УДК 681.5.013

СИНТЕЗ НЕПРЕРЫВНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А. Е. Крук,
младший научный сотрудник
Институт компьютерной безопасности вычислительных систем и сетей, г. Санкт-Петербург
Л. А. Осипов,
доктор техн. наук, профессор
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Рассматривается метод параметрического синтеза непрерывных нелинейных систем автоматического управления при случайных воздействиях. Параметры системы определяются из условия приближенной минимизации интегральной случайной ошибки воспроизведения системой заданного движения при безусловном обеспечении абсолютной устойчивости системы. В качестве математического аппарата используется обращение прямого вариационного метода анализа (метода ортогональных проекций) на решение задачи синтеза.

Ключевые слова *— нелинейные системы управления, случайные процессы, абсолютная устойчивость, параметрический синтез, вариационные методы, нелинейное программирование.*

Введение

Многие направления в науке и технике требуют создания новых, более совершенных систем автоматического управления (САУ), динамика которых описывается нелинейными дифференциальными уравнениями высокого порядка.

Существующие методы синтеза нелинейных систем управления либо ограничены в применении довольно простыми системами невысокого порядка, либо имеют ряд серьезных ограничений и недостатков, которые позволяют применять их только к определенным классам нелинейных систем.

Поэтому одной из важнейших задач является разработка численных методов синтеза нелинейных САУ и создание на их основе алгоритмов и программ, имеющих единую методологическую основу для систем различных порядков и структур [1].

Постановка задачи синтеза и общая схема решения

Задача синтеза решается в следующей постановке. Структура нелинейной САУ предполагается заданной. Часть параметров системы также известна. Параметры изменяемой части САУ могут варьироваться в определенных пределах. Варьируемые параметры системы c_k, $k = 1, \ldots, m$, подлежат определению из условия приближенной минимизации интегральной случайной ошибки воспроизведения системой заданного движения [2]. Минимизация случайной ошибки осуществляется при безусловном обеспечении абсолютной устойчивости системы и ограничений, накладываемых на варьируемые параметры.

Приведем общую схему решения задачи параметрического синтеза САУ с одним нелинейным элементом методом ортогональных проекций. Будем предполагать, что входное воздействие $g(t)$ представляет собой сумму среднего значения $\bar{g}(t)$ и случайной стационарной помехи $\delta g(t)$:

$$g(t) = \bar{g}(t) + \delta g(t).$$

Уравнение движения такой нелинейной системы будет описываться уравнением

$$Q(p, c_k)x(t) + R(p, c_k)y(t) = \\ = S(p, c_k)\bar{g}(t) + S(p, c_k)\delta g(t),$$
$$y(t) = F[x(t)],$$

где

$$Q(p, c_k) = \sum_{i=0}^{n} a_i(c_k)p^i;$$
$$R(p, c_k) = \sum_{j=0}^{u} b_j(c_k)p^j;$$
$$S(p, c_k) = \sum_{\nu=0}^{v} e_\nu(c_k)p^\nu;$$

p — оператор обобщенного дифференцирования.

Требуется определить параметры системы c_k из условия воспроизведения в системе желаемого переходного процесса $x_0(t)$ с минимальной интегральной случайной ошибкой.

Задачу синтеза параметров нелинейной САУ рассмотрим при среднем внешнем воздействии $\bar{g}(t) = H1(t)$ и нулевых начальных условиях для времени $t = -0$, т. е. нулевых начальных условиях до приложения к системе скачкообразного воздействия величины H:

$$x_{-0} = 0,\ \dot{x}_{-0} = 0,\ \dots,\ x_{-0}^{(n-1)} = 0.$$

Из необходимости обеспечения устойчивости системы можно получить второй набор граничных условий:

$$x(\infty) = H_0,\ \dot{x}(\infty) = 0,\ \dots,\ x^{(n-1)}(\infty) = 0,$$

где H_0 определяется статизмом системы.

Зададимся системой линейно-независимых непрерывно дифференцируемых координатных функций $\varphi_q(t)$, $q = 1, \dots, m$, удовлетворяющих нулевым граничным условиям:

$$\varphi_1(t),\ \varphi_2(t),\ \dots,\ \varphi_m(t).$$

В соответствии с требуемыми показателями качества зададимся желаемым переходным процессом $x_0(t)$ в виде

$$x_0(t) = W_0(t) + \textstyle\sum_{i=1}^{l} a_i W_i(t),\quad i = 1, 2, \dots, l,$$

где $W_0(t) = w_0(t)1(t)$ — функция, удовлетворяющая заданным граничным условиям; $W_i = w_i(t)1(t)$ — функции, удовлетворяющие нулевым граничным условиям; a_i — набор постоянных коэффициентов.

Подставим желаемый процесс в уравнение движения системы и образуем невязку $\Psi(c_k, t)$:

$$\Psi(c_k, t) = S(p, c_k)\bar{g}(t) + S(p, c_k)\delta g(t) - \\ - R(p, c_k)F[x_0(t)] - Q(p, c_k)x_0(t).$$

Варьируемые параметры c_k, $k = 1, \dots, m$, определяются из условия ортогональности невязки $\Psi(c_k, t)$ координатным функциям $\varphi_q(t)$:

$$\textstyle\int_0^\infty \Psi(c_k, t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = 0, \\ q = 1, 2, \dots, m. \qquad (1)$$

Таким образом, прямой вариационный метод ортогональных проекций обращается на решение задачи параметрического синтеза системы.

Если предположить, что система с синтезированными параметрами c_k будет устойчива, то, решая полученную систему из m алгебраических уравнений (1), определяем искомые параметры c_k.

Построение желаемого переходного процесса, выбор координатных функций

При синтезе системы с заданными переходными характеристиками необходимо задать желаемый процесс, к которому нужно осуществлять приближение.

В первом приближении в качестве такого процесса можно взять процесс, протекающий в системе второго порядка (затухающая гармоника или сумма двух экспонент), что равносильно аппроксимации системы звеном второго порядка или иначе — аппроксимации сложного процесса основной составляющей второго порядка. В ряде случаев для сложных нелинейных систем может понадобиться задать более сложный процесс высокого порядка.

В работах [3, 4] приводится построение желаемого процесса на выходе системы в виде процесса второго порядка

$$z_0(t) = [H - H^* e^{-\alpha t}\cos(\beta t - \varphi_0)]1(t), \qquad (2)$$

где $H^* = \dfrac{H}{\cos\varphi_0}$.

Для дальнейших вычислений желаемый процесс (2) удобно привести к экспоненциальной форме. После разложения косинуса по формуле косинуса суммы получим

$$z_0(t) = [H - (B\cos\beta t + C\sin\beta t)e^{-\alpha t}]1(t),$$

где $B = H^*\cos\varphi_0$; $C = H^*\sin\varphi_0$.

После использования формул Эйлера и упрощения выражения желаемый процесс принимает вид

$$z_0(t) = \left[H - c_1 e^{-(\alpha - i\beta)t} + c_2 e^{-(\alpha + i\beta)t}\right]1(t),$$

где $c_1 = \dfrac{B}{2} + \dfrac{C}{2i}$; $c_2 = \dfrac{B}{2} - \dfrac{C}{2i}$.

Для повышения точности при синтезе сложных нелинейных САУ высоких порядков задается желаемый процесс порядка z, который можно представить в виде алгебраической суммы:

$$z_0(t) = \Big[H - \textstyle\sum_{s=1}^{z}\Big(c_{s1}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + \\ + c_{s2}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t}\Big)\Big]1(t), \qquad (3)$$

где

$$\textstyle\sum_{s=1}^{z}(c_{s1} + c_{s2}) = H.$$

Система из m непрерывно дифференцируемых линейно-независимых координатных функций выбирается в виде ряда экспонент

$$e^{-\alpha_1 t},\ e^{-\alpha_2 t},\ \dots,\ e^{-\alpha_m t}. \qquad (4)$$

Из практики применения данного подхода коэффициент затухания α_1 этого ряда целесообразно выбирать в виде

$$\alpha_1 \approx \alpha \approx \frac{k}{T},$$

где $3 \le k \le 4$; T — заданное время переходного процесса, а остальные коэффициенты следует выбрать так, чтобы время затухания любой из этих экспонент было бы меньше времени затухания первой. Как показывает практика применения метода ортогональных проекций, наименьшая ошибка воспроизведения системой желаемого процесса получается при выборе коэффициентов затухания ряда в виде геометрической прогрессии со знаменателем, равным двум:

$$\alpha_q = \alpha_1 r^{q-1} = \alpha_1 2^{q-1}.$$

Кусочно-линейная аппроксимация характеристик нелинейных элементов

Точный учет характеристик нелинейности приводит к значительному усложнению расчета. Часто бывает целесообразнее провести аппроксимацию характеристик элементов системы прямолинейными отрезками, т. е. использовать кусочно-линейную аппроксимацию.

Каждый отрезок кусочно-линейной функции может быть записан по формуле

$$c_i x + b_i = F_i(x),\ \ x_i < x < x_{i+1},\ \ i = 1, \ldots, r,$$

так как является элементом прямой. Тогда можно записать кусочно-линейную функцию в виде

$$F(x) = c_1 x + b_1 + ((c_2 - c_1)x + (b_2 - b_1))\Theta(x - x_1) + \ldots =$$
$$= c_1 x + b_1 + \textstyle\sum_{i=1}^{r} ((c_{i+1} - c_i)x + (b_{i+1} - b_i))\Theta(x - x_i).$$

В итоге

$$F(x) = \textstyle\sum_{i=0}^{r} (C_i x + B_i)\Theta(x - x_i).$$

Пусть на входе нелинейного элемента действует некоторая непрерывная функция времени $x(t)$, соответствующая переходному процессу. Используя полученное выражение для кусочно-линейной аппроксимации характеристик нелинейного элемента, запишем аналитическое выражение для выходной функции $y(t) = F[x(t)]$:

$$F[x(t)] = \textstyle\sum_{i=0}^{r} (C_i x(t) + B_i)\Theta(t - t_i),$$

где t_i — моменты переключения нелинейности.

При случайном входном сигнале под моментами переключения нелинейного элемента будем понимать такие моменты времени, в которые вероятность переключения нелинейного элемента с одного линейного участка на другой максимальна. Эти моменты определяются из условия совпадения математического ожидания $\overline{x}(t)$ случайного процесса на входе нелинейного элемента с координатой точки излома характеристики этого нелинейного элемента.

Применение кусочно-линейной аппроксимации допустимо не для любого случайного входного сигнала, имеющего математическое ожидание $\overline{x}(t)$. При больших значениях дисперсии реализации случайного процесса могут с большой вероятностью находиться на двух (а иногда и более) линейных участках представления нелинейного элемента, что при использовании кусочно-линейной аппроксимации приведет к появлению существенной погрешности. Оценить эффективность применения данной аппроксимации при случайном процессе на входе нелинейного элемента можно следующим образом. На всех интервалах времени между моментами переключения нелинейности средняя вероятность нахождения случайного процесса на одном линейном участке аппроксимации нелинейного элемента должна не менее чем на порядок превышать данный показатель для любого другого участка нелинейного элемента (на данном временном интервале).

Под средней на интервале времени t_i, t_{i+1} вероятностью нахождения случайного процесса на участке $b_i < \overline{x}(t) \le b_{i+1}$ понимается интеграл

$$\Xi_i = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} P(t)\mathrm{d}t =$$
$$= \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[\Phi\left(\frac{b_{i+1} - \overline{x}(t)}{\sigma(e)}\right) - \Phi\left(\frac{b_i - \overline{x}(t)}{\sigma(t)}\right)\right]\mathrm{d}t,$$

где $P(t)$ — вероятность того, что случайный процесс на входе нелинейного элемента находится в интервале $(b_i,\ b_{i+1}]$; $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности; $\sigma(t)$ — среднеквадратическое отклонение случайного процесса.

В случае невыполнения сформулированного выше условия кусочно-линейная аппроксимация нелинейного элемента является нецелесообразной. Тогда необходимо использовать статистическую линеаризацию нелинейного элемента.

Синтез параметров нелинейных САУ

Задача синтеза решается при технических ограничениях на значения варьируемых параметров

$$c_k^- \le c_k \le c_k^+, \tag{5}$$

где c_k^- — минимальные, а c_k^+ — максимальные возможные значения варьируемых параметров c_k; на абсолютную устойчивость системы

$$S(\omega^2) \ge 0, \tag{6}$$

здесь $S(\omega^2)$ — критерий устойчивости В. М. Попова, представленный в алгебраической форме [3], и при ограничении на грубость системы по варьируемым параметрам

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \le \Delta^0, \qquad (7)$$

где δc_k — вариации параметров, в пределах которых обеспечивается абсолютная устойчивость системы; Δ^0 — заданное значение грубости системы.

Пусть система управления содержит один кусочно-линейный элемент или нелинейный элемент, допускающий кусочно-линейную аппроксимацию. Уравнение динамики такой кусочно-линейной системы, записанное относительно координаты ошибки, имеет вид

$$Q(p, c_k)x(t) + R(p, c_k)y(t) = \\ = Q(p, c_k)\bar{g}(t) + Q(p, c_k)\delta g(t), \\ y(t) = F[x(t)]. \qquad (8)$$

В соответствии с заданными показателями качества переходного режима зададимся желаемым процессом на выходе системы в виде (3). Тогда желаемый сигнал ошибки будет определяться выражением

$$x_0(t) = \sum_{s=1}^{z}\left(c_{s1}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + \right. \\ \left. + c_{s2}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t}\right)1(t) + \delta g(t). \qquad (9)$$

Подставим желаемый процесс (9) в уравнение движения (8) и образуем невязку

$$\Psi(c_k, t) = Q(p, c_k)\bar{g}(t) + Q(p, c_k)\delta g(t) - \\ - R(p, c_k)F[x_0(t)] - Q(p, c_k)x_0(t).$$

Зададимся системой координатных функций $\varphi_k(t)$ в виде (4). Потребуем ортогональности невязки координатным функциям, в результате получим систему уравнений вида

$$\int_0^\infty \Psi(c_k, t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty Q(p, c_k)\bar{g}(t)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t + \\ + \int_0^\infty Q(p, c_k)\delta g\,(t)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t - \int_0^\infty R(p, c_k)F[x_0(t)] \times \\ \times e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t - \int_0^\infty Q(p, c_k)x_0(t)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t = 0.$$

Получим аналитическое значение для каждого из этих интегралов. Для этого найдем значения для свободных членов полиномов $Q(p, c_k)$ и $R(p, c_k)$ и определим оставшиеся члены с учетом свойств преобразования Лапласа. Случайное возмущение $\delta g(t)$ представим в виде канонического разложения [5], ограничивая его первыми $2N$ членами:

$$\delta g(t) = \sum_{i=-N}^{N} V_i e^{-\delta_i t},$$

где V_i — центрированные случайные величины.

1. $\int_0^\infty a_0\bar{g}(t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = a_0\bar{g}(t)\frac{e^{-\alpha_q t}}{-\alpha_q}\Big|_0^\infty = \frac{a_0\bar{g}(t)}{\alpha_q},$

тогда

$$\int_0^\infty Q(p, c_k)\bar{g}(t)e^{-\alpha_q t} = \sum_{i=0}^{n}\left(a_i\bar{g}(t)\alpha_q^{i-1}\right).$$

2. $\int_0^\infty a_0\delta g(t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = \sum_{i=-N}^{N}\int_0^\infty a_0 V_i e^{(-\delta_i - \alpha_q)t}\mathrm{d}t = = \sum_{i=-N}^{N}\frac{a_0 V_i}{\delta_i + \alpha_q},$

откуда

$$\int_0^\infty Q(p, c_k)\delta g(t)e^{-\alpha_q t} = \sum_{j=0}^{n}\left(\sum_{i=-N}^{N}\frac{a_j V_i}{\delta_i + \alpha_q}\alpha_q^j\right).$$

3. $\int_0^\infty a_0 x_0(t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = a_0\int_0^\infty\left(\sum_{s=1}^{z}\left(c_{1s}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + + c_{2s}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t}\right) + \delta g(t)\right)\varphi_q(t)\mathrm{d}t.$

Вычислим по отдельности значения интеграла для постоянной составляющей

$$\int_0^\infty a_0\left(\sum_{s=1}^{z}\left(c_{1s}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + c_{2s}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t}\right)\right)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = \\ = a_0\left(\sum_{s=1}^{z}\left(\frac{c_{1s}}{(\alpha_s + \alpha_q - i\beta_s)} + \frac{c_{2s}}{(\alpha_s + \alpha_q + i\beta_s)}\right)\right)$$

и случайного возмущения

$$\int_0^\infty a_0\delta g(t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = \sum_{i=-N}^{N}\int_0^\infty a_0 V_i e^{(-\delta_i - \alpha_q)t}\mathrm{d}t = \\ = \sum_{i=-N}^{N}\frac{a_0 V_i}{\delta_i + \alpha_q}.$$

Сложив и обобщив эти результаты, получим

$$\int_0^\infty Q(p,\, c_k)x_0(t)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t = \sum_{j=0}^{n} a_j\left(\left(\sum_{i=-N}^{N}\frac{V_i}{\delta_i + \alpha_j} + \right.\right. \\ \left.\left. + \sum_{s=1}^{z}\left(\frac{(\alpha_s + \alpha_q)\cos\varphi_s + \beta_s\sin\varphi_s}{(\alpha_s + \alpha_q)^2 + \beta_s^2}\right)\right)\alpha_q^j\right).$$

4. Используя кусочно-линейное представление нелинейного элемента, получим

$$\int_0^\infty b_0 F[x_0(t)]\varphi_q(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty b_0\sum_{i=1}^{r}\left(B_i + C_i \times \right. \\ \times\left(\sum_{s=1}^{z}\left(c_{1s}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + c_{2s}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t} + \delta g(t)\right)\right)\Bigg) \times \\ \times 1(t - t_i)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t.$$

Далее вычислим значения интеграла для постоянной составляющей и случайного возмущения:

— для постоянной составляющей

$$\int_0^\infty b_0\sum_{i=1}^{r}\left(B_i + C_i\left(\sum_{s=1}^{z}\left(c_{1s}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + \right.\right.\right. \\ \left.\left.\left. + c_{2s}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t}\right)\right)\right)1(t - t_i)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{r} b_0\int_{t_i}^{\infty} \times \\ \times\left(B_i e^{-\alpha_q t} + C_i\sum_{s=1}^{z}\left(c_{1s}e^{-(\alpha_s - i\beta_s)t} + c_{2s}e^{-(\alpha_s + i\beta_s)t}\right)\right) \times \\ \times e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{r}\left(b_0\frac{B_i}{\alpha_q} + C_i b_0\sum_{s=1}^{z} \times \right. \\ \left. \times\left(\frac{c_{1s}e^{-(\alpha_s + \alpha_q - i\beta_s)t_i}}{\alpha_s + \alpha_q - i\beta_s} + \frac{c_{2s}e^{-(\alpha_s + \alpha_q + i\beta_s)t_i}}{\alpha_s + \alpha_q + i\beta_s}\right)\right);$$

используя формулы Эйлера, получим

$$\sum_{i=1}^{r}\left(b_0\frac{B_i}{\alpha_q}e^{-\alpha_q t_i}+C_i b_0\sum_{s=1}^{z}\times\right.$$

$$\times\left(\frac{2e^{(\alpha_s+\alpha_q)t_i}}{(\alpha_s+\alpha_q)^2+\beta_s^2}((\alpha_s+\alpha_q)\cos(\beta_s t_i+\varphi_s)-\right.$$

$$\left.\left.-\beta_s\sin(\beta_s t_i+\varphi_s))\right)\right);$$

— для случайного возмущения имеем

$$\int_0^\infty b_0\sum_{i=1}^{r}C_i\delta g(t)1(t-t_i)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t=$$

$$=b_0\sum_{i=1}^{r}C_i\int_{t_i}^{\infty}\left(\sum_{j=-N}^{N}V_j e^{-\delta_j t}\right)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t=$$

$$=b_0\sum_{i=1}^{r}C_i\sum_{j=-N}^{N}V_j\int_{t_i}^{\infty}e^{-\delta_j t-\alpha_q t}\mathrm{d}t=$$

$$=b_0\sum_{i=1}^{r}C_i\sum_{j=-N}^{N}V_j\left.\frac{e^{-\delta_j t-\alpha_q t}}{-\delta_j-\alpha_q}\right|_{t_i}^{\infty}=$$

$$=b_0\sum_{i=1}^{r}C_i\sum_{j=-N}^{N}V_j\frac{e^{-\delta_j t_i-\alpha_q t_i}}{\delta_j+\alpha_q}.$$

В итоге получаем

$$\int_0^\infty R(p,c_k)F[x_0(t)]e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t=$$

$$=\sum_{i=0}^{u}\sum_{j=1}^{r}b_i\left(\left(\frac{B_j}{\alpha_q}e^{-\alpha_q t_j}+C_j\sum_{z=-N}^{N}V_z\frac{e^{-\delta_z t_i-\alpha_q t_i}}{\delta_z+\alpha_q}+\right.\right.$$

$$+C_j\sum_{s=1}^{z}\left(\frac{2e^{\alpha_s+\alpha_q}}{(\alpha_s+\alpha_q)^2+\beta_s^2}((\alpha_s+\alpha_q)\cos(\beta_s t_j+\varphi_s)-\right.$$

$$\left.\left.\left.-\beta_s\sin(\beta_s t_j+\varphi_s))\right)\right)\alpha_q^i\right).$$

Полученные рекуррентные соотношения позволяют свести операцию интегрирования к простым арифметическим операциям, значительно ускоряя процесс вычислений.

Поскольку задача синтеза решается при ограничениях (5)–(7), безусловная ортогональность невязки координатным функциям, как правило, достигнута не будет.

Поэтому параметры c_k определяются из условия минимизации целевой функции J:

$$J=\sum_{q=1}^{m}\left(\int_0^\infty\Psi(c_k,t)e^{-\alpha_q t}\mathrm{d}t\right)^2 \qquad (10)$$

при ограничениях, наложенных на значения варьируемых параметров c_k (5), абсолютную устойчивость системы (критерий Попова) (6), грубость системы по параметрам c_k (7). Таким образом, ортогональность невязки координатным функциям будет обеспечиваться приближенно.

Для решения данной задачи нелинейного программирования ввиду сложности ограничений и целевой функции применение градиентных методов является нецелесообразным. Поэтому для минимизации (10) используются методы случайного поиска, не требующие информации о производных от целевой функции и ограничений.

Заключение

Разработан метод синтеза параметров непрерывных нелинейных САУ высоких порядков при случайных возмущениях. Параметры системы определяются из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества переходного процесса при минимизации случайной помехи. Безусловно обеспечивается устойчивость системы и грубость по варьируемым параметрам.

Задача синтеза сводится к задаче нелинейного программирования, в которой целевая функция построена на основе метода ортогональных проекций. Минимизация целевой функции позволяет оптимизировать интегральную случайную ошибку воспроизведения в системе заданного движения. Получены рекуррентные соотношения, которые позволили полностью алгебраизировать единообразную вычислительную процедуру решения задачи синтеза нелинейных САУ высоких порядков различной структуры.

Литература

1. **Погонин В. А., Оневский П. М., Третьяков А. А., Иванов А. М.** Прогнозирующие алгоритмы управления динамическими объектами // Информационно-управляющие системы. 2012. № 1. С. 27–32.
2. **Миронов В. И., Миронов Ю. В., Юсупов Р. М.** Метод наименьших квадратов в задачах комплексного вариационного оценивания состояния нелинейных динамических систем и параметров моделей измерений // Информационно-управляющие системы. 2011. № 6. С. 54–57.
3. **Анализ** и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. А. А. Воронова и И. А. Орурка. — М.: Наука, 1984. — 344 с.
4. **Алгоритмы** динамического синтеза нелинейных автоматических систем / Под ред. А. А. Воронова. — СПб.: Энергоатомиздат, 1992. — 333 с.
5. **Пугачев В. С.** Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. — М.: Физматгиз, 1962. — 780 с.