

УДК 681.5

ГРУППОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ АКТУАТОРАМИ КОНТРЕФЛЕКТОРА РАДИОТЕЛЕСКОПА

Ю. Н. Артеменко,

канд. техн. наук, заведующий отделом

Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, г. Москва

В. А. Агапов,

младший научный сотрудник

В. В. Дубаренко,

доктор техн. наук, профессор

А. Ю. Кучмин,

канд. техн. наук

Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

Рассматривается задача построения кинематической и динамической моделей гексапода, используемого для перемещения контррефлектора. Исследуется проблема расчета выдвигений штоков актуаторов с учетом быстрогодействия их приводов и инерции системы контррефлектор — гексапод.

Ключевые слова — радиотелескоп, гексапод, актуатор.

Введение

В больших радиотелескопах для компенсации ошибок наведения главного зеркала и дефектов его поверхности и для реализации режимов сканирования обычно используются системы автоматического управления (САУ) пространственным положением элементов зеркальной системы. Ранее [1] было установлено, что за счет линейного и углового перемещений контррефлектора (КР) зеркальной системы антенны, производимых соответствующими САУ, может осуществляться компенсация изменения фокусного расстояния и положения фокальной оси главного зеркала, а также частичная компенсация фазовых искажений, вызываемых деформацией элементов главного зеркала.

В работе [2] показано, что одним из перспективных вариантов решения данной проблемы может быть использование гексаподов для обеспечения угловых и линейных перемещений КР.

Моделируемый КР радиотелескопа установлен на подвижную платформу гексапода и перемещается шестью актуаторами. Каждый актуатор состоит из штанги с линейным электроприводом, позволяющим изменять ее длину. Каждый актуатор соединен с нижней (НП) и верхней (ВП) платформами гексапода двумя двухстепенными

шарнирами, позволяющими толкателям свободно вращаться по двум углам. Основание с помощью соответствующих неподвижных штанг крепится к конструкции главного зеркала. Такая конструкция позволяет перемещать КР по трем линейным (x , y и z) и трем угловым (β , θ и α) координатам, где β — поворот относительно оси x , θ — поворот относительно оси y , α — угол поворота относительно оси z .

Кинематическая модель гексапода

Чтобы описать движение КР, необходимо ввести базовую систему координат (БСК) $E_0 = (\mathbf{o}_0, [\mathbf{e}_0])$, где \mathbf{o}_0 — начало координат БСК, $[\mathbf{e}_0]$ — тройка базисных векторов (ортов) БСК. Для углов, векторов и матриц вращения нижний индекс — это номер системы координат (СК), верхний индекс является номером СК, относительно которой определяются угловое и линейное положения, второй верхний индекс обозначает номер СК, в которой рассчитываются координаты векторов. Матрицы вращения \mathbf{c}_j^i имеют вид

$$\mathbf{c}_j^i(\boldsymbol{\varphi}_j^i) = \mathbf{c}_1(\beta_j^i) \cdot \mathbf{c}_2(\theta_j^i) \cdot \mathbf{c}_3(\alpha_j^i),$$

где $\boldsymbol{\varphi}_j^i = [\beta_j^i \ \theta_j^i \ \alpha_j^i]^T$, а β_j^i , θ_j^i и α_j^i — углы простейших вращений относительно осей x , y и z со-

ответственно. Матрицы простейших вращений имеют вид

$$c_1(\beta_j^i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta_j^i) & -\sin(\beta_j^i) \\ 0 & \sin(\beta_j^i) & \cos(\beta_j^i) \end{bmatrix};$$

$$c_2(\theta_j^i) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_j^i) & 0 & \sin(\theta_j^i) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_j^i) & 0 & \cos(\theta_j^i) \end{bmatrix};$$

$$c_3(\alpha_j^{ic}) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_j^i) & -\sin(\alpha_j^i) & 0 \\ \sin(\alpha_j^i) & \cos(\alpha_j^i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Введем связанную СК ВП $E_{1b} = (o_{1b}, [e_{1b}])$, где o_{1b} — начало координат СК ВП, которое относительно БСК определяется координатным столбцом $r_{1b}^{0,0}$; $[e_{1b}]$ — орты СК ВП. Ориентация СК ВП относительно БСК определяется углами простейших вращений Φ_{1b}^0 .

Чтобы задать начальное положение НП, введем систему координат начального положения нижней платформы СК НПО $E_{1c} = (o_{1c}, [e_{1c}])$, где o_{1c} — начало координат СК НПО, которое относительно СК ВП определяется координатным столбцом $r_{1c}^{1b,1b}$; $[e_{1c}]$ — орты СК НПО. Ориентация СК НПО относительно СК ВП определяется углами простейших вращений Φ_{1c}^{1b} .

Чтобы задать положение НП, введем связанную СК НП $E_1 = (o_1, [e_1])$, где o_1 — начало координат СК НП, которое относительно СК НПО определяется координатным столбцом $r_1^{1c,1c}$; $[e_1]$ — орты СК НП. Ориентация СК НП относительно СК НПО определяется углами простейших вращений Φ_1^{1c} . Положение СК НП относительно БСК описывается вектором r_1^0 , координатный столбец которого в БСК может быть вычислен по формуле

$$r_1^{0,0} = r_{1b}^{0,0} + c_{1b}^0 [r_{1c}^{1b,1b} + c_{1c}^{1b} r_1^{1c,1c}],$$

а угловое положение характеризуется матрицей вращения $c_1^0 = c_{1b}^0 c_{1c}^{1b} c_1^{1c}$, где c_i^j — матрицы вращения от соответствующих углов Φ_i^j .

Определим координаты крепления шарниров на верхней платформе в СК ВП: $r_{1bj1}^{1b,1b}$, $r_{1bj2}^{1b,1b}$, $r_{1bj3}^{1b,1b}$, $r_{1bj4}^{1b,1b}$, $r_{1bj5}^{1b,1b}$, $r_{1bj6}^{1b,1b}$, где нижний индекс обозначает номер шарнира на ВП. Аналогично введем координаты крепления шарниров на нижней платформе в СК НП: $r_{1j1}^{1,1}$, $r_{1j2}^{1,1}$, $r_{1j3}^{1,1}$, $r_{1j4}^{1,1}$, $r_{1j5}^{1,1}$, $r_{1j6}^{1,1}$, где нижний индекс обозначает номер шарнира на НП.

Текущие длины актуаторов могут быть определены как расстояния между соответствующими шарнирами верхней и нижней платформы по формуле

$$l_{1ji}^{1bji} = |r_{1ji}^{1b,1b} - r_{1bj}^{1b,1b}|,$$

$$i = 1..6,$$

где $r_{1ji}^{1b,1b}$ — координаты точки крепления шарниров на нижней платформе в СК ВП, которые рассчитываются следующим образом:

$$r_{1ji}^{1b,1b} = r_{1c}^{1b,1b} + c_{1c}^{1b} [r_1^{1c,1c} + c_1^{1c} r_{1ji}^{1,1}],$$

$$i = 1..6.$$

В итоге выражение для текущих длин примет вид

$$l_{1ji}^{1bji} = |r_{1c}^{1b,1b} + c_{1c}^{1b} [r_1^{1c,1c} + c_1^{1c} r_{1ji}^{1,1}] - r_{1bj}^{1b,1b}| =$$

$$= l_{0i} + \Delta l_{ai}, \quad i = 1..6, \quad (1)$$

где l_{0i} — начальные значения длин актуаторов; Δl_{ai} — текущие удлинения штоков актуаторов.

Продифференцировав $r_1^{0,0}$ и c_1^0 , учтя свойства кососимметрических матриц, получим выражения для линейных $v_1^{0,0}$ и угловых $\omega_1^{0,0}$ скоростей НП в БСК:

$$v_1^{0,0} = v_{1b}^{0,0} + c_{1b}^0 < r_{1c}^{1b,1b} +$$

$$+ c_{1c}^{1b} r_1^{1c,1c} >^T \omega_{1b}^{0,1b} + c_{1b}^0 c_{1c}^{1b} v_1^{1c,1c};$$

$$\omega_1^{0,0} = c_{1b}^0 \omega_{1b}^{0,1b} + c_1^0 \omega_1^{1c,1}, \quad (2)$$

где $v_{1b}^{0,0}$ — скорость ВП в БСК; $\omega_{1b}^{0,1b}$ — угловая скорость движения ВП относительно БСК в СК ВП; $< \dots >$ — кососимметрическая матрица вида

$$\langle [x, y, z]^T \rangle = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}; v_1^{1c,1c} — линейная ско-$$

рость ВП в СК НПО; $\omega_1^{1c,1}$ — угловая скорость ВП относительно СК НПО в СК ВП.

Угловые скорости $\omega_1^{0,0}$, $\omega_{1b}^{0,1b}$ и $\omega_1^{1c,1}$ могут быть определены через скорости простейших вращений Φ_1^0 , Φ_{1b}^0 и Φ_1^{1c} :

$$\omega_{1b}^{0,1b} = \varepsilon_{1b}^0 \Phi_{1b}^0; \omega_1^{1c,1} = \varepsilon_1^{1c} \Phi_1^{1c};$$

$$\omega_1^{0,0} = c_1^0 \varepsilon_1^0 \Phi_1^0, \quad (3)$$

где ε_j^i — матрицы Эйлера вида $\varepsilon_j^i = [c_3^T(\alpha_j^i) c_2^T(\theta_j^i) \times e_x | c_3^T(\alpha_j^i) e_y | e_z]$ от соответствующих углов, $e_x = [1 0 0]^T$, $e_y = [0 1 0]^T$, $e_z = [0 0 1]^T$.

Получим скорости изменения длин актуаторов v_i , продифференцировав (1):

$$v_i = \frac{\mathbf{v}_{1ji}^{1b,1b,T} \left[\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{r}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c} \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b} \right]}{\left| \mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b} \left[\mathbf{r}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_1^{1c} \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right] - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b} \right|} = v_{ai}, \quad i = 1..6, \quad (4)$$

где $\mathbf{v}_{1ji}^{1b,1b} = \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{v}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c} \langle \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \rangle^T \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \boldsymbol{\phi}_1^{1c}$ — скорость относительного поступательного движения шарниров одного актуатора в СК ВП; v_{ai} — скорости удлинения штоков актуаторов, которые в случае винтовой передачи могут быть определены по формуле $v_{ai} = \frac{\Omega_i}{I_i}$, Ω_i — угловая скорость двигателя, I_i — передаточное число редуктора.

Уравнения (1)–(4) необходимо рассматривать как систему, которая является кинематической моделью гексапода.

Групповой регулятор гексапода

Задачей группового регулятора гексапода является выработка законов выдвигания штоков каждого актуатора с учетом быстродействия приводов актуаторов и инерции системы контррефлектор—гексапод.

Траектория движения КР задается в БСК как три линейных $\mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0} = \left[x_{\text{КР}^*}^{0,0}, y_{\text{КР}^*}^{0,0}, z_{\text{КР}^*}^{0,0} \right]^T$ и три угловых $\boldsymbol{\phi}_{\text{КР}^*}^0 = \left[\beta_{\text{КР}^*}^0, \theta_{\text{КР}^*}^0, \alpha_{\text{КР}^*}^0 \right]^T$ перемещения вершины КР. Реальное положение вершины КР определяется вектором $\mathbf{r}_{\text{КР}}^1$ с координатным столбцом $\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1}$ и углами $\boldsymbol{\phi}_{\text{КР}}^1$, которым соответствует матрица вращения $\mathbf{c}_{\text{КР}}^1$. С учетом кинематической модели гексапода (1)–(4) реальное положение вершины КР в БСК может быть рассчитано по формуле

$$\mathbf{r}_{\text{КР}}^{0,0} = \mathbf{r}_1^{0,0} + \mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,0} = \mathbf{r}_{1b}^{0,0} + \mathbf{c}_{1b}^{0,0} \mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1b}^{0,0} \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{r}_1^{1c,1c} + \mathbf{c}_{1b}^{0,0} \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c} \mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1}; \quad \mathbf{c}_{\text{КР}}^0 = \mathbf{c}_{1b}^{0,0} \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c} \mathbf{c}_{\text{КР}}^1 \Rightarrow \boldsymbol{\eta}_{\text{КР}}^0 = \mathbf{f}(\mathbf{c}_{\text{КР}}^0). \quad (5)$$

Поэтому целесообразно рассчитывать линейные $\boldsymbol{\eta}_r$ и угловые $\boldsymbol{\eta}_{\phi}$ ошибки наведения КР в БСК, при этом законы изменения ошибок наведения КР от времени должны учитывать динамику КР и электроприводов гексапода:

$$\boldsymbol{\eta}_r = \mathbf{r}_{\text{КР}}^{0,0} - \mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0} = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{T_h - T_1} \left[T_h e^{-\frac{t}{T_h}} - T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} \right] \\ \frac{a_2}{T_h - T_2} \left[T_h e^{-\frac{t}{T_h}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right] \\ \frac{a_3}{T_h - T_3} \left[T_h e^{-\frac{t}{T_h}} - T_3 e^{-\frac{t}{T_3}} \right] \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\phi} = \boldsymbol{\phi}_{\text{КР}}^0 - \boldsymbol{\phi}_{\text{КР}^*}^0 = \begin{bmatrix} \frac{a_4}{T_h - T_4} \left[T_h e^{-\frac{t}{T_h}} - T_4 e^{-\frac{t}{T_4}} \right] \\ \frac{a_5}{T_h - T_5} \left[T_h e^{-\frac{t}{T_h}} - T_5 e^{-\frac{t}{T_5}} \right] \\ \frac{a_6}{T_h - T_6} \left[T_h e^{-\frac{t}{T_h}} - T_6 e^{-\frac{t}{T_6}} \right] \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где a_i — начальное рассогласование по соответствующей координате; T_h — постоянная времени гексапода; T_i — постоянные времени замкнутой системы с регулятором; t — время.

Рассчитаем необходимые удлинения штоков актуаторов, чтобы КР следовал по желаемой траектории с ошибками наведения (6). Для этого определим текущие перемещения $\mathbf{r}_1^{1c,1c}(t)$ и текущие значения матрицы вращения $\mathbf{c}_1^{1c}(t)$ как функции ошибок наведения, учтя, что

$$\mathbf{r}_{\text{КР}}^{0,0}(t) = \mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0}(t) + \boldsymbol{\eta}_r(t)$$

и

$$\mathbf{c}_{\text{КР}}^0(t) = \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0(t) \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^{\text{КР}^*}(\boldsymbol{\eta}_{\phi}(t));$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^{1c,1c}(t) &= \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{c}_{1b}^{0,T}(t) \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{0,0}(t) - \mathbf{r}_{1b}^{0,0}(t) \right] - \\ &- \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} - \mathbf{c}_1^{1c}(t) \mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} = \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{c}_{1b}^{0,T}(t) \times \\ &\times \left[\mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0}(t) + \boldsymbol{\eta}_r(t) - \mathbf{r}_{1b}^{0,0}(t) \right] - \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} - \mathbf{c}_1^{1c}(t) \mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1}, \\ \mathbf{c}_1^{1c}(t) &= \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{c}_{1b}^{0,T}(t) \mathbf{c}_{\text{КР}}^0 \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T} = \\ &= \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{c}_{1b}^{0,T}(t) \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0(t) \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^{\text{КР}^*}(\boldsymbol{\eta}_{\phi}(t)) \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T}. \quad (7) \end{aligned}$$

Подставив (7) в (1), найдем выражения для удлинений штоков актуаторов:

$$\begin{aligned} \Delta l_{ai} &= \left| \mathbf{c}_{1b}^{0,T}(t) \left[\mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0}(t) + \boldsymbol{\eta}_r(t) - \mathbf{r}_{1b}^{0,0}(t) \right] - \right. \\ &- \left. \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0(t) \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^{\text{КР}^*}(t) \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right] - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b} \right| - l_{0i}, \\ & \quad i = 1..6. \quad (8) \end{aligned}$$

Продифференцировав (8), получим выражения для скоростей удлинений штоков:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{l}_{ai} &= \frac{d}{dt} \left| \mathbf{c}_{1b}^{0,T}(t) \left[\mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0}(t) + \boldsymbol{\eta}_r(t) - \mathbf{r}_{1b}^{0,0}(t) \right] - \right. \\ &\times \left. \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^{\text{КР}^*}(t) \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right] - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b} \right| = \\ &= \frac{1}{l_{1ji}^{1b,1b}} \left[\langle \boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b} \rangle^T \mathbf{c}_{1b}^{0,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0} + \boldsymbol{\eta}_r - \mathbf{r}_{1b}^{0,0} - \right. \right. \\ &- \left. \left. \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0 \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^{\text{КР}^*} \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right] \right] + \mathbf{c}_{1b}^{0,T} \left[\mathbf{v}_{\text{КР}^*}^{0,0} + \dot{\boldsymbol{\eta}}_r - \mathbf{v}_{1b}^{0,0} \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{c}_{1b}^{0,T} \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0 < \boldsymbol{\omega}_{\text{КР}^*}^{0,\text{КР}^*} > \mathbf{c}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*,1,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right] - \\
 & -\mathbf{c}_{1b}^{0,T} \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0 \mathbf{c}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*} < \boldsymbol{\omega}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*,\text{КР}} > \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right]^T \times \\
 & \times \left[\mathbf{c}_{1b}^{0,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0} + \boldsymbol{\eta}_r - \mathbf{r}_{1b}^{0,0} - \mathbf{c}_{\text{КР}^*}^0 \mathbf{c}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*} \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \mathbf{c}_{\text{КР}}^{1,T} \left[\mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} - \mathbf{r}_{1ji}^{1,1} \right] - \mathbf{r}_{1bji}^{1b,1b} \right] = \frac{\Omega_i}{I_i}, i = 1..6, \quad (9)
 \end{aligned}$$

где $\langle \boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b} \rangle$, $\langle \boldsymbol{\omega}_{\text{КР}^*}^{0,\text{КР}^*} \rangle$ и $\langle \boldsymbol{\omega}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*,\text{КР}} \rangle$ — кососимметрические матрицы, образованные из компонентов соответствующих координатных столбцов $\boldsymbol{\omega}_{1b}^{0,1b} = \boldsymbol{\varepsilon}_{1b}^0 \boldsymbol{\Phi}_{1b}^0$, $\boldsymbol{\omega}_{\text{КР}^*}^{0,\text{КР}^*} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{КР}^*}^0 \boldsymbol{\Phi}_{\text{КР}^*}^0$ и $\boldsymbol{\omega}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*,\text{КР}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{КР}}^{\text{КР}^*} (\boldsymbol{\eta}_\varphi) \dot{\boldsymbol{\eta}}_\varphi$; $v_{\text{КР}^*}^{0,0}$ — желаемая скорость поступательного движения КР; $\boldsymbol{\omega}_{\text{КР}^*}^{0,\text{КР}^*}$ — желаемая скорость углового движения КР; $\dot{\boldsymbol{\eta}}_r$ и $\dot{\boldsymbol{\eta}}_\varphi$ — скорости изменения соответственно линейных и угловых ошибок наведения:

$$\begin{aligned}
 \dot{\boldsymbol{\eta}}_r &= \begin{bmatrix} \frac{a_1}{T_h - T_1} \left[e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_2}{T_h - T_2} \left[e^{-\frac{t}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_3}{T_h - T_3} \left[e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_4}{T_h - T_4} \left[e^{-\frac{t}{T_4}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_5}{T_h - T_5} \left[e^{-\frac{t}{T_5}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_6}{T_h - T_6} \left[e^{-\frac{t}{T_6}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \end{bmatrix}; \\
 \dot{\boldsymbol{\eta}}_\varphi &= \begin{bmatrix} \frac{a_1}{T_h - T_1} \left[e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_2}{T_h - T_2} \left[e^{-\frac{t}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_3}{T_h - T_3} \left[e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_4}{T_h - T_4} \left[e^{-\frac{t}{T_4}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_5}{T_h - T_5} \left[e^{-\frac{t}{T_5}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \\ \frac{a_6}{T_h - T_6} \left[e^{-\frac{t}{T_6}} - e^{-\frac{t}{T_h}} \right] \end{bmatrix}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Для синтеза группового регулятора необходимо рассчитать амплитуды a_i и постоянные времени T_i при известном начальном и желаемом положениях гексапода и постоянной времени T_h . В начальный момент времени рассогласования $\boldsymbol{\eta}_r(t_0)$ и $\boldsymbol{\eta}_\varphi(t_0)$ согласно (5) и (6) могут быть найдены по формулам

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\eta}_r(t_0) &= \mathbf{r}_{\text{КР}}^{0,0}(t_0) - \mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0}(t_0) = \mathbf{r}_{1b}^{0,0}(t_0) + \mathbf{c}_{1b}^0(t_0) \times \\
 & \times \left[\mathbf{r}_{1c}^{1b,1b} + \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{r}_1^{1c,1c}(t_0) + \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c}(t_0) \mathbf{r}_{\text{КР}}^{1,1} \right] - \mathbf{r}_{\text{КР}^*}^{0,0}(t_0); \\
 \boldsymbol{\eta}_\varphi(t_0) &= \boldsymbol{\Phi}_{\text{КР}}^0(t_0) - \boldsymbol{\Phi}_{\text{КР}^*}^0(t_0) = \mathbf{f}(\mathbf{c}_{\text{КР}^*}^{\text{КР}^*}(t_0)) = \\
 & = \mathbf{f}(\mathbf{c}_0^{\text{КР}^*,T}(t_0) \mathbf{c}_{1b}^0(t_0) \mathbf{c}_{1c}^{1b} \mathbf{c}_1^{1c}(t_0) \mathbf{c}_{\text{КР}}^1), \quad (11)
 \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{f}(\mathbf{c}_j^i(\boldsymbol{\Phi}_j^i)) = \left[-\arctg\left(\mathbf{c}_{j,(3,2)}^i / \mathbf{c}_{j,(3,3)}^i\right), \arcsin\left(\mathbf{c}_{j,(1,3)}^i\right), -\arctg\left(\mathbf{c}_{j,(1,2)}^i / \mathbf{c}_{j,(1,1)}^i\right) \right]^T,$$

нижние индексы в скобках обозначают соответственно номер строки и номер столбца выбранного элемента матрицы. Коэффициенты a_i определяются из соотношений $\boldsymbol{\eta}_r(t_0) = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ и $\boldsymbol{\eta}_\varphi(t_0) = [a_4 \ a_5 \ a_6]^T$.

На следующем этапе необходимо найти оптимальные значения времени переходного процесса $T_{п.п}$ и постоянных времени T_i при заданной точности наведения δ_i КР по каждой координате соответственно и ограничениях на максимальные длины, скорости и ускорения выдвигания штоков актуаторов по модулю. В случае позиционирования, когда начальные и конечные скорости актуаторов равны нулю, данная задача может быть решена следующим образом. Сформулируем критерий оптимального управления в виде

$$J = \min_x \left\{ x_1 + \sum_{i=1}^6 \left(\frac{1}{x_{i+1}} + x_{i+7} \right) \right\} \quad (12)$$

при следующих ограничениях:

$$x_1 > k_1 T_h; \quad (13.1)$$

$$x_{i+1} < \frac{k_2}{T_h}; \quad (13.2)$$

$$x_{i+7} > 0; \quad (13.3)$$

$$x_1 - x_{i+7} > 0; \quad (13.4)$$

$$-\lambda_i^{\max} < \frac{-a_i}{T_h} x_{i+1} < \lambda_i^{\max}; \quad (13.5)$$

$$\begin{aligned}
 & e^{-x_1 x_{i+1}} - \left(\frac{-x_1}{T_h e^{\frac{-x_1}{T_h}}} - \frac{\text{sign}(a_i) \delta_i}{a_i} \right) \times \\
 & \times x_{i+1} - \frac{\text{sign}(a_i) \delta_i}{a_i} = 0; \quad (13.6)
 \end{aligned}$$

$$\frac{a_i}{T_h - \frac{1}{x_{i+1}}} \left(\frac{1}{T_h} e^{-\frac{-x_{i+7}}{T_h}} - x_{i+1} e^{-x_{i+7} x_{i+1}} \right) = 0; \quad (13.7)$$

$$-v_i^{\max} < \frac{-a_i}{T_h - \frac{1}{x_{i+1}}} \left(e^{-\frac{-x_{i+7}}{T_h}} - e^{-x_{i+7} x_{i+1}} \right) < v_i^{\max}, \quad (13.8)$$

где $x_1 = T_{п.п}$; $x_{i+1} = \frac{1}{T_i}$; x_{i+7} — моменты времени,

в которые скорости изменения линейных и угловых ошибок наведения имеют максимальные по

модулю значения; k_1, k_2 — весовые коэффициенты; λ_i^{\max} — максимальное значение ускорений изменения линейных и угловых ошибок наведения; v_i^{\max} — максимальное значение скоростей изменения линейных и угловых ошибок наведения; $i = 1..6$.

Ограничения (13.1) и (13.2) определяют минимальное допустимое значение времени переходного процесса и постоянных времени T_i , связанное с тем, что быстродействие замкнутой системы в целом не может быть выше быстродействия ее подсистем. Ограничения (13.3) и (13.4) определяют минимальные и максимальные допустимые значения x_{i+7} , так как выбранные законы изменения длины штоков актуаторов имеют выраженные этапы разгона и торможения.

Ограничения (13.5) определяют максимальные по модулю допустимые значения ускорений изменения линейных и угловых ошибок наведения. Эти ограничения получены дифференцированием (10) по времени и максимизацией найденного ускорения на отрезке $[0, T_{п.п}]$:

$$\ddot{\eta}_i = \frac{-a_i}{T_h - T_i} \left[\frac{1}{T_i} e^{-\frac{t}{T_i}} - \frac{1}{T_h} e^{-\frac{t}{T_h}} \right] = \frac{-a_i}{T_h - \frac{1}{x_{i+1}}} \left[x_i e^{-x_{i+1}t} - \frac{1}{T_h} e^{-\frac{t}{T_h}} \right]. \quad (14)$$

Не сложно показать, что $\ddot{\eta}_i$ имеют максимальные по модулю значения при $t = 0$, равные $\ddot{\eta}_i(t_0) = \frac{-a_i}{T_h} x_{i+1}$.

Ограничения (13.6) определяют максимальные допустимые ошибки наведения. Они получены упрощением следующего уравнения:

$$\eta_i(T_{п.п}) = \frac{a_i}{T_h - T_i} \left[T_h e^{-\frac{T_{п.п}}{T_h}} - T_i e^{-\frac{T_{п.п}}{T_i}} \right] = \frac{a_i}{T_h - \frac{1}{x_{i+1}}} \left[T_h e^{-\frac{x_1}{T_h}} - \frac{1}{x_{i+1}} e^{-x_1 x_{i+1}} \right] = \text{sign}(a_i) \delta_i. \quad (15)$$

Ограничения (13.7) определяют моменты времени, в которые скорости изменения линейных и угловых ошибок наведения имеют максимальные по модулю значения. Получены из условия, что ускорение (14) равно нулю при $t = x_{i+7}$.

Ограничения (13.8) определяют максимальные по модулю допустимые значения скоростей изменения линейных и угловых ошибок наведения в моменты времени x_{i+7} .

Не трудно заметить, что переменные x_{i+1} можно выразить через x_1 , используя ограничение (13.6). Для этого введем замену $y = x_1 x_{i+1}$, тогда (13.6) примет вид

$$e^{-y_i} = -\mu_i y_i + \sigma_i, \quad \sigma_i = \frac{\text{sign}(a_i) \delta_i}{a_i},$$

$$\mu_i = \frac{\text{sign}(a_i) \delta_i T_h}{a_i x_1} - \frac{T_h}{x_1} e^{-\frac{x_1}{T_h}}, \quad \mu_i > 0, \quad \sigma_i > 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) имеет два одинаковых решения в случае

$$\frac{\partial e^{-y_i}}{\partial y_i} = -e^{-y_i} = \frac{\partial(-\mu_i y_i + \sigma_i)}{\partial y_i} = -\mu_i, \quad (17)$$

что позволяет уточнить нижнюю границу для σ_i :

$$y_i = -\ln \mu_i, \quad \mu_i = \mu_i \ln \mu_i + \sigma_i, \quad \sigma_i = \mu_i - \mu_i \ln \mu_i. \quad (18)$$

Учтем (18) в уравнении (16):

$$e^{-y_i} = -\mu_i y_i + \sigma_i, \quad \mu_i > 0, \quad \mu_i - \mu_i \ln \mu_i - \sigma_i < 0. \quad (19)$$

Перегруппировав (19): $-\frac{1}{\mu_i} = \left(y_i - \frac{\sigma_i}{\mu_i} \right) e^{y_i}$, и введя замену $z_i = y_i - \frac{\sigma_i}{\mu_i}$, получим

$$z_i e^{z_i} = -\frac{1}{\mu_i} e^{-\frac{\sigma_i}{\mu_i}}. \quad (20)$$

Решением (20) является функция Ламберта f^{-1} :

$$z_i = f^{-1} \left(-\frac{1}{\mu_i} e^{-\frac{\sigma_i}{\mu_i}} \right),$$

$$y_i = \frac{\sigma_i}{\mu_i} + z_i = \frac{\sigma_i}{\mu_i} + f^{-1} \left(-\frac{1}{\mu_i} e^{-\frac{\sigma_i}{\mu_i}} \right). \quad (21)$$

Тогда переменные x_{i+1} находятся из соотношения

$$x_{i+1} = \frac{\sigma_i}{\mu_i(x_1) x_1} + \frac{1}{x_1} f^{-1} \left(-\frac{1}{\mu_i(x_1)} e^{-\frac{\sigma_i}{\mu_i(x_1)}} \right) = g_i(x_1),$$

$$\mu_i(x_1) > 0, \quad \mu_i(x_1) - \mu_i(x_1) \ln \mu_i(x_1) - \sigma_i < 0. \quad (22)$$

Не трудно увидеть, что переменные x_{i+7} могут быть выражены через $g(x_1)$ с использованием ограничений (13.7):

$$\frac{a_i}{T_h - \frac{1}{g_i(x_1)}} \left(\frac{1}{T_h} e^{-\frac{x_{i+7}}{T_h}} - g_i(x_1) e^{-x_{i+7} g_i(x_1)} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_h} e^{-\frac{x_{i+7}}{T_h}} = g_i(x_1) e^{-x_{i+7} g_i(x_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_h g_i(x_1)} = e^{x_{i+7} \left(\frac{1}{T_h} - g_i(x_1) \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{i+7} = \frac{1}{\frac{1}{T_h} - g_i(x_1)} \ln \left(\frac{1}{T_h g_i(x_1)} \right) = h_i(x_1). \quad (23)$$

В результате выполненных преобразований задача многомерной оптимизации с 13 переменными сводится к задаче одномерного поиска с критерием

$$J = \min_{x_1} \{x_1\} \quad (24)$$

при ограничениях:

$$g_i(x_1) < \frac{k_2}{T_h}, \quad \mu_i(x_1) > 0,$$

$$\mu_i(x_1) - \mu_i(x_1) \ln \mu_i(x_1) - \sigma_i < 0,$$

$$-\lambda_i^{\max} < \frac{-a_i}{T_h} g_i(x_1) < \lambda_i^{\max},$$

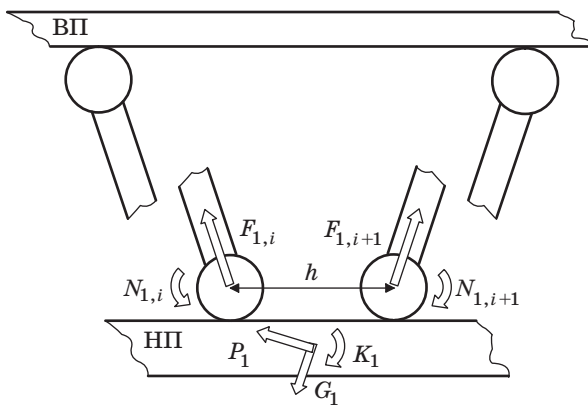
$$-v_i^{\max} < \frac{-a_i}{T_h - \frac{1}{g_i(x_1)}} \left(e^{\frac{-h_i(x_1)}{T_h}} - e^{-h_i(x_1)g_i(x_1)} \right) <$$

$$< v_i^{\max}. \quad (25)$$

Решить данную оптимизационную задачу можно, например, воспользовавшись функцией `fmincon` пакета `MatLab`, которая находит минимум целевой функции при линейных и нелинейных ограничениях.

Динамическая модель гексапода и управление заклиниванием актуаторов

Одним из преимуществ гексаподов является управляемый выбор люфта в шарнирах и редукторах актуаторов. Для этой цели шарниры соседних актуаторов устанавливаются с некоторой базой h (рисунок).



■ Схема крепления шарниров и силы, действующие на гексапод

Силы F_1^1 и моменты M_1^1 , действующие на НП в СК НП, имеют вид

$$F_1^1 = \sum_{i=1}^6 F_{1,i}^1 + G_1^1 + P_1^1,$$

$$M_1^1 = \sum_{i=1}^6 \langle r_{1ji}^{1,1} \rangle F_{1,i}^1 + \sum_{i=1}^6 N_{1,i}^1 + K_1^1, \quad (26)$$

где $F_{1,i}^1$ — силы упругости и демпфирования, действующие на НП со стороны i -го актуатора в СК НП; $N_{1,i}^1$ — моменты трения в i -м шарнире НП в СК НП; P_1^1 — силовая нагрузка, действующая на НП; K_1^1 — моментная нагрузка, действующая на НП; G_1^1 — сила тяжести, действующая на НП. Сила $F_{1,i}^1$ действует вдоль актуатора и является коллинеарной вектору r_{1ji}^{1bj} . Моменты $N_{1,i}^1$ действуют против скорости движения в шарнире.

В реальных случаях будет рассогласование $\dot{\chi}_i$ между линейной скоростью движения точки крепления шарнира v_i на НП и скоростью удлинения актуатора v_{ai} :

$$\dot{\chi}_i = v_i - v_{ai}, \quad (27)$$

где v_i определяется согласно (4).

Силы $F_{1,i}^1$ и векторы r_{1ji}^{1bj} коллинеарные, поэтому координаты $F_{1,i}^1$ в СК ВП

$$F_{1,i}^1 = - \frac{c_1^{1c,T} c_{1c}^{1b,T} r_{1ji}^{1bj,1jb}}{l_{1ji}^{1bji}} [C_i \chi_i + D_i \dot{\chi}_i],$$

$$\chi_i = l_{1ji}^{1bji} - l_{0i} - \frac{\psi_i}{I_i},$$

$$l_{0i} = \left| r_{1c}^{1b,1b} + c_{1c}^{1b} r_{1ji}^{1,1} - r_{1bj}^{1b,1b} \right|, \quad (28)$$

где C_i, D_i — коэффициенты упругости и демпфирования актуатора соответственно; χ_i — деформация актуатора; ψ_i — угол поворота ротора двигателя актуатора.

В шарнирах НП действуют моменты трения. Для их описания введем СК актуатора A_i $E_{ai} = (o_{ai}, [e_{ai}])$, где o_{ai} — начало СК A_i , которое относительно СК ВП определяется; $r_{1ji}^{1b,1b}, [e_{ai}]$ — орты СК A_i . Угловое положение СК НП в СК A_i определяется углами $\phi_1^{ai} = [\beta_1^{ai} \quad \theta_1^{ai} \quad 0]^T$, которые находятся из соотношений

$$\phi_1^{ai} = \left[\arcsin \left(e_{ai,y}^{z,1} \right), -\arctg \left(\frac{e_{ai,x}^{z,1}}{e_{ai,z}^{z,1}} \right), 0 \right]^T,$$

$$e_{ai}^{z,1} = \frac{r_{1ji}^{1bj,1}}{l_{1ji}^{1bji}}, \quad e_{ai}^{z,1} = c_1^{ai,T} e_{ai}^z,$$

$$\mathbf{e}_{ai}^z = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad \mathbf{c}_1^{ai} = \mathbf{c}_1(\beta_1^{ai}) \mathbf{c}_2(\theta_1^{ai}), \quad (29)$$

где $\mathbf{e}_{ai}^{z,1} = [e_{ai,x}^{z,1} \ e_{ai,y}^{z,1} \ e_{ai,z}^{z,1}]^T$ — координатный столбец орта оси z СК A_i в СК НП; \mathbf{e}_{ai}^z — координатный столбец орта оси z СК A_i .

Выражения для моментов трения НП примут вид

$$\mathbf{N}_{1,i}^1 = -\varepsilon_1^{ai} \mu_s \text{sign}(\dot{\phi}_1^{ai}) n_i - \varepsilon_1^{ai} \mu_v \text{sign}(\dot{\phi}_1^{ai}) \gamma(\dot{\phi}_1^{ai}), \quad (30)$$

$$n_i = |\mathbf{F}_{1,i}^1|,$$

где $\text{sign}(\dot{\phi}_1^{ai}) = [\text{sign}(\beta_1^{ai}) \ \text{sign}(\dot{\theta}_1^{ai}) \ \text{sign}(0)]^T$; $\gamma(\dot{\phi}_1^{ai}) = [|\beta_1^{ai}|^9 \ |\dot{\theta}_1^{ai}|^9 \ 0]^T$; μ_s — коэффициент сухого

трения; μ_v — коэффициент вязкого трения; 9 — постоянный коэффициент. Угловые скорости $\dot{\phi}_1^{ai}$ определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{1ji}^{1bjj,1} &= \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^{z,1bjj} \mathbf{l}_{1ji}^{1bjj,1} = \mathbf{c}_1^{1c,T} \mathbf{c}_{1c}^{1b,T} \mathbf{v}_{1ji}^{1bjj,1b}, \\ \mathbf{v}_{1ji}^{1bjj,1} &= \dot{\phi}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^{z,1bjj} \mathbf{l}_{1ji}^{1bjj} + \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{v}_i = \\ &= -\mathbf{c}_1^{ai,T} \langle \boldsymbol{\omega}_1^{ai,ai} \rangle \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{l}_{1ji}^{1bjj} + \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{v}_i = \\ &= \mathbf{c}_1^{ai,T} \langle \mathbf{e}_{ai}^z \rangle \mathbf{c}_1^{ai} \boldsymbol{\omega}_1^{ai,1} \mathbf{l}_{1ji}^{1bjj} + \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{v}_i = \\ &= \langle \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{l}_{1ji}^{1bjj} \rangle \boldsymbol{\omega}_1^{ai,1} + \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{v}_i = \\ &= \langle \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{l}_{1ji}^{1bjj} \rangle \boldsymbol{\varepsilon}_1^{ai} \boldsymbol{\phi}_1^{ai} + \mathbf{c}_1^{ai,T} \mathbf{e}_{ai}^z \mathbf{v}_i, \\ \phi_1^{ai} &= \xi_1^{ai} \frac{\mathbf{c}_1^{1c,T} \mathbf{c}_{1c}^{1b,T}}{\mathbf{l}_{1ji}^{1bjj}} \mathbf{v}_{1ji}^{1bjj,1b} - \frac{\zeta_1^{ai}}{\mathbf{l}_{1ji}^{1bjj}} \mathbf{v}_i, \end{aligned} \quad (31)$$

где $\mathbf{v}_{1ji}^{1bjj,1}$ — скорость относительного поступательного движения шарниров одного актуатора в СК НП; $\boldsymbol{\omega}_1^{ai,ai}$ — угловая скорость движения НП в СК A_i ; $\boldsymbol{\omega}_1^{ai,1}$ — угловая скорость движения НП относительно СК A_i в СК НП;

$$\xi_1^{ai} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\cos(\beta_1^{ai})} & 0 \\ -1 & \frac{\text{tg}(\beta_1^{ai}) \text{tg}(\theta_1^{ai})}{\cos(\beta_1^{ai})} & 0 \\ \cos(\beta_1^{ai}) \cos(\theta_1^{ai}) & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (32)$$

$$\zeta_1^{ai} = \begin{bmatrix} \text{tg}(\beta_1^{ai}) \\ 1 \\ \cos^2(\beta_1^{ai}) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение динамики КР с гексаподом имеет вид

$$\Theta_1^1 \dot{\mathbf{V}}_1^{0,1} + \Phi_1^{0,1} \Theta_1^1 \mathbf{V}_1^{0,1} = \Xi_1^1,$$

$$\Theta_1^1 = \begin{bmatrix} 1m_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix}, \quad \Phi_1^{0,1} = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{\omega}_1^{0,1} \rangle^T & 0 \\ \langle \mathbf{v}_1^{0,1} \rangle^T & \langle \boldsymbol{\omega}_1^{0,1} \rangle^T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{V}_1^{0,1} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{0,1} \\ \boldsymbol{\omega}_1^{0,1} \end{bmatrix}, \quad \Xi_1^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1^1 \\ \mathbf{M}_1^1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

где Θ_1^1 — матрица инерции НП; m_1 — масса нижней платформы; \mathbf{I}_1 — матрица моментов инерции НП. Матричные уравнения кинематики гексапода имеют вид

$$\mathbf{V}_1^{0,1} = \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{q}},$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^{1c,T} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^0 & 0 \\ \langle \mathbf{r}_1^{0,0} \rangle \mathbf{c}_1^0 & \mathbf{c}_1^0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^{1c,1c} \\ \boldsymbol{\phi}_1^{1c} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_1^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^{1c,T} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_1^{1c} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{1c,1c} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}}_1^{1c} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Уравнения гексапода с учетом динамики примут вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S} \Xi_1^1,$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \mathbf{S} \Theta_1^1 \mathbf{S}^T, \quad \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{S} \Theta_1^1 \dot{\mathbf{S}}^T + \mathbf{S} \Phi_1^{0,1} \Theta_1^1 \mathbf{S}^T,$$

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathbf{M}}_1^{0,T} \mathbf{L}_1^0 + \mathbf{M}_1^{0,T} \mathbf{L}_1^0 \Phi_1^{0,1}, \quad (35)$$

где $\dot{\mathbf{M}}_1^0 = \begin{bmatrix} \langle \boldsymbol{\omega}_1^{1c,1} \rangle^T \mathbf{c}_1^{1c,T} & 0 \\ 0 & \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1^{1c} \end{bmatrix},$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1^{1c} = \begin{bmatrix} -\langle \mathbf{e}_z \dot{\alpha}_j^i \rangle \mathbf{c}_3^T(\alpha_j^i) \mathbf{c}_2^T(\theta_j^i) \mathbf{e}_x - \\ -\mathbf{c}_3^T(\alpha_j^i) \langle \mathbf{e}_y \dot{\theta}_j^i \rangle \mathbf{c}_2^T(\theta_j^i) \mathbf{e}_x | -\langle \mathbf{e}_z \dot{\alpha}_j^i \rangle \mathbf{c}_3^T(\alpha_j^i) \mathbf{e}_y | 0 \end{bmatrix}.$$

Заключение

В статье приведены простые кинематическая и динамическая модели гексапода. Представлена методика определения оптимальных законов движений штоков актуаторов с учетом быстрогодействия их приводов и инерции системы контррефлектор — гексапод. Данная методика позволяет свести задачу многомерной оптимизации при наличии сложных ограничений к задаче одномерного поиска при наличии нелинейных ограничений и значительно сократить время поиска решения.

Контррефлектор предполагается использовать как высокоточную систему для коррекции

ошибок и деформаций главного зеркала, поэтому необходимо обеспечивать задачу выбора люфта на протяжении всей траектории движения КР, а не только в стационарных положениях. Величина силы прижатия в шарнирах должна определяться суммарным вектором действующих на КР сил в текущий момент, что обеспечит его плавные перемещения без раскрытия люфта и как следствие может продлить время эксплуатации гексапода. Данная задача требует более детального анализа и будет рассмотрена в следующей статье.

Литература

1. Система автоматического наведения радиотелескопа: Патент РФ Ru 2319171 С1. 2008. Бюл. № 7. Ч. 3. С. 824–825.
2. Городецкий А. Е., Артеменко Ю. Н., Дубаренко В. В., Тарасова И. Л., Кучмин А. Ю. Проблемы создания систем адаптации космических радиотелескопов // Информационно-управляющие системы. 2010. № 3. С. 2–8.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

При подготовке рукописей статей редакция просит Вас руководствоваться следующими рекомендациями.

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 20 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала в Word шрифтом Times New Roman размером 13, поля: слева три сантиметра, остальные не менее двух.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание, полное название организации, аннотация (7–10 строк) и ключевые слова на русском и английском языках, подрисуночные подписи.

Формулы в текстовой строке набирайте в Word, не используя формульный редактор (MathType или Equation), только в том случае, если средства Word не позволяют набрать формулу или символ (например, простая дробь, символы с «крышками» и т. д.), используйте имеющийся в Word формульный редактор MathType или Equation; формулы, стоящие в отдельной строке, могут быть набраны как угодно; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта никогда не пользуйтесь вкладкой Other..., используйте вкладку Define; в формулах не отделяйте пробелами знаки: + = –; не подгоняйте размер символов в формулах под размер шрифта в тексте статьи, не растягивайте и не сжимайте мышью формулы, вставленные в текст.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

Иллюстрации:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы предоставляйте в виде отдельных исходных векторных файлов, поддающихся редактированию: *.vsd, *.cdr, *.xls, *.doc, *.ai, *.dxf;

— при наличии надписей на рисунке используйте тот же шрифт, что и в основном тексте (Times New Roman), размер шрифта не более 10 pt, но не менее 8 pt;

— если при изготовлении рисунка Вы используете стрелочки, руководствуйтесь принципом единообразия;

— фото и растровые — в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

В редакцию предоставляются:

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, факс, эл. адрес), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40 × 55 мм;

— экспертное заключение.

Список литературы составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Более подробную информацию см. на сайте: www.i-us.ru