

УДК 004.021+00.416.3+681.5+681.514

РАЗЛАДКА, ГОМЕОСТАЗИС, ИЗМЕРЕНИЕ В РАМКАХ КОМПЕНСАЦИОННОГО ПРИНЦИПА РАВНОВЕСИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Часть 2: Исследование конкретного алгоритма

Э. П. Тихонов,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

Предлагаются и исследуются на основе общего подхода, рассмотренного в первой части статьи, конкретные модификации алгоритмов обнаружения разладки с анализом алгоритма по изменению математического ожидания сигнала. Предлагаемые алгоритмы обладают свойствами адаптации и самоорганизации, следствием чего является их слабая зависимость от априорных данных.

Ключевые слова — разладка, адаптация, итерационные алгоритмы, сходимость, измерение.

Введение

В известных методах по обнаружению разладки, т. е. обнаружения тех или иных изменений в экспериментальных данных или в результатах измерения вероятностных характеристик (ВХ) случайного процесса (сигнала), помимо параметрических методов применяются так называемые непараметрические методы [1, 2]. Основная проблема, которую подчеркнул в своем предисловии к книге Н. А. Цейтлина [1] президент Российской ассоциации статистических методов А. И. Орлов, состоит в неадекватности априорной информации, необходимой для решения задачи разладки. Поэтому представляют интерес рассмотренные в первой части статьи методы, использующие принцип симметрии в условиях минимума априорной информации о ВХ сигнала. Напомним, что суть рассмотренного метода заключается в том, что за счет нарушения симметрии фиксируется разладка между преобразованиями сигнала, выполняемыми в темпе с поступлением сигнала, и аналогичными (в принципе, возможно и иными) преобразованиями, полученными по предыдущим (т. е. задержанным, запомненным) результатам измерения этого же сигнала. При этом отсутствующую априорную, но необходимую для решения задачи о разладке информацию одномоментно получают по наблюдаемому случайному процессу (сигналу), описы-

ваемому моделью квазистационарного эргодического случайного процесса. Эта информация используется не только для решения поставленной задачи обнаружения разладки, но и для оптимизации алгоритмов, лежащих в основе ее решения.

Уточненная постановка задачи

В предлагаемой постановке задача обнаружения разладки в измеряемом случайном процессе, или просто сигнале, должна осуществляться:

- как при скачкообразном, так и при плавном, непрерывном изменении ВХ сигнала, по которой обнаруживают момент наступления разладки при переходе от одного стационарного сектора сигнала по наблюдаемой ВХ к другому;
- в реальном масштабе времени с минимальной задержкой относительно появления момента разладки;
- на основе достаточно простых алгоритмов, использующих дискретные значения анализируемого сигнала;
- с использованием алгоритмов, обладающих свойством инвариантности в достаточно широких пределах к тем или иным априорно установленным параметрам или ВХ сигнала;
- по алгоритму, функционирование которого должно осуществляться с минимальной априорной информацией о ВХ сигнала.

Подобные требования обычно выставляются к адаптивным и самонастраивающимся алгоритмам. Необходимо подчеркнуть, что задача разладки в соответствии с предлагаемым методом должна решаться не только по математическому ожиданию (МО) или дисперсии, а и по другим ВХ, включая функцию (ФРВ) и плотность (ПРВ) распределения вероятностей сигнала.

Исходный обобщенный анализ

В связи с постановкой задачи в основе метода предлагается использовать предложенные в первой части статьи вероятностно-итерационные алгоритмы (в дальнейшем — просто итерационные алгоритмы), в которых для решения задачи разладки нет необходимости получать результаты измерения соответствующих ВХ, а достаточно установить моменты их изменения. Поэтому в алгоритме используются для обнаружения разладки значения самого сигнала — в текущий момент и задержанного на некоторый интервал времени T_m относительно текущего момента времени. Сравнение между собой результатов преобразования в реальном масштабе времени текущего сигнала с его преобразованным, но задержанным значением как раз и реализует принцип симметрии. Точка (в общем случае это может быть и другой геометрический объект в виде аттрактора), относительно которой устанавливается симметрия, итерационно находится между текущими и предшествующими значениями сигнала, преобразованными в соответствии с выбранной ВХ. Значение этой точки априорно может быть найдено, независимо от ВХ сигнала, при отсутствии разладки из решения уравнения в неподвижной точке синтезированного итерационного алгоритма. При реализации итерационного алгоритма в технической системе неподвижная точка определяется автоматически. Суть принципа симметрии состоит в том, что в отсутствие разладки точка симметрии между прошлым и текущим состоянием сигнала имеет строго определенное и априорно известное значение. Это значение определяется свойством устойчивой сходимости к стационарному значению (аттрактору, который в лучшем случае представляет собой неподвижную или устойчивую точку) используемого итерационного алгоритма. В случае наступления разладки симметрия нарушается, и для ее сохранения происходит переход в соответствии с итерационным алгоритмом к новому аттрактору. В момент перехода к новому аттрактору первоначально установившаяся симметрия нарушается, что и определяет наступление разладки в соответствии с изменением ВХ наблюдаемого сигнала. Однако в силу случайности сигнала и конеч-

ности времени наблюдения текущее значение сдвига симметрии также является случайной величиной. Поэтому необходим критерий для принятия решения относительно того, является ли данное нарушение симметрии случайным при отсутствии разладки или же оно порождено наступлением разладки в сигнале. В этом случае возникает вопрос об установлении допустимого отличия нового аттрактора от его исходного вида, определяющего первоначальную симметрию. Как и в классическом случае, этот интервал может определяться по вероятности ошибки первого и второго рода [1].

Для более сложного многомерного случая принцип симметрии сохраняется, но уже в этом случае аттрактор может состоять из множества точек, образующих некоторую область или конфигурацию симметрии.

В общем случае с учетом приведенного в первой части статьи подхода обобщенный алгоритм, использующий принцип симметрии, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{d}[(n+1)\Delta t] &= \mathbf{d}(n\Delta t) - \\ &- \mathbf{A}_n \boldsymbol{\mu} \left\{ \boldsymbol{\theta} \left\{ \Xi[(n-i)\Delta t] \right\}_{i=1}^k, \mathbf{d}(n\Delta t), \mathbf{d}_m^* \right\} - \\ &- \boldsymbol{\theta} \left\{ \Xi[(n-i)\Delta t - T_m] \right\}_{i=1}^k, \mathbf{d}(n\Delta t), \mathbf{d}_m^* \left. \right\}, \quad (1) \end{aligned}$$

где $\mathbf{d}[(n+1)\Delta t]$ и $\mathbf{d}(n\Delta t)$ — векторные значения искомого параметра на $(n+1)$ -м и n -м шаге (такте) итерации фиксированной размерности, причем для всех $n = 1, 2, \dots$ выполняется условие $|\mathbf{d}(n\Delta t)| \leq \mathbf{E}_0$ и начальное значение $\mathbf{d}(n\Delta t) = \mathbf{0}$; \mathbf{A}_n — априорно заданная или изменяющаяся по определенному закону последовательность матриц, определяющая шаг итерации и влияющая на изменение искомого параметра на $(n+1)$ -м шаге в зависимости от его значения на n -м шаге итерации; Δt — исходный минимальный шаг временной дискретизации, связанный с преобразованием исходного, изменяющегося случайно во времени сигнала (в дальнейшем как для исходного сигнала, так и отсчетов исходного сигнала используется общий термин — сигнал) в цифровые отсчеты; $\Xi[(n-i)\Delta t]_{i=1}^k$ — преобразованные в цифровой код дискретные отсчеты сигнала в моменты времени $n\Delta t$, причем $|\Xi[(n-i)\Delta t]_{i=1}^k| \leq \mathbf{E}_0$ для всех n ; \mathbf{E}_0 — диапазон преобразования сигнала в цифровой код, обычно одинаков для всех составляющих сигнала; $\mathbf{d}_m^* = \mathbf{0}$ — априорно заданный вектор параметров фиксированной размерности; T_m — априорно заданный временной параметр, определяющий глубину памяти или задержку сигнала относительно текущего времени $n\Delta t$, величина которого задается кратно временному шагу Δt в виде $m\Delta t$; m и k — целые числа ≥ 1 ; $\boldsymbol{\mu}\{\dots\}$ и $\boldsymbol{\theta}\{\dots\}$ — векторные преобразования, вид которых раскры-

вается в зависимости от конкретного синтезированного алгоритма обнаружения разладки по соответствующим ВХ сигнала.

Векторное преобразование вводится для того, чтобы показать, что решение задачи разладки может осуществляться по набору ВХ, частным случаем которого является единственная ВХ, например просто МО. В дальнейшем для упрощения записи устанавливается временной шаг дискретизации $\Delta t = 1$ и $T_m = m$.

При одном и том же преобразовании $\theta\{\dots\}$ в отсутствие разладки для квазистационарного случайного процесса $\xi(t)$, описывающего сигнал, и надлежащем выборе параметров T_m и \mathbf{d}_m^* выполняется условие

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_{\xi} \left\{ \theta \left\{ \left\{ \Xi(n-i) \right\}_{i=1}^k, \mathbf{d}(n), \mathbf{d}_m^* \right\} \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} M_{\xi} \left\{ \theta \left\{ \left\{ \Xi[(n-i)-m] \right\}_{i=1}^k, \mathbf{d}(n), \mathbf{d}_m^* \right\} \right\}, \quad (2)$$

и в этом случае $\mathbf{d}(n+1) = \mathbf{d}(n) = \mathbf{d}_0$, а это свойство и соответствует симметрии между настоящим и прошлым.

С другой стороны, с точки зрения теории нелинейной динамики [3, 4], значения векторного параметра \mathbf{d}_0 , или множество его значений, как уже отмечалось, образуют аттрактор. При этом симметрия нарушается, если изменятся, начиная с какого-то момента времени, те или иные ВХ сигнала $\xi(t)$, но при этом меняется и аттрактор, для нового значения которого, тем не менее, должно сохраняться условие (2).

Анализ при разладке по математическому ожиданию

Сходимость алгоритма будет обеспечиваться, если $\lim_{i \rightarrow \infty} \bar{\mathbf{d}}(i) = \bar{\mathbf{d}}_0$. Поэтому искомым параметр $\mathbf{d}(n+1)$ можно рассматривать как некоторую статистическую или решающую функцию, по значениям которой принимается решение о возникновении разладки в сигнале $\xi(n)$ в момент времени n_0 . Решение о возникновении разладки принимается, если для решающей векторной функции выполняется условие $|\bar{\mathbf{d}}(n_0+1-m) - \bar{\mathbf{d}}(n_0+1)| > \bar{\mathbf{d}}_{\Pi}$, определяющее наступление разладки, где $\bar{\mathbf{d}}_{\Pi}$ — некоторое заданное пороговое значение, или просто порог. Величина этого порога в классическом варианте определяется на основании априорных данных о виде ПРВ решающей функции, включая диапазон изменения сигнала E_0 . Имеется множество вариантов решения для установления величины порога с учетом объема априорных данных о ПРВ решающей функции [1, 2]. Однако любое решение по установлению порога не пред-

усматривает возможности коррекции его величины при изменении ВХ сигнала в реальном масштабе времени в темпе с определением самой решающей функции. При осуществлении коррекции порога желательно, чтобы динамика и время коррекции были, по крайней мере, равны соответствующей динамике и времени коррекции изменения решающей функции при наступлении разладки. Возможны различные варианты дополнительных алгоритмов, отслеживающих в реальном масштабе времени изменение порога по определению какой-либо дополнительной ВХ сигнала. Важно отметить, что дополнительные алгоритмы используют информацию, получаемую по той же выборке, задержанной на заданный временной интервал, что и основной алгоритм обнаружения разладки. При этом возникает задача по поиску и определению соответствующего дополнительного алгоритма. Очевидно, что этот алгоритм должен быть связан с исходным алгоритмом, по которому решается задача разладки. По существу, в данной постановке речь идет об адаптивном варианте решения исходной задачи разладки, включая поиск величины порога при минимальной априорной информации о значениях ВХ сигнала.

Предположим, что ставится задача обнаружения разладки по изменению первого начального момента или МО сигнала. В этом случае одномерный алгоритм, для которого при $\mu(x) = x$, $\theta(x) = xT_m = m\Delta t (\Delta t = 1)$ и $d_m = 0$, можно представить в виде

$$d(n+1) = d(n) - \alpha_n \{ [\xi(n - T_m) + d(n)] - [\xi(n) - d(n)] \}$$

или

$$d(n+1) = d(n) - \alpha_n \left\{ \left[\overset{0}{\xi}(n - T_m) - m_{\xi 1} + d(n) \right] - \left[\overset{0}{\xi}(n) - m_{\xi 2} - d(n) \right] \right\}, \quad (3)$$

где $\overset{0}{\xi}(n)$ — центрированная случайная последовательность; $m_{\xi 1}$ и $m_{\xi 2}$ — МО случайной последовательности $\xi(t)$, причем

$$M_{\xi} \{ \xi(n) \} = \begin{cases} m_{\xi 1} & \text{при } n - T_m < n \leq n_0; \\ m_{\xi 2} & \text{при } n > n_0; \end{cases}$$

n_0 — момент наступления разладки.

При появлении разладки в сигнале по МО в виде скачка получаем

$$d_0 = (\Delta m / 2),$$

где Δm — величина скачка, равного отклонению МО случайного процесса $\xi(t)$ или сформированной из него последовательности с момента времени n_0 .

Для исследования свойств алгоритма (3) достаточно оценить его сходимость по первым двум моментам. Если МО сигнала $\xi(n)$ остается постоянным, то в среднем алгоритм (3) сходится к нулю и, следовательно, точечный аттрактор независимо от значения МО сигнала равен нулю. Если же в текущий момент времени n_0 произошло скачкообразное изменение МО на величину Δm , то разность средних задержанного и текущего значений сигнала отлична от нуля и параметр $d(n)$ в среднем на интервале запаздывания T_m начинает расти с момента времени n_0 в соответствии с законом

$$\bar{d}(n) = \bar{d}(0)(1-2\alpha)^n + \frac{\Delta m_\xi}{2} [1 - (1-2\alpha)^n]$$

или

$$\bar{d}(n) = \left[d(0) - \frac{\Delta m_\xi}{2} \right] (1-2\alpha)^n + \frac{\Delta m_\xi}{2}$$

При достаточно малом $\alpha < 1$ и начальном значении $d(0) = 0$ получаем

$$\bar{d}(n) \approx \frac{\Delta m_\xi}{2} [1 - \exp(-2n\alpha)]$$

Далее, для конкретизации параметров α и T_m необходима оценка второго момента искомого параметра при изменении n . Представим алгоритм (3) в эквивалентном виде при условии, что $\Delta m_\xi = 0$ и $v(k) = d(k) - \Delta m_\xi = d(k)$, ($k = n + 1$ и $k = n$):

$$d(n+1) = d(n)(1-2\alpha) - 2\alpha \left[\frac{\xi(n-T_m) - \xi(n)}{2} \right] \quad (4)$$

Выполняя итерации, получаем

$$d(n+1) = d(0)(1-2\alpha)^n - 2\alpha \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{\xi(i-T_m) - \xi(i)}{2} \right] (1-2\alpha)^{n-1-i}$$

Возводя правую и левую части алгоритма (4) в квадрат и усредняя по случайным величинам $\xi(n)$ при фиксированном такте итерации с учетом очевидного равенства

$$M_\xi \left\{ \frac{\xi(n-T_m) - \xi(n)}{2} \right\} = 0,$$

приходим к выражению для определения дисперсии

$$D_d(n+1) = D_d(0)(1-2\alpha)^{2n} + \alpha^2 M_\xi \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} \times \left[\frac{\xi(i-T_m) - \xi(i)}{2} \right] \left[\frac{\xi(j-T_m) - \xi(j)}{2} \right] (1-2\alpha)^{2(n-1)-i-j} \right\} \quad (5)$$

Если предположить, что сигнал описывается моделью случайного процесса с независимыми приращениями, то в (5) целесообразно провести усреднение при фиксированном текущем такте итерации n . В результате приходим к следующему итерационному уравнению:

$$D_d(n+1) = D_d(n)(1-2\alpha)^2 + \alpha^2 M_\xi \left\{ \left[\frac{\xi(n-T_m) - \xi(n)}{2} \right]^2 \right\}, \quad (6)$$

где $D_d(n+1)$ и $D_d(n)$ — дисперсия параметра $d(n)$ для $(n+1)$ -го и n -го тактов итерации относительно аттрактора.

Рассмотрим дисперсию разности сигнала, которую представим в виде

$$M_\xi \left\{ \left[\frac{\xi(n-T_m) - \xi(n)}{2} \right]^2 \right\} = 2\sigma_\xi^2 (1-r(T_m)),$$

где σ_ξ^2 — дисперсия сигнала; $r(T_m)$ — нормированная автокорреляционная функция (НАКФ) для установленной временной задержки T_m .

Предполагается, что на рассматриваемом интервале времени сигнал описывается квазистационарным случайным процессом с НАКФ, равной $r(\tau)$.

Решая методом подстановки итерационное уравнение (6), приходим к равенству

$$D_d(n) = D_d(0)\beta^n + \frac{2\alpha^2\sigma_\xi^2(1-r(T_m))}{1-\beta} (1-\beta^n), \quad (7)$$

где $\beta = (1-2\alpha)^2$.

В начальный момент $D_d(0) = 0$, поэтому (7) представим в виде

$$D_d(n) = \frac{2\alpha^2\sigma_\xi^2(1-r(T_m))}{1-\beta} - \beta^n \left[\frac{2\alpha^2\sigma_\xi^2(1-r(T_m))}{1-\beta} \right] \quad (8)$$

Дисперсия (8) при $n = 0$ соответствует начальной неопределенности при определении временной задержки T_m , когда устройство, реализующее рассматриваемый алгоритм, только запускается в работу. Как следует из (8), в начальный момент или момент «старта» алгоритма ($n = 0$) по отслеживанию изменения параметра T_m дисперсия минимальна. А это значит, что и соответствующие ошибки при обнаружении разладки алгоритма минимальны.

По мере возрастания времени наблюдения данная дисперсия стремится к финальной дисперсии, которая при отсутствии разладки определяется по формуле

$$\lim_{n \rightarrow \infty} D_d(n) \approx \frac{\alpha}{2} \sigma_\xi^2 (1-r(T_m)). \quad (9)$$

В рассматриваемом варианте в соответствии с (6)–(9) установлено, что дисперсия порога зависит от параметра α , дисперсии и НАКФ сигнала. Поэтому если бы были известны эти параметры, то, учитывая тот факт, что при достаточно малом значении параметра α ПРВ решающей функции приближается к гауссовой ПРВ, выбор порога можно было бы осуществить, используя известный классический подход [1].

Представляет интерес рассмотрение случая, когда сигнал описывается общей моделью случайного стационарного процесса. При этом для оценки отличия (5) и (7) выполним усреднение в (7) с учетом стационарности случайного процесса на наблюдаемом интервале времени. В результате получаем следующее эквивалентное (5) выражение:

$$D_d(n+1) = D_d(0)\beta^n + \alpha^2 \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} [2R(k) - R(k-T_m) - R(k+T_m)] \beta^{(n-1-j)-\lfloor k/2 \rfloor}, \quad (10)$$

где $R(\dots)$ — автокорреляционная функция сигнала на наблюдаемом интервале времени.

Выполняя суммирование с учетом того, что $D_d(0) = 0$, получаем

$$D_d(n+1) = \alpha^2 \sum_{k=0}^{n-1} [2R(k) - R(k-T_m) - R(k+T_m)] \times \frac{1 - \beta^{n-k}}{1 - \beta} \beta^{-\lfloor k/2 \rfloor}$$

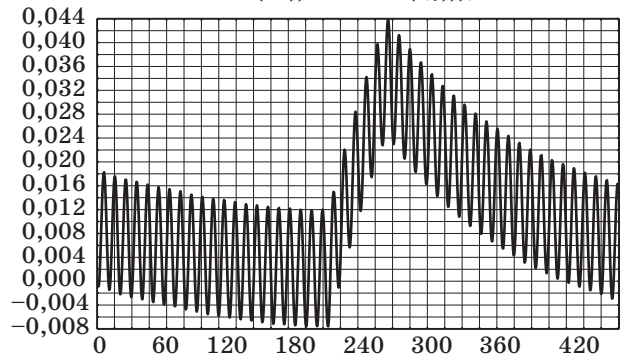
или

$$D_d(n+1) \approx \frac{\alpha D_\xi}{2} \sum_{k=0}^{n-1} [2r(k) - r(k-T_m) - r(k+T_m)] \times (1 - \beta^{n-k}) \beta^{-\lfloor k/2 \rfloor}, \quad (11)$$

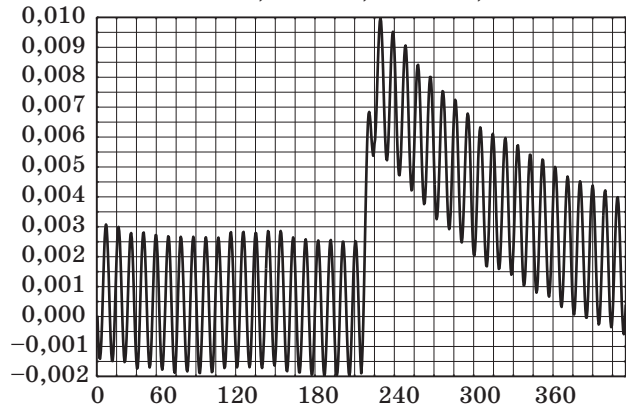
где D_ξ — дисперсия сигнала и $1 - \beta \approx 2\alpha$.

Из (11) следует, что искомая дисперсия в зависимости от изменения числа тактов итерации имеет достаточно сложную зависимость от НАКФ и временного параметра T_m , который устанавливается априорно. Вместе с тем так же, как и в (8), с ростом числа тактов итерации в (11) дисперсия возрастает от нуля до некоторого фиксированного значения. На рисунке показан пример результата моделирования алгоритма разладки по МО для гармонического сигнала со случайно изменяющейся фазой с разными значениями параметра T_m . Из результатов моделирования, приведенных на рисунке, следует, что существует оптимальное значение параметра задержки T_m , при которой возможно наиболее эффективное обнаружение разладки при минимальном времени за-

N1:=400; r:=0.053; k:=0.002;
d1:=0.2; h:=0.25; r1:=0.01;
data(i+1,j):=data(i,j)-k*(sin(2*Pi*r*(i+h*N1)+
normal(r1))+d+data(i,j)-(sin(2*Pi*
i+normal(r1))+d1-data(i,j)));



N1:=400; r:=0.053; k:=0.002;
d1:=0.2; h:=0.05; r1:=0.01;



■ Результаты моделирования гармонического сигнала для разных значений параметра $T_m = h \cdot N1$; $r1$ — СКО гауссова шума; r — частота гармонического сигнала; d — величина скачка МО; k — шаг итерации

держки с момента ее возникновения. Значение этого параметра в условиях априорной неопределенности должно устанавливаться адаптивно в зависимости от вида НАКФ по наблюдению за сигналом в реальном масштабе времени. Это можно выполнить, если использовать, как это будет показано ниже, соответствующий адаптивный алгоритм.

Известно также, что на интервале стационарности для НАКФ выполняется неравенство $-1 \leq r(k) \leq 1$. Причем для определенного значения $k = k_{\text{кор}}$ выполняется условие $|r(k_{\text{кор}})| \leq \varepsilon_0$, где $\varepsilon_0 \ll 1$. На рисунке видно, что характеристики алгоритма, отслеживающего один и тот же по величине скачок постоянной составляющей гармонического сигнала, существенно зависят от параметра задержки T_m .

Рассмотрим случай, когда в момент времени n_0 МО сигнала скачком увеличилось на величину

Δm_ξ или произошла разладка по МО, тогда (4) представится в виде

$$v(n+1) = v(n) + 2\alpha \left[\frac{\xi(n-T_m) - \xi(n)}{2} + v(n) \right],$$

где $v(i) = d(i) - (\Delta m_\xi)/2$ при $i = n + 1$ и $i = n$ для $(n + 1)$ -го и n -го тактов итерации соответственно.

В этом случае искомая дисперсия определяется аналогично формулам (7) и (8) с той лишь разницей, что МО параметра $d(i)$ в момент разладки смещается на величину $\Delta m_\xi/2$.

Адаптивный алгоритм временной дискретизации и его применение при обнаружении разладки

Для обеспечения инвариантности временного параметра T_m к НАКФ при отсутствии априорных данных о ее виде в качестве дополнительного адаптивного алгоритма целесообразно выбрать алгоритм вида

$$T_m(n+1) = T_m(n) - \alpha_t \mu \{ \theta[\xi[n - T_m(n)] - \xi(n)] - \varepsilon_0 \}, \quad (12)$$

где n — шаг итерации при $\Delta t = 1$; α_t — заданная постоянная величина, обеспечивающая сходимость алгоритма; ε_0 — заданное значение функции меры $\theta[\dots]$;

$$\begin{aligned} & \mu \{ \theta[\xi[n - T_m(n)] - \xi(n)] - \varepsilon_0 \} = \\ & = \frac{\partial}{\partial \theta[\dots]} \Psi^* \{ \theta[\xi[n - T_m(n)] - \xi(n)] - \varepsilon_0 \} \Big|_{T_m(n)=T_{m0}}; \end{aligned}$$

T_{m0} — стационарное значение искомого параметра для рассматриваемого алгоритма.

Сходимость в среднем данного алгоритма оценивается по формуле (5). Если оба преобразования выбираются в соответствии с квадратичной функцией меры, то алгоритм (12) приобретает вид

$$T_m(n+1) = T_m(n) - \alpha_t \{ [\xi[n - T_m(n)] - \xi(n)]^2 - \varepsilon_0^2 \}, \quad (13)$$

где ε_0 — постоянная величина, априорно устанавливаемая исходя из общих ограничений, исходно накладываемых на сигнал по граничной частоте его спектральной функции и диапазону изменения по уровню с учетом требования устойчивости алгоритма [5, 6].

Алгоритм (13) сходится к стационарной точке T_{m0} , при которой устанавливается равенство

$$\sigma_\xi^2 [1 - r(T_{m0})] = \varepsilon_0^2. \quad (14)$$

После некоторого упрощения его можно представить в приближенном виде

$$\sigma_\xi T_{m0} \sqrt{r''(0)} \approx \varepsilon_0. \quad (15)$$

Равенства (14) и (15) выполняются при надлежащем выборе параметра ε_0 для любой НАКФ в силу ее монотонного убывания в окрестности нуля. Вопрос с подстройкой уровня порога для обнаружения разладки на основе применения дополнительного алгоритма (13) с учетом (14) и (15) решается уже с привлечением классической задачи проверки простой гипотезы H_0 о значении МО гауссова распределения вероятностей, дисперсия которого известна, против сложной альтернативы H_1 [1]. Использование классического подхода в этом случае базируется на том, что искомым параметром $d(n)$ при достаточно малом шаге итерации стремится к гауссовому распределению. Это утверждение доказывается, например, для алгоритма стохастической аппроксимации [5]. С учетом сказанного при условии, что МО при отсутствии разладки в сигнале равно нулю, величину требуемого порога определяем в соответствии с формулой

$$d_n = \lambda_{1-\delta} \sqrt{\sigma_\xi^2 (1 - r(T_{m0}))} = \lambda_{1-\delta} \varepsilon_0, \quad (16)$$

где $\lambda_{1-\delta}$ — квантиль уровня δ [1].

Таким образом, в соответствии с (16) в результате действия алгоритма (13) устанавливается величина порога независимо от вида НАКФ. В этом случае не используются априорные данные о НАКФ сигнала. Следовательно, задавая априорно постоянную величину ε_0 , можно гарантировать (конечно, с определенной достоверностью из-за некоторой флуктуации искомого параметра) нужное значение временного параметра T_{m0} , инвариантное к изменению дисперсии и НАКФ. Кроме того, динамика изменения данного параметра дает дополнительную информацию о возникновении разладки не только в МО, но и в дисперсии и НАКФ. Вместе с тем равенство (16) не позволяет ответить на вопрос, какая именно из входящих в нее ВХ (дисперсия или НАКФ) подверглась изменению. Однако и на этот вопрос можно найти ответ, если ввести дополнительно алгоритм вида

$$T_m(n+1) = T_m(n) - \Delta t \{ [\xi[n - T_m(n)] - \xi(n)]^2 - \varepsilon_0^2 \xi^2[n - T_m(n)] \}. \quad (17)$$

Тогда, как это нетрудно показать [6, 7], для алгоритма (17) искомое значение временного параметра находится в соответствии с формулой

$$T_{m0} \approx \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{r''(0)}},$$

и мы получаем дифференцированную информацию для выделения соответствующей ВХ, влияющей на разладку сигнала. При этом возникает уже необходимость определить величину порога для временного параметра T_{m0} . Однако эта задача решается уже проще, путем введения дополнительных алгоритмов аналогичного типа, но с заданным значением постоянной $\varepsilon_{01} > \varepsilon_0$. В соответствии с алгоритмом (13) следующее установившееся значение временного параметра T_{m01} для постоянной величины ε_{01} дает дополнительную информацию об обнаружении момента наступления разладки.

Было установлено [6, 7], и это непосредственно вытекает из (16), что для сходимости алгоритма (13) необходимо параметр ε_0 выбирать таким, чтобы интервал T_{m0} не превышал интервал корреляции сигнала $k_{кор}$. Возможны и другие варианты подстройки требуемого параметра T_{m0} . Преимущество адаптивных алгоритмов заключается, прежде всего, в том, что выбранное множество контролируемых параметров измеряется (определяется) итерационно по поступающим в реальном масштабе времени текущим значениям последовательности, а не по всей выборке $\{X(t_i)\}_{i=1}^n$. При этом необходимые преобразования и проверка гипотез H_0 и H_1 с помощью установленного решающего правила осуществляется после каждого такта итерации. Такая стратегия при обнаружении изменения свойств сигналов позволяет в реальном масштабе времени, т. е. в темпе с посту-

плением данных, принимать решение о наличии или отсутствии изменений в сигнале по наблюдаемому параметру.

Заключение

Применение адаптивного алгоритма допускает наличие только самой общей априорной информации о сигнале на диапазон его изменения по частоте и амплитуде. Отметим, что предложенный метод также связан с определенной инерционностью рассматриваемых алгоритмов, которая вытекает из-за введения конечного шага итерации, необходимого для получения и накопления информации о ВХ сигнала. Однако такая инерционность неизбежна при решении любой статистической задачи, а в предложенном подходе эта инерционность в определенной степени минимизирована.

Предложенный алгоритм обнаружения разладки случайных квазистационарных процессов по математическому ожиданию с применением адаптивного алгоритма временной дискретизации эффективен при контроле, например, технологических процессов, динамика которых описывается моделью квазистационарных процессов с изменяющейся спектральной функцией на интервалах нестационарности. Данный алгоритм может быть использован также при решении задач диагностики в медико-технических приложениях на базе современных информационных и компьютерных технологий.

Литература

1. Цейтлин Н. А. Из опыта аналитического статистика. — М.: Солар, 2007. — 906 с.
2. Баввиль М. и др. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем: пер. с англ. / Под ред. М. Баввиля, А. Банвениста. — М.: Мир, 1989. — 278 с.
3. Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. Изд. 5-е. — М.: ЛКИ, 2007. — 312 с.
4. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности: пер. с англ. — М.: Мир, 1991. — 368 с.
5. Вазан М. Стохастическая аппроксимация / пер. с англ. Э. М. Вайсборда; под ред. Д. Б. Юдина. — М.: Мир, 1972. — 295 с.
6. Тихонов Э. П. Вероятностные адаптивные алгоритмы дискретного представления аналоговых сигналов. Ч. 1: Исследование свойств // Информационно-управляющие системы. 2011. № 2(51). С. 8–15.
7. Тихонов Э. П. Вероятностные адаптивные алгоритмы дискретного представления аналоговых сигналов. Ч. 2: Сравнительный анализ и численные данные // Информационно-управляющие системы. 2011. № 3(52). С. 9–14.