремы Уиттекера.

Выполненные теоретические выкладки опираются на общую теорию линейных систем и одинаково применимы для описания действия параллельных анализаторов спектра, работающих как в радио-, так и в оптическом диапазонах.

Литература

1. **Обратные задачи в оптике** / Под. ред. Г. П. Болтса: пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1984. — 199 с.
2. **Ваганов М. А., Москалец О. Д.** Параллельный анализ спектра динамических сигналов // Информационно-управляющие системы. 2011. № 5(54). С. 15–22.
3. **Малышев В. И.** Введение в экспериментальную спектроскопию. — М.: Наука, 1979. — 478 с.
4. **Тарасов К. И.** Спектральные приборы. 2-е изд., доп. и перераб. — Л.: Машиностроение, 1977. — 367 с.
5. **Горелик Г. С.** Колебания и волны. 2-е изд. — М.: ГИФМЛ, 1959. — 650 с.
6. **Москалец О. Д.** Соотношение «вход-выход» спектрального прибора при воздействии случайного процесса // Изв. вузов. Приборостроение. 1995. Т. 38. № 9–10. С. 35–38.
7. **Железнов Н. А.** Некоторые вопросы спектрально-корреляционной теории нестационарных сигналов // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4. № 3. С. 359–373.
8. **Харкевич А. А.** Спектры и анализ. 4-е изд. — М.: ГИФМЛ, 1962. — 236 с.
9. **Коротков В. Б.** Интегральные операторы. — Новосибирск: Наука, 1983. — 224 с.
10. **Раутиан С. Г.** Реальные спектральные приборы // Успехи физических наук. 1958. Т. 66. Вып. 3. С. 475–517.
11. **Москалец О. Д.** Линейность и интеграл суперпозиции // Оптические и оптико-электронные средства обработки информации: сб. науч. тр. / АН СССР, ФТИ им. А. Ф. Иоффе. Л., 1989. С. 279–285.
12. **Moskaletz O. D.** Classical and quantum approaches to power spectrum measurement by diffractional methods // Proc. of SPIE. 1999. Vol. 3900. P. 297–308.
13. **Турбович И. Т.** Динамические частотные характеристики избирательных систем // Радиотехника. 1957. Т. 12. № 11. С. 39–49.
14. **Седакин Н. М.** Реакция колебательной системы с линейно-меняющейся собственной частотой // Радиотехника и электроника. 1959. № 3. С. 457–462.
15. **Кирюхин А. М., Москалец О. Д., Ульянов Г. К.** Дисперсионный анализ спектров видео- и радиоимпульсов // Тр. ЛИАП. Л., 1969. Вып. 64. С. 40–52.
16. **Кулаков С. В., Москалец О. Д., Разживин Б. П.** Некоторые вопросы теории оптико-акустического анализатора спектра // Тр. ЛИАП. Л., 1969. Вып. 64. С. 96–108.
17. **Берсон З. Г.** Разрешающая способность и динамические частотные характеристики селективных систем при постоянной настройке относительно возмущающего сигнала // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая. 1964. С. 75–79.
18. **Пат. 86734 РФ, МПК⁸ G 01 J 3/26.** Параллельный анализатор спектра сигналов оптического диапазона / И. Н. Архипов, М. А. Ваганов, С. В. Кулаков, Е. Н. Котликов, О. Д. Москалец, Л. Н. Пресленев, В. Н. Прокашев (РФ). № 2009116195/22 // Изобретения и полезные модели. 2009. № 25. 2 с.
19. **Мирошник И. В.** Теория автоматического управления. Линейные системы. — СПб.: Питер, 2005. — 336 с.
20. **Голдман С.** Теория информации: пер. с англ. — М.: Изд-во ИИЛ, 1957. — 446 с.