УДК 004.728.3.057.4

# ИТЕРАТИВНЫЙ ЭКВАЛАЙЗЕР В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ С АДАПТИВНОЙ ОЦЕНКОЙ КАНАЛА

# Е.В.Пустовалов<sup>1</sup>,

аспирант Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Рассматриваются схемы итеративной эквализации и оценки параметров канала в частотной области применительно к системам с модуляцией на одной несущей. Предлагается комбинированный алгоритм адаптивной оценки параметров канала в частотной области, включающий в себя поэтапный переход от более устойчивых к ошибкам, но менее точных алгоритмов оценки к более точным, но менее устойчивым. Исследуется качество работы схемы совместной эквализации и оценки канала в канале с многолучевым распространением путем имитационного моделирования.

**Ключевые слова** — эквалайзер, оценка параметров канала, канал с многолучевым распространением, модуляция на одной несущей.

## Введение

При передаче цифрового сигнала по беспроводному каналу связи в канале возникает эффект многолучевого распространения, который приводит к межсимвольной интерференции в принимаемом сигнале. Для борьбы с межсимвольной интерференцией на приемной стороне используют эквалайзеры. В традиционных системах передачи на одной несущей используют эквалайзеры во временной области с обратной связью по решению (DFE) [1]. Такие эквалайзеры обеспечивают низкую вероятность ошибки и могут работать в достаточно быстро меняющихся каналах, однако имеют большую сложность, особенно в многолучевых каналах с длинным откликом. В альтернативных системах передачи с ортогональным частотным разделением (OFDM) [2] применяют эквалайзеры в частотной области, основанные на использовании быстрого преобразования Фурье (БПФ), которые при той же вероятности ошибки имеют меньшую сложность. Эффективная схема приема ОFDM-сигнала привела к широкому распространению OFDM-модуляции в современных стандартах связи, таких как IEEE 802.11, IEEE 802.16 и др. Однако OFDM-системы имеют недостаток, заклю-

<sup>1</sup> Научный руководитель — доктор технических наук, профессор кафедры комплексной защиты информации Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения *А. М. Тюрликов*. чающийся в большем, по сравнению с традиционными системами модуляции во временной области, отношении максимальной мощности сигнала к средней, называемом «пик-фактор» [3]. Большие значения пик-фактора приводят к увеличению требований к качеству работы усилителей и тем самым к удорожанию оборудования.

Указанный недостаток OFDM-систем обусловил появление в последних стандартах мобильной связи, таких как LTE, модуляции на одной несущей с добавлением циклического префикса [4], которая позволяет объединить достоинства как OFDM-систем (возможность использовать эффективную схему эквализации в частотной области), так и систем с одной несущей (меньший пикфактор). Таким образом, большинство новейших систем связи используют на приемной стороне эквалайзер в частотной области. Однако сосуществование в настоящее время как систем с традиционной модуляцией без циклического префикса, так и новых систем с циклическим префиксом приводит к необходимости разработки аппаратных средств, способных принимать сигналы обоих видов. При этом в целях удешевления стоимости такого оборудования возникает задача эквализации обоих типов сигналов в частотной области. Тем не менее линейные эквалайзеры в частотной области, используемые в OFDM-подобных системах, для систем без циклического префикса значительно уступают DFE-эквалайзерам во временной области по вероятности ошибки. Улучшить

качество работы линейного эквалайзера позволяет итеративная процедура, называемая турбоэквализацией [5].

Качество работы турбоэквалайзера зависит от точности оценки передаточной функции (ПФ) канала. В OFDM-системах для оценки ПФ канала выделяются специальные поднесущие, на которых передаются известные на приемной стороне так называемые «пилотные» символы [6]. В системах, не относящихся к OFDM, подчастоты с пилотными символами отсутствуют. Рассматриваемые в работах по турбоэквализации алгоритмы оценки канала [7] имеют большую сложность, которая нивелирует эффективность построения схемы эквализации в частотной области. Таким образом, становится актуальной задача совместного рассмотрения турбоэквализации и оценки канала в частотной области для систем с модуляцией на одной несущей. Такая схема предлагается в данной работе.

#### Обозначения и модель системы

В данной статье мы будем использовать следующую систему обозначений:

• вектор, состоящий из значений сигнала во временной области, обозначается строчной буквой, жирным шрифтом: х;

• вектор, состоящий из значений сигнала в частотной области, обозначается прописной буквой, жирным шрифтом: **X**;

• *i*-й элемент вектора:  $x_i$ ;

*t*-й блок сигнала х или значение х для *t*-го блока: x(*t*);

• значение **x** на l-й итерации итеративного алгоритма:  $\mathbf{x}^{[l]}$ ;

• математическое ожидание x: E[x];

• комплексное сопряжение x: x<sup>\*</sup>;

• свертка векторов **a** и **b: a\*b.** 

Далее в статье термины вектор, сигнал и последовательность равнозначны.

Будем рассматривать следующую модель системы (рис. 1). Последовательность **m** информационных символов проходит через кодер помехоустойчивого кода, который переводит ее в последовательность **x** кодовых символов. Каждый символ выходной последовательности **x** принадлежит множеству  $S = \{s_1 \dots s_M\}$  кодовых символов, далее называемому выходным алфавитом, где M — размер выходного алфавита. Будем предполагать, что распределение символов на выходе кодера подчиняется следующему допущению.

$$\stackrel{\mathbf{m}}{\longrightarrow} \operatorname{Kogep} \stackrel{\mathbf{x}}{\longrightarrow} \operatorname{Kahan} \stackrel{\mathbf{y}}{\longrightarrow} \operatorname{\exists kBanaŭ 3ep} \stackrel{\mathbf{z}}{\longrightarrow} \operatorname{\texttt{Дekogep}} \stackrel{\hat{\mathbf{m}}}{\stackrel{\mathbf{m}}{\longrightarrow}}$$

■ *Рис. 1.* Модель системы

Допущение 1. Элементы выходной последовательности имеют равномерное распределение на множестве символов выходного алфавита.

Тогда средняя мощность сигнала **x**, которую определим как среднюю энергию одного элемента x<sub>i</sub>, равна

$$P \triangleq \mathbf{E}[|x_i|^2] = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} |s_m|^2.$$
 (1)

Помимо кодирования помехоустойчивым кодом и модуляции кодер вставляет в выходной сигнал  $\mathbf{x}$  заранее известную как передатчику, так и приемнику последовательность  $\mathbf{r}$  длиной K, которая называется пилотной последовательностью.

Дальнейшее прохождение сигнала x через радиочастотный тракт передатчика и приемника, а также реальный радиоканал заменим эквивалентной моделью канала, состоящей из линейного дискретного фильтра с импульсной характеристикой h длиной L, на выходе которого добавляется аддитивный белый гауссов шум n с дисперсией  $\sigma^2$ . Согласно введенной модели, символы yна выходе канала вычисляются как

$$y_i = \sum_{j=0}^{L-1} x_{i-j} h_j + n_i.$$
 (2)

Характеристику канального фильтра h будем называть откликом канала. Результат преобразования Фурье от отклика канала (H) будем называть частотной ПФ канала. Прохождение сигнала х через канальный фильтр h приводит к возникновению межсимвольной интерференции (МСИ) в сигнале у на выходе канала.

На приемной стороне сигнал у проходит через эквалайзер, задача которого состоит в том, чтобы по возможности исключить вносимую канальным фильтром МСИ. Сигнал z на выходе эквалайзера поступает на декодер, задача которого восстановить значения символов исходной кодируемой последовательности m.

При эквализации во временной области принятый сигнал у обрабатывается последовательно символ за символом. При эквализации в частотной области сигнал у разбивается на блоки длиной N (N > L), к каждому из которых применяется алгоритм, основанный на использовании БПФ. Такой подход позволяет эквалайзерам в частотной области иметь меньшую сложность по сравнению с эквалайзерами во временной области. Обозначим номер текущего блока t. Алгоритм частотной эквализации в OFDM-подобных системах основан на допущении, что блок принятых символов y(t) является циклической сверткой переданного блока  $\mathbf{x}(t)$  с откликом канала **h**. В таких системах данное условие обеспечивает защитный интервал, вставляемый на передающей стороне между блоками данных и называемый циклическим префиксом [8]. В данной статье рассматривается система передачи без защитного интервала. При поблочной частотной эквализации сигнала без циклического префикса на краях блока  $\mathbf{z}(t)$ на выходе эквалайзера будут скапливаться ошибки [9]. В этом случае для уменьшения вероятности ошибки на выходе декодера на декодер подается только середина  $\mathbf{z}(t)$ , а символы на краях отбрасываются. Поскольку при таком подходе размер выходных данных эквалайзера меньше, чем входных, то разбиение на блоки сигнала у необходимо вести с перекрытиями. При достаточно большом размере перекрытий влияние ошибок на краях блока может быть сведено к минимуму.

Далее, если это не указано специально, при описании эквалайзеров индекс t, обозначающий номер блока, будем опускать, предполагая, что эквализация выполняется для текущего выделенного блока. Влияние ошибок на краях блока не будем рассматривать, полагая, что оно будет компенсировано соответствующим выбором длины блока N и размера перекрытий.

### Эквализация при известных характеристиках канала

# Линейный частотный эквалайзер

Линейный частотный эквалайзер (рис. 2) выполняет компенсацию канала путем линейной фильтрации сигнала у в частотной области. Рассмотрим алгоритм работы эквалайзера при известной оценке частотной ПФ канала H и дисперсии шума  $\sigma^2$ . Алгоритм работы линейного частотного эквалайзера состоит из следующих шагов.

1. Перевод входного сигнала у в частотную область с помощью прямого БПФ.

2. Поэлементное перемножение представления сигнала в частотной области (Y) с коэффициентами (весами) эквалайзера (W).

3. Перевод результата во временную область с помощью обратного БПФ.

При известной оценке канала и дисперсии шума коэффициенты линейного эквалайзера мож-





но вычислить согласно критерию минимума среднеквадратичной ошибки (minimum mean square error — MMSE) [10] по формуле

$$\tilde{W}_{k} = \frac{H_{k}^{*}}{\left|H_{k}\right|^{2} + \frac{\sigma^{2}}{P_{k}}}, \quad \forall k = 0...N - 1, \quad (3)$$

где k — номер частоты, для которой вычисляется коэффициент эквалайзера;  $H_k$  — комплексное значение частотной ПФ канала на данной частоте;  $P_k$  — средняя мощность сигнала на данной частоте. Согласно допущению 1, средняя мощность сигнала на всех частотах одинакова, и вместо  $P_k$ в выражение (3) можно подставить среднюю мощность P, заданную (1).

Коэффициенты (3) позволяют минимизировать функцию среднеквадратичной опшбки  $E[|Z_k - X_k|^2]$ . Однако данные коэффициенты не являются оптимальными с точки зрения вероятности опшбки на выходе декодера, так как сигнал **z** на выходе эквалайзера с коэффициентами (3) является смещенным. Действительно, можно показать, что

$$\mathbf{E}[\mathbf{z}] = \alpha \mathbf{x},\tag{4}$$

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{W}_k H_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left|H_k\right|^2}{\left|H_k\right|^2 + \frac{\sigma^2}{P}} < 1.$$
(5)

Для того чтобы получить несмещенную оценку на выходе эквалайзера и тем самым уменьшить вероятность ошибки на выходе декодера, значения на выход линейного эквалайзера необходимо умножить на величину  $1/\alpha$ . В силу линейности преобразования Фурье это эквивалентно умножению коэффициентов эквалайзера на ту же величину. Тогда коэффициенты несмещенного линейного эквалайзера

$$W_k = \frac{1}{\alpha} \tilde{W}_k, \quad \forall k = 0..N - 1.$$
(6)

#### Итеративный (турбо-) эквалайзер

где

В классической схеме приемника (см. рис. 1) сигнал с выхода линейного эквалайзера поступает на вход декодера, который окончательно принимает решения, какие исходные символы  $\mathbf{m}$  посылались передатчиком. Таким образом, символы  $\hat{\mathbf{m}}$  на выходе декодера принадлежат тому же множеству, что и исходные передаваемые символы  $\mathbf{m}$ . Такой декодер называется декодером с жестким выходом (например, известный декодер Витерби [11]).

Вероятность ошибки на выходе декодера с жестким выходом можно уменьшить с помощью итерационной процедуры, которая получила название «турбоэквализация». Схема турбоэквалайзера, аналогичная представленной в работе



[12], показана на рис. 3. Принятый сигнал у сначала проходит через линейный эквалайзер, который выполняет начальную компенсацию МСИ. Сигнал на выходе линейного эквалайзера обозначим как  $z^{[0]}$ . Далее сигналы у и  $z^{[0]}$  поступают на вход итерационной процедуры, составной частью которой является так называемый декодер с мягким входом и выходом.

В непрерывном канале декодер с мягким входом и выходом принимает на вход для всех символов  $z_i$  набор значений условной плотности вероятности  $f(z_i|x_i = s_j)$  по всем значениям  $s_j$  из множества выходного алфавита S. Используя корректирующую способность кода, декодер с мягким выходом вычисляет для каждого *i*-го символа набор условных вероятностей  $p(x_i = s_j | \mathbf{z})$  по всем значениям  $s_j$  из множества S. В качестве декодера с мягким входом и выходом в схеме турбоэквалайзера может использоваться декодер по максимуму апостериорной вероятности и его разновидности [13].

Рассмотрим вычисление значений условных плотностей вероятностей по выходу эквалайзера. Выход несмещенного линейного эквалайзера можно записать как

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} + \boldsymbol{\xi} + \mathbf{n}',\tag{7}$$

где  $\boldsymbol{\xi}$  — остаточная интерференция на выходе эквалайзера;  $\mathbf{n}'$  — шум, прошедший через фильтр эквалайзера. Последующие формулы базируются на допущениях 2 и 3.

Допущение 2. Значения векторов **ξ** и п' являются независимыми.

Допущение 3. Полная ошибка на выходе эквалайзера, равная  $\boldsymbol{\xi} + \mathbf{n}'$ , является случайной гауссовой величиной с нулевым математическим ожиданием.

Тогда для каждого  $z_i$ и каждого символ<br/>а $s_m$ из алфавита Sполучаем

$$f(z_i \mid x_i = s_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta^2}} e^{-\frac{(z_i - s)^2}{2\theta^2}},$$
 (8)

где  $\theta^2$  — дисперсия полной ошибки на выходе эквалайзера. Можно показать, что  $\theta^2$  может быть вычислено по формуле

$$\theta^{2} = \mathbf{E}\left[\left|\xi\right|^{2}\right] + \mathbf{E}\left[\left|n'\right|^{2}\right] =$$

$$= \frac{P}{N}\left(\sum_{k=0}^{N-1} \left|W_{k}H_{k}\right|^{2} - 1\right) + \frac{\sigma^{2}}{N}\left(\sum_{k=0}^{N-1} \left|W_{k}\right|^{2}\right). \quad (9)$$

Условные вероятности  $p(x_i = s_m | \mathbf{z})$  с выхода декодера поступают в блок, который назовем «априорным» эквалайзером. Априорный эквалайзер проводит эквализацию у с использованием априорной информации  $p(x_i = s_m | \mathbf{z})$  о переданных символах, что позволяет уменьшить дисперсию опибки на выходе априорного эквалайзера по сравнению с линейным эквалайзером.

Алгоритм работы априорного эквалайзера на *l*-й итерации состоит из следующих шагов.

1. Используя вероятности на выходе декодера, для каждого *i*-го символа вычислить мягкую оценку  $\overline{x}_i^{[l]}$  переданного символа  $x_i$ :

$$\overline{x}_i^{[l]} = \sum_{m=1}^M s_m \cdot p(x_i = s_m \,|\, \mathbf{z}^{[l]}) \tag{10}$$

и оценку дисперсии ошибки

$$\upsilon_{i}^{[l]} \triangleq \hat{\mathbf{E}} \left\| \left| x_{i} - \overline{x}_{i}^{[l]} \right|^{2} \right\| =$$
$$= \sum_{m=1}^{M} \left| s_{m} - \overline{x}_{i}^{[l]} \right|^{2} \cdot p(x_{i} = s_{m} \mid \mathbf{z}^{[l]}).$$
(11)

2. Получить представление сигналов у и  $\bar{\mathbf{x}}^{[l]}$ в частотной области с помощью прямого БПФ (получив, соответственно, векторы Y и  $\bar{\mathbf{X}}^{[l]}$ ).

3. Вычислить выход эквалайзера в частотной области по формуле

$$Z_{k}^{[l]} = \bar{X}_{k}^{[l]} + \left(Y_{k} - \bar{X}_{k}^{[l]}H_{k}\right)W_{k}^{[l]},$$
  
$$\forall k = 0..N-1, \qquad (12)$$

где  $W_k^{[l]}$  — коэффициенты априорного эквалайзера на l-й итерации.

4. Перевести результат во временную область с помощью обратного БПФ. На выходе получим вектор значений во временной области  $\mathbf{z}^{[l]}$ .

Коэффициенты априорного эквалайзера, оптимальные с точки зрения критерия MMSE:

$$\tilde{W}_{k}^{[l]} = \frac{H_{k}^{*}}{\left|H_{k}\right|^{2} + \frac{\sigma^{2}}{\gamma_{k}^{[l]}}}, \quad \forall k = 0..N - 1, \qquad (13)$$

где

$$\gamma_k^{[l]} \triangleq \mathbf{E} \left[ \left| X_k - \overline{X}_k^{[l]} \right|^2 \right]. \tag{14}$$

Поскольку истинные значения  $\gamma_k^{[l]}$  неизвестны, для вычисления коэффициентов априорного

№ 2, 2012

ИНФОРМАЦИОННЫЕ КАНАЛЫ И СРЕДЫ

эквалайзера воспользуемся следующим допущением.

Допущение 4. Ошибка на выходе декодера равномерно распределена в частотной области.

Используя допущение 4, величины  $\gamma_k^{[l]}$  на всех подчастотах k = 0..N - 1 можно заменить на одно значение  $\gamma^{[l]}$ .

Будем вычислять оценку  $\gamma^{[l]}$  по формуле

$$\hat{\gamma}^{[l]} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \upsilon_i^{[l]}.$$
(15)

Подставив (15) в (13) вместо  $\gamma_k^{[l]}$ , получим окончательные значения  $\tilde{W}_k^{[l]}$ .

По аналогии с линейным эквалайзером можно показать, что выход априорного эквалайзера с коэффициентами (13) является смещенным. Коэффициенты несмещенного априорного эквалайзера

$$W_{k}^{[l]} = \frac{1}{\alpha^{[l]}} \tilde{W}_{k}^{[l]}, \quad \forall k = 0..N - 1,$$
(16)

где

$$\alpha^{[l]} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} W_k^{[l]} H_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left|H_k\right|^2}{\left|H_k\right|^2 + \frac{\sigma^2}{\sqrt{[l]}}}.$$
 (17)

Сигнал  $\mathbf{z}^{[l]}$  с выхода априорного эквалайзера поступает на следующую итерацию алгоритма. Условные плотности вероятности для декодера с мягким входом и выходом могут быть вычислены по формулам (8) и (9), где вместо мощности сигнала P используется оценка средней дисперсии ошибки (15), а вместо коэффициентов  $\mathbf{W}$  коэффициенты априорного эквалайзера на предыдущей итерации. Далее этапы декодирование—эквализация повторяются последовательно заданное число раз.

Рассуждая нестрого, поясним работу турбоэквалайзера. Мягкие решения, вычисленные на основе выхода декодера по (10), можно записать в виде

$$\overline{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \mathbf{e}, \tag{18}$$

где е — вектор ошибки.

Согласно теореме о свертке [14], поэлементное умножение в частотной области эквивалентно циклической свертке во временной. Тогда выход «априорного» эквалайзера во временной области можно записать следующим образом:

$$\mathbf{z} = \overline{\mathbf{x}} + (\mathbf{y} - \overline{\mathbf{x}} * \mathbf{h}) * \mathbf{w} =$$
$$= \mathbf{x} + \mathbf{e} + (-\mathbf{e} * \mathbf{h} + \mathbf{n}) * \mathbf{w} = \mathbf{x} + \mathbf{\xi} + \mathbf{n}', \qquad (19)$$

где  $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{e} - \mathbf{e}^* \mathbf{h}^* \mathbf{w}$  — остаточная интерференция от вектора ошибки;  $\mathbf{n}' = \mathbf{n}^* \mathbf{w}$  — шум, прошедший через эквалайзер. Нетрудно заметить, что априорный эквалайзер пытается оценить вектор ошибки е путем линейной фильтрации сигнала  $\mathbf{y} - \bar{\mathbf{x}} * \mathbf{h}$  и вычесть полученную оценку из  $\bar{\mathbf{x}}$ . В результате этих действий на выходе априорного эквалайзера получается истинное значение  $\mathbf{x}$  с остаточной интерференцией от  $\mathbf{e}$  и фильтрованным шумом. Если дисперсия совокупной ошибки  $\boldsymbol{\xi} + \mathbf{n}'$  на выходе «априорного» эквалайзера меньше, чем соответствующая дисперсия на выходе предыдущей итерации (или линейного эквалайзера для первой итерации), то последующее декодирование может дать более точные оценки символов.

## Оценка канала в схеме с турбоэквалайзером

#### Алгоритмы оценки канала

Для работы рассмотренного выше эквалайзера необходимо знать частотную ПФ канала Н и дисперсию шума σ<sup>2</sup>. Алгоритмы оценки параметров канала можно условно разделить на три типа.

1. Алгоритмы, использующие для оценки канала заранее известные (пилотные) последовательности в передаваемом сигнале **x**.

2. Адаптивные алгоритмы, использующие для оценки выход декодера, называемые «алгоритмами, управляемыми решениями».

3. Так называемые «слепые» адаптивные алгоритмы, оценивающие канал на основе статистических свойств передаваемого сигнала и не требующие для работы точного знания х или его достаточно надежной оценки.

Качество работы турбоэквалайзера определяется в первую очередь точностью применяемой в эквалайзере оценки отклика канала. Используя прошедшую через канал пилотную последовательность, начальную оценку отклика канала можно выполнить, например, по методу наименьших квадратов [15]. Однако из-за ограниченности длины пилотной последовательности и наличия в канале шума начальная оценка канала по пилотной последовательности может не дать достаточной точности. Кроме того, отклик канала может меняться во времени, например, в результате эффекта Доплера. Тем самым изначально хорошая оценка может стать слишком неточной для надежной работы эквалайзера и декодера до того, как в сигнале появится новая пилотная последовательность. Для достижения требуемой точности оценки используют адаптивные алгоритмы, которые непрерывно оценивают канал от блока к блоку.

Как правило, точность оценки в слепых адаптивных алгоритмах ниже, чем в алгоритмах, управляемых решениями, однако они являются более устойчивыми, так как не зависят от оши-

бок на выходе декодера. В данной работе предлагается комбинированная схема эквализации и оценки канала, включающая переход от более надежных слепых алгоритмов к менее надежным, но более точным алгоритмам, управляемым решениями. Рассмотрим составные части предлагаемого решения.

### Адаптивная оценка канала, управляемая решениями

Схема адаптивной оценки, управляемая решениями на выходе декодера, показана на рис. 4.

В качестве адаптивного алгоритма оценки отклика канала будем использовать алгоритм наименьших средних квадратов (least mean squares — LMS) [16]. Алгоритм LMS путем стохастического градиентного спуска находит значения ПФ канала, минимизирующие функцию среднеквадратического отклонения:

$$\eta(\hat{H}_k) \triangleq \mathbb{E}\left[\left|Y_k - \hat{X}_k \hat{H}_k\right|^2\right].$$
 (20)

Используя выход декодера и оценку П $\Phi$  канала для блока t, оценку частотной П $\Phi$  канала для следующего блока t + 1 вычислим согласно алгоритму LMS по формуле

$$\hat{H}_{k}'(t+1) = \hat{H}_{k}(t) + \mu \Big( Y(t)_{k} - \hat{X}_{k}(t) \hat{H}_{k}(t) \Big) \hat{X}_{k}^{*}(t),$$
  
$$\forall k = 0..N-1, \qquad (21)$$

где  $\hat{X}_k(t)$  — k-й элемент преобразования Фурье от блока жестких решений  $\hat{\mathbf{x}}(t)$ ;  $\mu > 0$  — коэффициент, определяющий скорость сходимости алгоритма, называемый также шагом сходимости. Чем меньше значение коэффициента  $\mu$ , тем к более точным значениям сходится алгоритм в стационарном канале, но тем меньше скорость сходимости и тем меньше скорость изменения канала, которую сможет отслеживать алгоритм [1]. Для получения значений  $\mu$ , приближенных к оптимальным, может быть использован алгоритм адаптации с переменным шагом сходимости [16].

Возьмем обратное преобразование Фурье от оценки частотной ПФ канала  $\hat{\mathbf{H}}'$ . Полученный



 Рис. 4. Схема адаптивной оценки канала по выходу декодера

вектор  $\hat{\mathbf{h}}'$  длины N является оценкой отклика канала во временной области. Поскольку длина L реального отклика канала меньше, чем размер блока данных (N), то значения с индексами L.. Nв векторе  $\hat{\mathbf{h}}'$  будут содержать лишь шум. Тогда точность оценки ПФ канала можно увеличить путем обнуления данных элементов вектора  $\hat{\mathbf{h}}'$ :

$$\hat{h}_{i} = \begin{cases} \hat{h}_{i}', \ 0 < i \le L_{\max} - 1\\ 0, \ L_{\max} < i < N \end{cases}$$
(22)

где  $L_{\max}$  — максимально возможная длина отклика канала, определяемая исходя из параметров системы связи.

Выполнив прямое БПФ от вектора **h**, получим окончательные значения **Ĥ**. Рассмотренный алгоритм оценки **H** называется быстрым блоковым LMS-алгоритмом с усечением [16].

Помимо частотной П $\Phi$  канала для работы турбоэквалайзера также требуется знание дисперсии шума. Однако турбоэквалайзер менее чувствителен к ошибкам в оценке дисперсии по сравнению с ошибками в оценке П $\Phi$  канала [17]. Для оценки дисперсии шума может быть использован следующий алгоритм. Оценку дисперсии шума на текущем блоке t вычислим путем усреднения по всем подчастотам:

$$q(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left| Y_k(t) - \hat{X}_k(t) \hat{H}_k(t) \right|^2.$$
(23)

Для уменьшения ошибки окончательную оценку дисперсии шума будем вычислять с помощью алгоритма скользящего среднего по блокам:

$$\hat{\sigma}^2(t+1) = \beta \hat{\sigma}^2(t) + (1-\beta)q(t), \qquad (24)$$

где  $0 < \beta < 1$  — коэффициент осреднения.

# Расхождение алгоритма, управляемого решениями, и оценка со слепой эквализацией

Если выход декодера не содержит ошибок, то значения оценки ПФ канала, вычисляемые по (21), будут сходиться к истинным значениям H. В противном случае значения оценок будут отклоняться от истинных значений. При этом, чем больше ошибка на выходе декодера, тем больше это отклонение. Поскольку значения  $\hat{\mathbf{H}}$ , вычисленные на блоке t, используются в эквалайзере на следующем блоке t + 1, то ошибка в оценке приведет к неверной работе эквалайзера и, в свою очередь, к возможным новым ошибкам декодирования.

Результаты имитационного моделирования показывают, что до тех пор, пока уровень ошибок на выходе декодера не превышает некоторого порога, значения  $\hat{\mathbf{H}}$ , получаемые алгоритмом LMS, управляемым решениями, будут колебаться воз-

ΝΗΦΟΡΜΑЦИΟΗΗЫΕ ΚΑΗΑΛЫ И СΡΕΔЫ

ле истинного значения **H**. Однако если уровень ошибок на выходе декодера больше данного порога, то цепная реакция распространения ошибок в схеме эквалайзер—декодер—оценка канала приведет к неработоспособности всей системы. Данный эффект называется «расхождением» адаптивного эквалайзера. Конкретная величина порога ошибки определяется в первую очередь корректирующей способностью кода и, как правило, подбирается эмпирически.

В случае если длина отклика канала оказалась больше, чем это предусмотрено длиной пилотной последовательности, то начальная оценка ПФ канала будет слишком неточной. Если в этом случае после начальной оценки запустить схему, управляемую решениями, то это приведет к расхождению алгоритма адаптации. Для предотвращения этого эффекта можно воспользоваться алгоритмами слепой эквализации.

В отличие от схемы адаптации, управляемой решениями, алгоритмы так называемой слепой адаптации [18] не используют для работы выход декодера и, таким образом, позволяют избежать эффекта расхождения, вызванного неточностью начальной оценки канала. С другой стороны, если схема эквализации с адаптивной оценкой канала, управляемой решениями, не расходится, то ошибка на ее выходе будет значительно меньше, чем аналогичная ошибка на выходе слепого эквалайзера. Принимая во внимание указанные достоинства и недостатки слепых эквалайзеров, схему со слепой эквализацией (рис. 5) можно использовать как промежуточный этап между начальной оценкой канала по пилотной последовательности и схемой турбоэквализаци, управляемой решениями (см. рис. 4).

В качестве слепого эквалайзера рассмотрим алгоритм Годарда [19], называющийся в англоязычной литературе алгоритмом с постоянным модулем (constant modulus algorithm — CMA). Достоинством алгоритма является то, что он обладает сложностью, не превышающей сложность линейного эквалайзера, и может быть реализован в частотной области [20].







 Puc. 6. Схема слепого эквалайзера, работающего в частотной области

Схема эквалайзера СМА, работающего в частотной области, показана на рис. 6. Структура эквалайзера эквивалентна структуре линейного MMSE-эквалайзера. Коэффициенты эквалайзера вычисляются адаптивно по следующему алгоритму.

1. Используя выход эквалайзера для текущего блока  $\mathbf{z}(t)$ , вычислить вектор  $\boldsymbol{\delta}(t)$ , элементы которого

$$\delta_i(t) = (|z_i(t)|^2 - R) z_i(t), \quad \forall i = 0..N - 1,$$
 (25)

где

$$R \triangleq \frac{\mathbf{E}[|x|^{4}]}{\mathbf{E}[|x|^{2}]} = \frac{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} |s_{m}|^{4}}{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} |s_{m}|^{2}}.$$
 (26)

2. Перевести вектор  $\delta(t)$  в частотную область с помощью прямого БПФ, получив вектор  $\Delta(t)$ .

3. Вычислить коэффициенты эквалайзера для следующего блока по формуле

$$W_k(t+1) = W_k(t) + \lambda_k \Delta_k(t) Y_k^*(t),$$
  
$$\forall k = 0..N - 1, \qquad (27)$$

где  $\lambda_k$  — размер шага сходимости на k-й частоте.

# Общая процедура адаптивной оценки канала и эквализации

Окончательно можно предложить следующий комбинированный алгоритм адаптивной оценки канала и эквализации.

1. После обнаружения в принятом сигнале у пилотной последовательности выполнить начальную оценку параметров канала.

2. Пропустить принятый блок через линейный эквалайзер с коэффициентами, полученными по имеющейся оценке канала. Используя пилотную последовательность, вычислить среднеквадратичную ошибку на выходе линейного эквалайзера.

3. Если величина среднеквадратичной ошибки меньше заданного порога, запустить схему турбоэквализации, управляемую решениями (см. рис. 4),

63

№ 2, 2012

иначе запустить схему со слепой эквализацией (см. рис. 5).

4. После приема следующей пилотной последовательности перейти к шагу 2.

### Результаты имитационного моделирования

Качество работы предложенной схемы оценки канала и эквализации оценивалось путем имитационного моделирования. Для помехоустойчивого кодирования использовалась решетчатая кодированная модуляция Унгербоека [21] со скоростью кода 2/3 и длиной кодового ограничения 3. Последующая модуляция символов на выходе кодера осуществлялась с помощью однополосной модуляции на одной несущей без использования циклического префикса.

На приемной стороне эквализация в частотной области велась блоками размером N = 4096. При разбиении входного сигнала у на блоки соседние блоки брались с перекрытием на 1/2 длины блока N. После эквализации и декодирования каждого блока 1/4 символов на краях блока отбрасывалась.

В качестве модели многолучевого канала использовалась модель, состоящая из 6 лучей. Параметры лучей приведены в таблице. Фаза 5-го луча менялась во времени по формуле

$$\varphi = 2\pi f_d t, \qquad (28)$$

где *f*<sub>d</sub> — частота допплеровского сдвига.

При моделировании прохождения сигнала через многолучевой канал частота следования символов сигнала **x** предполагалась равной 10 МГц.

Зависимость вероятности битовой ошибки (ВБО) от отношения сигнал/шум (ОСШ) показана (рис. 7) для разного количества итераций турбоэквалайзера при идеально известных параметрах канала и отсутствии эффекта Допплера. Видно, что одна итерация турбоэквалайзера позволяет уменьшить рабочее значение ОСШ на 5 дБ, а две итерации — на 7 дБ. Дальнейшие итерации турбоэквалайзера дают незначительный выигрыш по сравнению с двумя итерациями. Для исследования качества работы совместной схемы эквализации и оценки канала ограничимся двумя итерациями турбоэквалайзера.

|  | Параметры | модели | многол | учевого | канала |
|--|-----------|--------|--------|---------|--------|
|--|-----------|--------|--------|---------|--------|

| Параметр                        | Данные |   |      |     |                 |      |  |
|---------------------------------|--------|---|------|-----|-----------------|------|--|
| Задержка, мкс                   | -1,8   | 0 | 0,15 | 1,8 | 5,7             | 39,8 |  |
| Относительное<br>ослабление, дБ | -3     | 0 | -1   | -1  | -3              | -9   |  |
| Фаза, град                      | 125    | 0 | 80   | 45  | Пере-<br>менная | 90   |  |



для различного числа итерации турбоэквалайзера при идеально известных параметрах канала





Показана (рис. 8) зависимость ВБО от ОСШ для линейного эквалайзера в частотной области и турбоэквалайзера при идеально известных параметрах канала и при работе предложенной схемы оценки параметров канала. Из графика видно, что предложенная схема оценки канала в турбоэквалайзере дает проигрыш 0,7 дБ по сравнению с вариантом при идеально известных параметрах. Таким образом, качество работы совместной схемы эквализации и оценки канала практически приближается к качеству работы турбоэквалайзера при идеально известных параметрах.

Зависимость ВБО от ОСШ для двух итераций предложенной схемы турбоэквализации показана при наличии в пятом луче многолучевого канала эффекта Допплера (рис. 9). Наличие эффекта Допплера приводит к увеличению рабочего ОСШ на 1–2 дБ при величине допплеровского сдвига частоты до 15 Гц. При величине допплеровского сдвига частоты 20 Гц и выше схема оценки канала не успевает оценивать меняющийся канал, что приводит к расхождению эквалайзера. Таким образом, схема эквализации и оценки канала в частотной области имеет ограничение на максимальную скорость изменения канала, с которой может работать данная процедура.

## Заключение

В данной работе рассмотрена совместная схема итеративной эквализации и оценки канала в частотной области для систем с модуляцией на одной несущей. В отличие от традиционных схем эквализации во временной области с обратной связью по решению, применяемых в системах с модуляцией на одной несущей, схема с эквализацией в частотной области имеет меньшую сложность благодаря поблочной обработке данных и применению БПФ.

Результаты имитационного моделирования показывают, что турбоэквалайзер позволяет намного (на 5–7 дБ) уменьшить рабочее значение ОСШ по сравнению с линейным эквалайзером. При этом предложенная схема оценки параметров канала дает результат, незначительно уступающий случаю с идеально известными параметрами (менее 1 дБ). Однако схема эквализации в частотной области имеет ограничение на максимальную скорость изменения канала (частоту допплеровского смещения), которую может отслеживать схема адаптивной оценки канала. Таким образом, данная схема эквализации и оценки канала подходит для умеренно меняющихся каналов с относительно невысоким ОСШ.

# Литература

- 1. Прокис Д. Цифровая связь: пер. с англ. М.: Радио и связь, 2000. — 800 с.
- Prasad R. OFDM for wireless communications systems. — London: Artech House, 2004. — 272 p.
- Макаров С. Б., Рашич А. В. Снижение пик-фактора сигналов с ортогональным частотным уплотнением // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2008. № 55. С. 79-84.
- Pancaldi F. et al. Single-carrier frequency domain equalization // IEEE Signal Processing Magazine. 2008. Vol. 25. N 5. P. 37-56.
- Glavieux A., Laot C., Labat J. Turbo equalization over a frequency selective channel // Proc. 1<sup>st</sup> Symp. Turbo Codes. 1997. P. 96–102.
- Coleri S., Ergen M., Puri A., Bahai A. Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems // IEEE Transactions on Broadcasting. 2002. Vol. 48. N 3. P. 223–229.
- Liu H., Schniter P. Iterative frequency-domain channel estimation and equalization for single-carrier transmissions without cyclic-prefix // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2008. Vol. 7. N 10. P. 3686-3691.
- Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения. — М.: Техносфера, 2007. — 488 с.

- Пустовалов Е. В. Сравнительный анализ методов линейной частотной эквализации // Вопросы передачи и защиты информации: сб. ст. / Под ред. Е. А. Крука. — СПб.: ГУАП, 2011. С. 126–148.
- 10. Yen R. Y. Unbiased MMSE vs. biased MMSE equalizers // Tamkang J. of Science and Engineering. 2009. Vol. 12. N 1. P. 45–56.
- 11. Витерби А. Д., Амура Д. К. Принципы цифровой связи и кодирования: пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1982. — 536 с.
- 12. Liu H., Schniter P., Fu H., Casas R. A. Frequency domain turbo equalization for vestigial sideband modulation with punctured trellis coding // Proc. of IEEE 7<sup>th</sup> Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. 2006. P. 1–5.
- Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: пер. с англ. — М.: Техносфера, 2005. — 320 с.
- 14. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляков М. Н. Цифровая обработка сигналов: справочник. — М.: Радио и связь, 1985. — 312 с.
- Benvenuto N., Cherubini G. Algorithms for Communications Systems and Their Applications. — John Wiley & Sons, 2002. — 1285 p.
- Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters: theory and applications. — John Wiley & Sons, 1998. — 548 p.

№ 2, 2012

- 17. Talakoub S., Shahrrava B. Turbo equalization with iterative online SNR estimation // Proc. of IEEE Wireless Communications and Networking Conf. 2005. Vol. 2. P. 1097–1102.
- 18. Горячкин О. В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. — М.: Радио и связь, 2003. — 230 с.
- Godard D. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems // IEEE Transactions on Communications. 1980. Vol. 28. N 11. P. 1867–1875.
- 20. Chan C., Petraglia M., Shynk J. Frequency-domain implementations of the constant modulus algorithm // Proc. of Twenty-Third Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers. 1989. Vol. 2. P. 663– 669.
- 21. Ungerboeck G. Channel coding with multilevel / phase signals // IEEE Transactions on Information Theory. 1982. Vol. 28. N 1. P. 55-67.

#### Уважаемые подписчики!

Полнотекстовые версии журнала за 2002–2009 гг. в свободном доступе на сайте журнала (http://www.i-us.ru) и на сайте РУНЭБ (http://www.elibrary.ru). Печатную версию архивных выпусков журнала за 2003–2009 гг. Вы можете заказать в редакции по льготной цене.

Журнал «Информационно-управляющие системы» выходит каждые два месяца. Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 3600 рублей, для подписчиков стран СНГ — 4200 рублей, включая НДС 18 % и почтовые расходы.

На электронную версию нашего журнала (все выпуски, годовая подписка, один выпуск, одна статья) вы можете подписаться на сайте РУНЭБ (http://www.elibrary.ru).

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогу:

«*Pocneчamь*»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс,

а также через посредство подписных агентств:

«Северо-Западное агентство "Прессинформ"»

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335-97-51, 337-23-05, эл. почта: press@crp.spb.ru, zajavka@crp.spb.ru,

сайт: http://www.pinform.spb.ru

«МК-Периодика» (РФ + 90 стран)

Москва, тел.: (495) 681-91-37, 681-87-47, эл. почта: export@periodicals.ru, сайт: http://www.periodicals.ru «Информнаука» (РФ + ближнее и дальнее зарубежье)

Москва, тел.: (495) 787-38-73, эл.почта: Alfimov@viniti.ru, сайт: http://www.informnauka.com «Гал»

Москва, тел.: (495) 603-27-28, 603-27-33, 603-27-34, сайт: http://www.artos-gal.mpi.ru/index.html *«ИНТЕР-ПОЧТА-2003»* 

Москва, тел.: (495) 500-00-60, 580-95-80, эл. почта: interpochta@interpochta.ru, сайт: http://www.interpochta.ru Краснодар, тел.: (861) 210-90-00, 210-90-01, 210-90-55, 210-90-56, эл. почта: krasnodar@interpochta.ru Новороссийск, тел.: (8617) 670-474

«Деловая пресса»

Москва, тел.: (495) 962-11-11, эл. почта: podpiska@delpress.ru, сайт: http://delpress.ru/contacts.html «Коммерсант-Курьер»

Казань, тел.: (843) 291-09-99, 291-09-47, эл. почта: kazan@komcur.ru, сайт: http://www.komcur.ru/contacts/kazan/ «Урал-Пресс» (филиалы в 40 городах РФ)

Сайт: http://www.ural-press.ru

«Идея» (Украина)

Сайт: http://idea.com.ua

«BTL» (Узбекистан)

Сайт: http://btl.sk.uz/ru/cat17.html и др.