

УДК 004.056.5

# КРИПТОГРАФИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КЛЮЧЕЙ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

**В. Д. Лернер<sup>1</sup>,**

начальник отдела информационно-коммуникационного обеспечения  
ООО «Космос СПб», г. Санкт-Петербург

*Рассматриваются современные системы многоуровневой защиты информации, приводятся ключевые достоинства систем и обосновываются их недостатки. На основе формируемых требований к таким системам предлагается комбинированный алгоритм для криптографического распределения ключей.*

**Ключевые слова** — защита информации, иерархические системы, криптографическое распределение ключей.

## Введение

Многоуровневая защита обеспечивает разграничение доступа субъектов с различными правами доступа к объектам различных уровней конфиденциальности [1].

Системы многоуровневой защиты предназначены для того, чтобы пользователи имели доступ только к тем частям автоматизированной системы обработки информации, на которые они имеют полномочия, и не могли получить доступ к другим частям автоматизированной системы.

Существуют различные формы разграничения доступа к информации в многоуровневых системах, но наиболее часто встречается модель, построенная по иерархическому принципу [2].

## Иерархический доступ

Иерархическую модель графически можно представить в виде однонаправленного родового дерева [3]. Корень может иметь произвольное число подчиненных (порожденных) элементов, у каждого из которых может быть произвольное число подчиненных элементов более низкого уровня, и так далее для любого числа уровней. У такого дерева корень — администратор системы, имеющий доступ ко всей информации в системе; узлы — пользователи различных уровней иерархии, имеющие доступ к своей информации

<sup>1</sup> Научный руководитель — доктор технических наук, профессор, доцент кафедры комплексной защиты информации Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения С. В. Беззатеев.

и информации подчиненных им пользователей; листья — пользователи, имеющие доступ только к своей информации. Ветви дерева являются однонаправленными сверху вниз и показывают возможные пути доступа к информации в системе. Принципиальным для иерархии является то, что каждый элемент приобретает свой смысл только тогда, когда он рассматривается в своем контексте, т. е. подчиненный элемент не может существовать без своего предшественника по иерархии.

Существует три основных метода построения систем защиты информации с иерархическим доступом:

- 1) административное распределение ключей;
- 2) иерархическое шифрование;
- 3) криптографическое распределение ключей.

Подробный анализ вышеперечисленных методов приведен в работах [2, 4], здесь же следует отметить, что метод криптографического распределения ключей, которому посвящена предлагаемая работа, позволяет использовать для шифрования информации стандартные широко известные алгоритмы, например ГОСТ 28147-89, DES, AES.

Впервые постановка и решение задачи криптографического распределения ключей в иерархических системах была предложена Аклом (Akl) и Тэйлором (Taylor) в 1983 г. [5].

В качестве иерархической системы Akl и Taylor рассматривали информационную, коммуникационную систему с общим числом пользователей  $|S|$ , в которой пользователи  $U_i, i \in S$  обладают разными полномочиями. Пользователи частично упорядочены отношением  $\subseteq$ , где  $U_i \subseteq U_j$  означает, что пользователь  $U_j$  может иметь доступ к информа-

ции своего подчиненного  $U_i$ ; если обозначить операцию доступа символом  $R$ , то  $U_jRU_i$ . По определению, все пользователи системы подчинены администратору системы — пользователю  $U_0$ , т. е.  $U_i \subseteq U_0 \Rightarrow U_0RU_i, \forall i \in S \setminus \{0\}$ . Администратор системы генерирует и раздает ключи всех пользователей системы  $K_i, i \in S \setminus \{0\}$ , а также выбирает симметричный алгоритм шифрования, который является единым алгоритмом шифрования для всех пользователей системы. Таким образом, каждый пользователь системы  $U_i$  шифрует собственную информацию, используя единый для всей системы алгоритм шифрования, выбранный администратором, и свой секретный ключ  $K_i$ .

Задача иерархического доступа к информации в такой системе сводится к генерированию таких ключей пользователей, которые бы позволяли осуществлять доступ к информации согласно полномочиям пользователей. Очевидно, что администратор, зная ключи всех пользователей системы, может дешифровать по известному алгоритму шифрования информацию любого пользователя системы, т. е.  $U_0RU_i, i \in S \setminus \{0\}$ .

Общий вид иерархической системы показан на рис. 1.

Введем следующие понятия, которые присущи родовому дереву [3]:

- 1) под отцами и сыновьями понимаются пользователи, которые стоят на соседних уровнях, и отец имеет доступ к информации сына;
- 2) под праотцами потомка  $U_i$  понимаются такие пользователи  $U_j$ , что  $U_jRU_i$ ;
- 3) пользователи, не имеющие сыновей, называются конечными пользователями;
- 4) под братьями понимаются пользователи, имеющие одного отца.

Каждому пользователю системы можно присвоить свой уникальный номер — идентификатор, который состоит из номеров праотцев всех предшествующих уровней (кроме 1-го) и своего номера (см. рис. 1).

Основные требования, предъявляемые к данному классу задач:

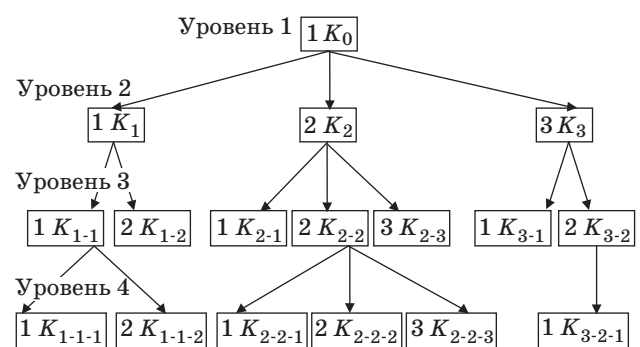


Рис. 1. Общий вид иерархической системы

1) пользователь системы должен иметь доступ к информации только согласно своим полномочиям;

2) коалиция пользователей не должна иметь доступ к информации не подчиненных им пользователей;

3) вычисление ключей пользователей на любом уровне не должно приводить к замедлению работы автоматизированной системы обработки информации;

4) система должна обеспечивать возможность увеличения как в глубину, так и в ширину, без перерасчета остальных параметров системы, т. е. при увеличении количества пользователей на любом уровне, кроме первого, не должен происходить пересчет ключей пользователей на остальных уровнях.

В данной статье не будет рассмотрен класс алгоритмов, которые для получения ключей используют либо выделенный сервер [6], либо смарт-карты [7].

Все существующие криптографические алгоритмы распределения ключей можно разделить на два класса:

1) алгоритмы «снизу-вверх», в которых либо открытый ключ, либо секретный ключ администратора содержит в себе ключи всех пользователей, начиная с самых нижних уровней;

2) алгоритмы «сверху-вниз», в которых ключ администратора не содержит в себе ключей потомков, но позволяет вычислить их по некоторому алгоритму.

### Алгоритм Дж. Йеха и Р. Шьяма

Одним из последних алгоритмов класса «снизу-вверх», родоначальниками которого были Ak1 и Taylor [5], является алгоритм Дж. Йеха (J. Yeh) и Р. Шьяма (R. Shyam) [8].

Схема алгоритма заключается в следующем.

Администратор выбирает два больших простых секретных числа  $p$  и  $q$  и вычисляет  $N = p \cdot q$  и  $\phi(N) = (p - 1) \cdot (q - 1)$ . Для каждого пользователя  $U_i$  выбирает простое число  $e_{U_i}$ , взаимнопростое с  $\phi(N)$ , затем вычисляет  $d_{U_i}$  такое, что  $e_{U_i} \cdot d_{U_i} \equiv 1 \pmod{\phi(N)}$ . Также администратор выбирает секретное число  $g$ , являющееся основанием по модулю  $N$ , а затем публикует только  $e_{U_1}, \dots, e_{U_s}$  и  $N$  и генерирует ключи для всех пользователей по следующей формуле:

$$K_j = g^{\prod_{U_i \subseteq U_j} d_{U_i}} \pmod{N},$$

т. е. аналогично всем подобным схемам в ключ отца  $U$  входят ключи  $d_{U_i}$  его потомков  $U_i \subseteq U_j$  и его собственный ключ  $d_{U_j}$ .

Если пользователь  $U_i$  хочет вычислить ключ пользователя  $U_t$ , он применяет следующую формулу:

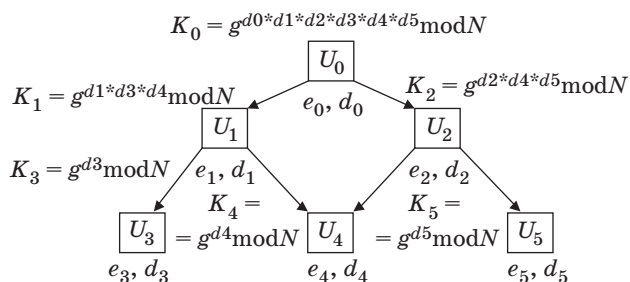


Рис. 2. Пример работы алгоритма J. Yeh и R. Shyam

$$K_t = K_i^{\prod_{U_j=U_i} e_{U_j}} \bmod N,$$

т. е. возводит свой ключ в степень произведения своего открытого ключа и открытых ключей всех своих потомков, кроме открытого ключа  $e_t$  пользователя  $U_t$ . Справедливость и безопасность алгоритма доказана в работе [8].

Пример работы алгоритма для шести пользователей приведен на рис. 2.

Для вычисления ключа  $K_4$  пользователь  $K_1$  выполняет следующую операцию:  $K_4 \equiv K_1^{e_1 * e_3} \bmod N \equiv g^{(d_1 * d_3 * d_4) * e_1 * e_3} \bmod N \equiv g^{d_4} \bmod N$ .

Существенным недостатком данного метода распределения ключей является необходимость переконфигурировать различные части системы при добавлении хотя бы одного пользователя  $U_i$ . В этом случае следует создать новые  $d_{U_i}$ , и  $e_{U_i}$  и заново пересчитать все ключи прародителей пользователя  $U_i$ . Также при удалении пользователя  $U_i$  следует заново рассчитать все ключи прародителей пользователя  $U_i$ , что приводит к необходимости дешифровать всю ранее зашифрованную этими пользователями информацию и шифровать ее с новыми ключами, что является очень трудоемкой и небезопасной операцией.

### Алгоритм Сандху

Второй подход к решению задач распределения ключей «сверху-вниз» в 1988 г. предложил Сандху (Sandhu) [9]. Идея алгоритма основывается на однонаправленных функциях, т. е. функциях, значения которых легко получить в одну сторону, но невозможно в обратную.

Стойкая хэш-функция должна обладать следующими свойствами:

1) односторонностью: пусть дано хэш-значение  $H(M)$  некоторого неизвестного сообщения  $M$ . Тогда вычислительно невозможно определить  $M$  по имеющемуся  $H(M)$ ;

2) стойкостью к коллизиям: пусть дано сообщение  $M$  и его хэш-значение  $H(M)$ . Тогда вычислительно невозможно (вычислительно сложно) подобрать  $M' \neq M$  такое, что  $H(M) = H(M')$ ;

3) строгой стойкостью к коллизии: вычислительно невозможно найти два произвольных различных сообщения  $M$  и  $M'$ , для которых  $H(M) = H(M')$ .

Для лобовой атаки на однонаправленные хэш-функции используют два метода. Первый направлен на взлом второго свойства, т. е. по значению хэш-функции  $H(M)$  противник хочет создать другой документ  $M'$ , такой, что  $H(M') = H(M)$ . Другой метод направлен на взлом третьего свойства: противник хочет найти два случайных сообщения  $M$  и  $M'$ , таких, что  $H(M) = H(M')$ .

Подробный анализ взлома хэш-функций приведен в работе [10], здесь же оценим, насколько успешными на практике могут быть атаки, основанные на двух описанных выше методах. Пусть одна MIPS (Million Instruction Per Second) машина хэширует миллион сообщений в секунду. При таких условиях число хэш-значений, вычисленных одной MIPS-машиной за один год, составляет  $L = 3,15 * 10^{13}$ . Оценка вероятности взлома хэш-функции для двух рассмотренных методов атаки при различных значениях длины выходного хэш-значения приведена в табл. 1.

Из таблицы видно, что при одинаковой длине значения хэш-функции вероятность взлома первым методом намного ниже, чем при взломе хэш-функции вторым методом.

Таким образом, чтобы обеспечить требуемую вероятность устойчивости хэш-функции к взлому, необходимо использовать большую длину значения хэш-функции. Так, например, при требовании обеспечить вероятность взлома не более  $10^{-30}$ , необходимо использовать не 128-битное, а 256-битное значение хэш-функции.

Также можно сделать вывод, что при одинаковой длине значения хэш-функции на ее взлом методом поиска документа  $M' \neq M$ , такого, что  $H(M') = H(M)$ , потребуется гораздо меньше времени, чем при взломе хэш-функции методом, основанном на парадоксе «дней рождений» [10].

Таким образом, чтобы обезопасить хэш-функцию от взлома на заданный интервал времени,

Таблица 1

Длина хэш-значения, бит	Первый метод		Второй метод	
	Вероятность взлома	Продолжительность взлома, MIPS-лет	Вероятность взлома	Продолжительность взлома, MIPS-лет
64	$1,08 \times 10^{-19}$	300 000	$2,33 \times 10^{-10}$	1,19 ч
128	$5,88 \times 10^{-39}$	$5,4 \times 10^{24}$	$5,42 \times 10^{-20}$	600 000
256	$1,73 \times 10^{-77}$	$1,8 \times 10^{63}$	$2,94 \times 10^{-39}$	$1,1 \times 10^{25}$
512	$1,49 \times 10^{-154}$	$2,1 \times 10^{140}$	$8,64 \times 10^{-78}$	$3,7 \times 10^{63}$

необходимо использовать большую длину значения хэш-функции. Так, при требовании обеспечить стойкость к взлому хэш-функции в течение  $1,1 \times 10^{25}$  MIPS-лет необходимо использовать не 128-битное, а 256-битное значение хэш-функции.

Российский стандарт хэш-функции ГОСТ Р 34.11-94 использует 256-битное значение хэш-функции, что позволяет утверждать, что при современных вычислительных мощностях его компрометация вычислительно невозможна. Другими словами, для взлома хэш-функции ГОСТ Р 34.11-94 вторым, более эффективным методом потребуются  $1,1 \times 10^{25}$  MIPS-лет.

### Алгоритм Хвона

В 1999 г. Хвонг (Hwang) предложил схему распределения ключей для частично-упорядоченной иерархии. Алгоритм состоит из двух частей: вычисления секретного ключа на основе ключей потомков и получения из секретного ключа открытого ключа при помощи симметричного алгоритма шифрования (вместо хэш-функции) и своего секретного ключа. Процедура генерирования ключей следующая:

1) администратор каждому пользователю присваивает уникальный секретный ключ  $K_i$  такой, что если  $U_j R U_i$ , то  $K_j > K_i$ , и безопасно распространяет их между пользователями;

2) администратор выбирает симметричный алгоритм шифрования  $E_{k_i}(x)$ , делая его открытым;

3) администратор вычисляет открытые ключи пользователей  $PD_i$ , у которых есть потомки  $K_{ij}$ , по следующему алгоритму:

$$SD_i = \sum_1^r K_{ij} K_i^{j-1},$$

где  $r$  — количество потомков пользователя  $U_i$ ;

$$PD_i = E_{k_i}(SD_i).$$

Для вычисления ключей потомков пользователь должен выполнить следующую операцию по уровням дерева, пока не дойдет до требуемого уровня:

1) получить из открытого ключа закрытый ключ  $SD_i = D_{k_i}(PD_i)$ ;

2) вычислить  $K_{ij}$  по формуле

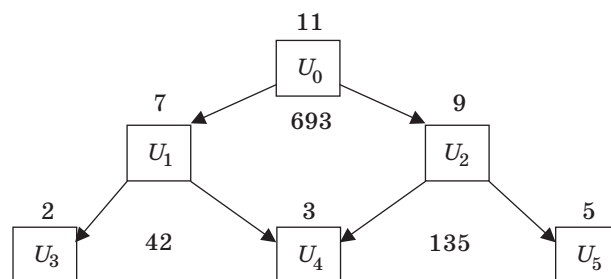
$$K_{ij} = \lfloor SD_i / K_i^{j-1} \rfloor \bmod K_i,$$

где  $\lfloor \rfloor$  — округление вниз до целого. Справедливость формулы доказана [11].

Пример работы алгоритма для шести пользователей приведен на рис. 3, где над пользователями указаны  $K_i$ , а под ними —  $SD_i$ .

Можно отметить следующие недостатки данного метода:

1) уменьшение размеров секретных ключей в зависимости от уровня иерархии;



■ Рис. 3. Пример работы алгоритма Hwang

2) большие размеры открытых ключей пользователей, т. е. необходимость проводить вычисления с очень большими числами;

3) для получения ключа пользователя на 5 уровней ниже необходимо 5 раз выполнить симметричный алгоритм дешифрования, что снижает производительность системы по сравнению с предыдущими алгоритмами.

К достоинствам данного метода следует отнести малые размеры секретных ключей, возможность изменения структуры иерархии без переконфигурирования ключей системы, а также применимость во всех иерархических структурах.

### Комбинированный алгоритм

До сих пор предлагаемые системы криптографического распределения ключей при одинаковой криптостойкости алгоритмов удовлетворяли либо третьему, либо четвертому требованию, предъявляемому к данному классу алгоритмов (см. выше). Поэтому комбинированный метод распределения ключей, позволяющий эффективно вычислять ключи пользователей, а также модифицировать систему, является актуальной задачей для систем, построенных по иерархическому принципу.

Для решения этой задачи в представленном комбинированном алгоритме [12] используется неопределенность, возникающая при целочисленном делении [13], которая определяется задачей поиска подходящего остатка при известном делителе и частном. Очевидно, что объем перебора значительно снижается при возможности коалиционной атаки и при этом существенно зависит от числа участников коалиции.

### Схема генерирования и распределения ключей

1. Администратор системы выбирает случайное большое секретное число  $K_0$ . По мере возникновения 2-го уровня иерархического дерева администратор для пользователей  $U_1, U_2, \dots, U_Q$  генерирует  $Q$  открытых ключей  $T_1, T_2, \dots, T_Q$ , представляющих собой числа одного порядка, мень-



шего, чем  $K_0$ , и вычисляет  $Q$  секретных ключей  $K_1, K_2, \dots, K_Q$  по следующему алгоритму:

а) администратор целочисленно делит секретный ключ  $K_0$  на открытые ключи  $T_1, T_2, \dots, T_Q$  и вычисляет  $Q$  частных  $S_1, S_2, \dots, S_Q$  и  $Q$  остатков  $R_1, R_2, \dots, R_Q$ :

$$S_1 = K_0 \text{div} T_1, S_2 = K_0 \text{div} T_2, \dots, S_Q = K_0 \text{div} T_Q,$$

где  $\text{div}$  — операция деления без остатка;

$$R_1 = K_0 - S_1 * T_1,$$

$$R_2 = K_0 - S_2 * T_2, \dots, R_Q = K_0 - S_Q * T_Q;$$

б) администратор вычисляет ключи для пользователей 2-го уровня:

$$K_1 = S_1 * R_1, K_2 = S_2 * R_2, \dots, K_Q = S_Q * R_Q.$$

2. Администратор для братьев вычисляет ключ группы  $K_{0\text{гр}}$ , для чего генерирует  $Q$  открытых ключей группы  $T_{10}, T_{20}, \dots, T_{Q0}$  так, чтобы выполнялось условие  $K_{0\text{гр}} = K_1 \text{div} T_{10} = K_2 \text{div} T_{20} = \dots = K_Q \text{div} T_{Q0}$ .

3. По мере возникновения 3-го уровня иерархического дерева администратор для пользователей 3-го уровня выполняет операции по п. 1 и 2, где вместо своего секретного ключа  $K_0$  использует секретные ключи отцов пользователей 3-го уровня (ключи  $K_1, K_2, \dots, K_Q$ ). Аналогичные операции администратор выполняет при возникновении остальных уровней системы.

4. При добавлении нового подчиненного  $U_y$  на любой уровень, кроме первого, администратор выполняет следующие операции:

а) вычисляет  $K_x$  — секретный ключ пользователя  $U_x$ , отца пользователя  $U_y$ :

$$K_x = (((K_0 \text{div} T_{xn} * R_{xn}) \text{div} T_{xn-1} * R_{xn-1}) \dots \text{div} T_{x1} * R_{x1}) \text{div} T_x * R_x,$$

где  $T_{xn} \dots T_{x1}$  — открытые ключи потомков пользователя  $U_0$  по иерархическому дереву до отца пользователя  $U_x$ ;  $R_{xn} \dots R_{x1}$  — остатки, получаемые при целочисленном делении на соответствующие открытые ключи;  $T_x$  — открытый ключ пользователя  $U_x$ ;  $R_x$  — остаток, получаемый при целочисленном делении согласно вышеприведенной формуле на открытый ключ  $T_x$ ;

б) генерирует  $T_y$  — открытый ключ пользователя  $U_y$ ;

в) делит секретный ключ  $K_x$ , вычисленный по п. 4а, на открытый ключ  $T_y$  и вычисляет частное  $S_y$  и остаток  $R_y$ :  $S_y = K_x \text{div} T_y, R_y = K_x - S_y * T_y$ ;

г) вычисляет ключ  $K_y$ :  $K_y = S_y * R_y$ .

Каждому пользователю системы можно присвоить свой уникальный номер — идентификатор, который состоит из номеров прародителей всех предшествующих уровней (кроме 1-го) и своего номера. Например, для схемы, изображенной

на рис. 4, распределение идентификаторов представлено в табл. 2, где символ «-» означает разделение номеров.

Пример работы алгоритма по распределению ключей для иерархической системы из 11 пользователей (см. рис. 4) приведен в табл. 3.

При добавлении пользователя  $U_{1-3}$  администратор формирует для него следующие значения согласно п. 4:

а) вычисляет ключ пользователя  $U_1$ :

$$K_1 = (K_0 \text{div} T_1) * R_1 =$$

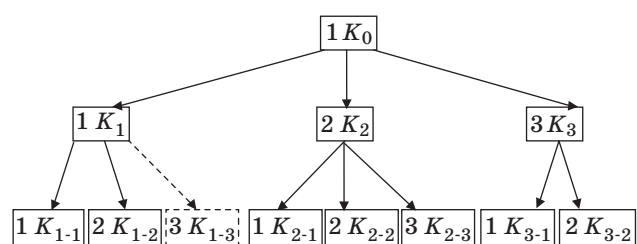
$$= (987\ 654\ 321 \text{div} 4234) * 1843 = 429\ 911\ 081;$$

б) генерирует:

$$T_{1-3} = 8237;$$

в) вычисляет:

$$S_{1-3} = K_1 \text{div} T_{1-3} = 429\ 911\ 081 \text{div} 8237 = 52\ 192,$$



■ Рис. 4. Пример иерархической системы из 11 пользователей

■ Таблица 2

Уровень	Идентификаторы						
1	0						
2	1		2			3	
3	1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	3-1	3-2

■ Таблица 3

Пользователь	T	S	R	K	T <sub>гр</sub>	R <sub>гр</sub>	K <sub>гр</sub>
U <sub>0</sub>	-	-	-	987 654 321	-	-	-
U <sub>1</sub>	4234	233 267	1843	429 911 081	11 532	9653	37 279
U <sub>2</sub>	4679	211 082	1643	346 807 726	9303	1189	37 279
U <sub>3</sub>	5789	170 608	4609	786 332 272	21 093	6325	37 279
U <sub>1-1</sub>	8974	47 906	2637	126 328 122	9975	4722	12 664
U <sub>1-2</sub>	7563	56 843	7472	424 730 896	33 538	5664	12 664
U <sub>2-1</sub>	6637	52 253	4565	238 534 945	10 281	5464	23 201
U <sub>2-2</sub>	6323	54 848	3822	209 629 056	9035	8021	23 201
U <sub>2-3</sub>	6237	55 604	5578	310 159 112	13 368	8144	23 201
U <sub>3-1</sub>	4872	161 398	1216	196 259 968	9273	6196	21 164
U <sub>3-2</sub>	4357	180 475	2697	486 741 075	22 998	11 403	21 164

■ Таблица 4

Алгоритм	Время взлома, MIPS-лет	Размер ключей	Вычисление ключей	Применимость	Недостатки
J. Yeh	Задача разложения больших чисел/ $3 \cdot 10^7$	Секретных — $N = 1024$ Открытых — $L = 1024$	Возведение в степень, умножение: $O(r \cdot l \cdot p \cdot \ln N) = O(69,3 \cdot l \cdot p)$	В любых иерархических структурах	Невозможно расширение системы, трудоемкая операция возведения в степень
Хэш-функций	Стойкость хэш-функции/ $3,7 \cdot 10^3$	Секретных — длина блока хэш-функции, $N = 512$	Вычисление хэш столько раз, сколько уровней: $O(N \cdot p \cdot l) = O(512 \cdot p \cdot l)$	В древовидных иерархических структурах	Вычисление хэш-функций столько раз, сколько уровней
Hwang	Алгоритм шифрования Triple DES/ $10^{18}$	Секретных — $N = 128$ Открытых — неограничен, $L^r = 128^r$	Деление и шифрование столько раз, сколько уровней, $n = 128^r/16$ : $O(p \cdot l \cdot (n \cdot \ln n \cdot \ln \ln n)) = O(p \cdot l \cdot 2,58E^{22})$	В любых иерархических структурах	Вычисление симметричного алгоритма столько раз, сколько уровней. Размер секретных ключей уменьшается в зависимости от уровня, открытых — растет
Комбинированный	Задача разложения больших чисел/ $3 \cdot 10^7$	Секретных — $N = 1024$ Открытых — $L = 384$	Деление и умножение столько раз, сколько уровней: $O(p \cdot 2 \cdot l \cdot (n \cdot \ln n \cdot \ln \ln n)) = O(p \cdot l \cdot 759) \quad n = N/16$	В древовидных иерархических структурах. Ключи группы, уровня	Размер секретных ключей незначительно уменьшается в зависимости от уровня

$$R_{1-3} = K_1 - S_{1-3} \cdot T_{1-3} = 429\ 911\ 081 - 8237 \cdot 52\ 192 = 5577;$$

г) вычисляет:

$$K_{1-3} = S_{1-3} \cdot R_{1-3} = 52\ 192 \cdot 5577 = 291\ 074\ 784.$$

**Шифрование и дешифрирование**

Шифрование и дешифрирование происходит по ключу субъекта, которому принадлежит объект (некая информация), при помощи блочного симметричного алгоритма (например, ГОСТ, DES, AES) [1].

Например, для пользователя  $U_{1-2}$  уровня 3 (см. рис. 4) администратор получает ключ пользователя следующим образом:

$$K_{1-2} = (((K_0 \text{ div } T_1) \cdot R_1) \text{ div } T_{1-2}) \cdot R_{1-2}.$$

1)  $K_0 \text{ div } T_1 = 987\ 654\ 321 \text{ div } 4234 = > S_1 = 233\ 267 \quad R_1 = 1843;$

2)  $S_1 \cdot R_1 = 233\ 267 \cdot 1843 = 429\ 911\ 081;$

3)  $S_1 \cdot R_1 \text{ div } T_{1-2} = 429\ 911\ 081 \text{ div } 7563 = > S_{1-2} = 56\ 843 \quad R_{1-2} = 7472;$

4)  $S_{1-2} \cdot R_{1-2} = 56\ 843 \cdot 7472 = 424\ 730\ 896.$

Таким образом,  $K_{1-2} = 424\ 730\ 896.$

Сравнительный анализ вышеприведенных алгоритмов дан в табл. 4, где  $r$  — максимальное число непосредственных потомков одного пользователя, предположим, что их 10;  $l$  — количество уровней для вычисления ключей;  $p$  — простейшая операция с 32-разрядными числами, а для реализации симметричного алгоритма шифрования и хэш-функции требуется  $N \cdot p$  операций, где  $N$  — длина ключа [14].

**Заключение**

Эффективный метод распределения ключей является актуальной задачей для современных компьютерных систем. Одной из областей применения данного метода могут являться системы с иерархическим доступом к информации. Так как основные требования, предъявляемые к данным системам, это возможность быстро получить ключ на любом уровне системы и безопасность системы, то предлагаемый комбинированный алгоритм удовлетворяет вышеуказанным требованиям.

**Литература**

1. Гостехкомиссия России. Руководящий документ. Средства вычислительной техники. Межсетевые экраны. Защита от несанкционированного доступа к информации. Показатели защищенности от несанкционированного доступа к информации. 1997.

[http://www.fstec.ru/\\_docs/doc\\_3\\_3\\_006.htm](http://www.fstec.ru/_docs/doc_3_3_006.htm) (дата обращения: 10.05.2012).

2. Молчанов Г. А. Защита информации в системах с разграничением полномочий // Компьютерные системы. 1999. № 3. С. 25–27.

3. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. — М.: Мир, 1976. Т. 1. — 729 с.
4. Kayem Anne V. D. M., Akl S. G., Martin P. Adaptive Cryptographic Access Control. — Springer, 2010. — 152 p.
5. Akl S.G., Taylor P. D. Cryptographic solution to a problem of access control in a hierarchy // ACM Transactions on Computer Systems. 1983. N 1(3). P. 239–248.
6. Chen H.-C., Wang S.-J., Wen J.-H. A Cryptographic Key Assignment Scheme with Adaptable Timetoken Constraint in a Hierarchy // Intern. J. of Multimedia Ubiquitous Engineering. Oct. 2008. Vol. 3. N 4. P. 521–526.
7. Bertino E., Shang N., Wagstaff Samuel S. Jr. An Efficient Time-Bound Hierarchical Key Management Scheme for Secure Broadcasting // IEEE Trans. on Dependable and Secure Computing. 2008. Vol. 5. N 2. P. 65–70.
8. Shyam R. An Efficient Time-Bound Hierarchical Key Assignment Scheme With a New Merge Function // A Performance Study. Dec. 2009. P. 26–35. [http://scholarworks.boisestate.edu/cs\\_gradproj/1/](http://scholarworks.boisestate.edu/cs_gradproj/1/) (дата обращения: 24.08.2012).
9. Sandhu R. S. Cryptographic implementation of a tree hierarchy for access control // Information Processing Letters. 1988. N 27(2). P. 95–98.
10. Лёвин В. Ю. О повышении криптостойкости однонаправленных хэш-функций // Фундаментальная и прикладная математика. 2009. Т. 15. № 5. С. 171–179.
11. Hwang M.-S. A New Dynamic Cryptographic Key Generation Scheme for a Hierarchy // Nordic J. of Computing. Aug. 1999. Vol. 6. N 4. P. 363–371.
12. Лернер В. Д., Беззатеев С. В. Основные принципы распределения ключей для доступа к информации в «облачных» хранилищах данных // Информационная безопасность регионов России (ИБРР-2011): VII Санкт-Петербургская межрегион. конф., Санкт-Петербург, 26–28 октября 2011 г.: материалы конф. / СПОИСУ. СПб., 2011. С. 120.
13. Лернер В. Д. Использование операции арифметического деления для распределения ключей: сб. докл. второй науч. конф. ГУАП / ГУАП. СПб., 1999. С. 40.
14. Винокуров А., Применко Э. Сравнение российского стандарта шифрования, алгоритма ГОСТ 28147-89 и алгоритма Rijndael // Системы безопасности связи и телекоммуникаций. 2001. № 39(3)/01. С. 71–72.

#### Уважаемые подписчики!

Полнотекстовые версии журнала за 2002–2009 гг. в свободном доступе на сайте журнала (<http://www.i-us.ru>) и на сайте РУНЭБ (<http://www.elibrary.ru>). Печатную версию архивных выпусков журнала за 2003–2009 гг. Вы можете заказать в редакции по льготной цене.

Журнал «Информационно-управляющие системы» выходит каждые два месяца. Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 3600 рублей, для подписчиков стран СНГ — 4200 рублей, включая НДС 18 %, почтовые и таможенные расходы.

На электронную версию нашего журнала (все выпуски, годовая подписка, один выпуск, одна статья) вы можете подписаться на сайте РУНЭБ (<http://www.elibrary.ru>).

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогу:

«Роспечать»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс,

а также через посредство подписных агентств:

«Северо-Западное агентство „Прессинформ“»

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335-97-51, 337-23-05, эл. почта: [press@crp.spb.ru](mailto:press@crp.spb.ru), [zajavka@crp.spb.ru](mailto:zajavka@crp.spb.ru),

сайт: <http://www.pinform.spb.ru>

«МК-Периодика» (РФ + 90 стран)

Москва, тел.: (495) 681-91-37, 681-87-47, эл. почта: [export@periodicals.ru](mailto:export@periodicals.ru), сайт: <http://www.periodicals.ru>

«Информнаука» (РФ + ближнее и дальнее зарубежье)

Москва, тел.: (495) 787-38-73, эл. почта: [Alfimov@viniti.ru](mailto:Alfimov@viniti.ru), сайт: <http://www.informnauka.com>

«Гал»

Москва, тел.: (495) 603-27-28, 603-27-33, 603-27-34, сайт: <http://www.artos-gal.mpi.ru/index.html>

«ИНТЕР-ПОЧТА-2003»

Москва, тел.: (495) 500-00-60, 580-95-80, эл. почта: [interpochta@interpochta.ru](mailto:interpochta@interpochta.ru), сайт: <http://www.interpochta.ru>

Краснодар, тел.: (861) 210-90-00, 210-90-01, 210-90-55, 210-90-56, эл. почта: [krasnodar@interpochta.ru](mailto:krasnodar@interpochta.ru)

Новороссийск, тел.: (8617) 670-474

«Деловая пресса»

Москва, тел.: (495) 962-11-11, эл. почта: [podpiska@delpress.ru](mailto:podpiska@delpress.ru), сайт: <http://delpress.ru/contacts.html>

«Коммерсант-Курьер»

Казань, тел.: (843) 291-09-99, 291-09-47, эл. почта: [kazan@komcur.ru](mailto:kazan@komcur.ru), сайт: <http://www.komcur.ru/contacts/kazan/>

«Урал-Пресс» (филиалы в 40 городах РФ)

Сайт: <http://www.ural-press.ru>

«Идея» (Украина)

Сайт: <http://idea.com.ua>

«ВТЛ» (Узбекистан)

Сайт: <http://btl.sk.uz/ru/cat17.html>

и др.