УДК 681.51+519.6

РАЗЛАДКА, ГОМЕОСТАЗИС, ИЗМЕРЕНИЕ В РАМКАХ КОМПЕНСАЦИОННОГО ПРИНЦИПА РАВНОВЕСИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ
Часть 1: Общий анализ

Э. П. Тихонов,
доктор техн. наук, профессор
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

Установлена взаимосвязь между динамическими процессами, протекающими в живых и искусственных системах в виде стационарного состояния (аттрактора) оператора, описывающего эволюцию систем при их взаимодействии с окружающей средой. Показано, что основу эволюционных процессов составляет компенсационный принцип поддержания динамического равновесия системы и окружающей среды в прошлом и настоящем. При нарушении равновесия наступает разладка, которая может быть обнаружена при восстановлении утраченного равновесия.

***Ключевые слова** — системы, разладка, гомеостазис, измерение, эволюция, принцип равновесия, итерационный алгоритм, аттрактор.*

Введение

Усложнение искусственных систем в процессе эволюции нацелено не только на выполнение и поддержание в изменяющейся ситуации как статического, так и динамического состояния равновесия системы, но и на решение задачи обнаружения, момента выхода и возврата системы в это состояние. Просматривается логическая связь между подобными состояниями и механизмами их поддержания в искусственных системах различного назначения и в живых организмах. Такая связь приобретает осознанные и математически описанные закономерности в бурно развивающемся направлении — синергетике, опирающейся, прежде всего, на теорию нелинейных динамических систем [1, 2]. В частности, четко прослеживается на формальном уровне аналогия между гомеостатическими, гомеокинетическими состояниями, механизмами их поддержания в живых организмах и рассматриваемыми в теории нелинейной динамики атрибутами, например такими, как различные по виду аттракторы, описывающие на абстрактном уровне в динамике разнообразные по виду состояния равновесия систем. Нетрудно определить, что практически все виды измерений также устанавливают факт равновесия между измеряемой величиной и некоторой, подобной ей, образцовой и через нее — с эталонной мерой. В аналогичных системах в силу изменяющихся воздействий наблюдается постоянное стремление к переходу от ранее достигнутого динамического состояния равновесия к его новому значению. Возникающие при этом переходные процессы могут быть использованы для решения задачи диагностики функционирования системы, в том числе при обнаружении различных видов ее разладки [3]. Таким образом, разладку можно рассматривать как следствие эволюции системы из-за различных на нее воздействий. Во всех видах функционирования систем в изменяющихся условиях динамика перехода от одного состояния равновесия к другому обеспечивается информацией, включая результаты измерений, управлением, расходом ресурсов и другими свойствами, необходимыми для достижения поставленной цели. Все эти атрибуты составляют основу современных информационных технологий (рисунок). Главная цель живых систем — это выживаемость. Если система исчерпала все свои возможности, то новое состояние равновесия не достигнуто и система разрушается.

■ Назначение и цель информационных технологий в измерениях и в решении задач разладки

Исходные сведения и расширенная постановка задачи

Для решения задачи разладки необходимо проанализировать проблему, подводящую единый фундамент к механизму установления и поддержания аттракторов или стационарных состояний в различных объектах исследования.

Гипотетически представляется, что основу эволюционных процессов составляет принцип взаимной компенсации, обеспечивающей достижение равновесия систем в динамике за счет эквивалентной взаимной компенсации различных качеств. Иначе говоря, в соответствии с принципом взаимной компенсации для сохранения равновесия изменение одного качества должно быть скомпенсировано соответствующим изменением другого качества, причем описание такого взаимодействия различных качеств, в конечном счете, возможно на едином информационном базисе. Примером описания подобного компенсационного взаимодействия кинетической и потенциальной энергии для поддержания равновесия в механических системах являются уравнения Лагранжа и Гамильтона [4]. Представляется, что гомеостазис в живой системе поддерживается на основе накопленной информации в прошлом и компенсационным ее взаимодействием с окружающей средой в настоящем. Отметим, что нарушение состояния равновесия может быть обнаружено либо при изменении тех или иных параметров или характеристик окружающей среды, либо из-за неуправляемого дрейфа по тем или иным причинам соответствующих характеристик и параметров самой системы, либо при взаимодействии обоих факторов. Подобная задача имеет большое значение, например, для технической и медицинской диагностики, так как изменение характеристик и параметров биологической или искусственной системы в этом случае связано с нарушением условий, необходимых для поддержания аттрактора (состояния равновесия) системы. В дальнейшем рассматривается случай, который неизбежно влечет за собой взаимодействие обоих факторов, причем, в отличие от неуправляемого дрейфа характеристик и параметров системы, на основе действия принципа взаимной компенсации осуществляется управляемое компенсационное изменение соответствующих характеристик и параметров системы. Заметим также, что отрицательная обратная связь является важнейшим атрибутом, направленным на реализацию принципа взаимной компенсации, изменения окружающей среды и характеристик, параметров, а при необходимости — и структуры системы, погруженной в эту среду. Наличие стационарного состояния применительно к рассматриваемой задаче можно рассматривать как равновесие между состоянием системы, установленным в результате накопления и запоминания информации по прошлым наблюдениям, и соответствующими характеристиками текущего потока информации. Таким образом, при изменении характеристик представленного в том или ином виде текущего потока информации по сравнению с прошлыми его значениями состояние или параметры и характеристики системы должны измениться, чтобы устранить возникшее рассогласование в связи с этим изменением. Если обратиться к биообъектам, то можно установить, что гомеостазис биообъекта определяется равновесием состояния организма и окружающей среды, установленным в результате длительной эволюции в некоторой стационарной среде вследствие адекватной реакции на текущие воздействия. Эволюция биообъекта по Дарвину как раз и направлена на устранение отклонения между свойствами биообъекта, установленными в соответствии с параметрами и характеристиками окружающей среды в прошлом и изменяющейся окружающей средой в настоящем, в целях достижения нового стационарного состояния уже с изменившимися параметрами и характеристиками биообъекта. Состояние организма или его анатомические особенности в рассматриваемом случае не конкретизируются, а понимаются в обобщенном смысле. Обратим внимание также на то, что развиваемое в настоящее время биоуправление [5] с этих позиций можно рассматривать как некоторую совокупность действий, ускоряющих процесс регуляции организма, направленный на устранение того или иного нарушения состояния его равновесия.

Обратимся к постановке задачи обнаружения в том или ином виде характера изменения динамического процесса, описывающего эволюцию некоторой системы, и момента наступления этого изменения при переходе от одного устойчивого или стационарного состояния к другому. Покажем, что факт изменения параметров системы для осуществления компенсации расхождения между изменяющейся средой и ранее достигнутым системой состоянием равновесия можно использовать в качестве признака для обнаружения разладки. Формально решение этой задачи можно осуществить по динамике стационарных состояний некоторого оператора, сопоставляющего состояние системы в текущие и прошлые моменты или интервалы времени. Тогда наступление разладки, связанной либо с изменением внешнего воздействия на систему, либо с дрейфом параметров самой системы, обнаруживается по выходу оператора из соответствующего стационарного состояния. Алгоритм решения поставленной задачи может быть построен на базе принципа взаимной компенсации, в соответствии с которым осуществляются поиск и поддержание в динамике равновесия системы между характеристиками сигнала в текущем и прошлом моментах времени. Причем характеристики сигнала в прошлом зафиксированы в ранее установленном состоянии равновесия и тем самым запомнены в структуре оператора, описывающего состояние системы. Как отмечалось в работе [6], на языке философии это означает саморефлексию, когда внутреннее, ранее установленное в соответствии с прошлым состояние системы соотносится с текущим состоянием внешней среды. При этом обнаруживается факт изменения наблюдаемого процесса и осуществляется перестройка параметров алгоритма регуляции динамического процесса, направленная на установление нового стационарного состояния системы уже по изменившимся характеристикам наблюдаемого процесса.

Обоснование и описание метода

С точки зрения поставленной задачи, реакция любой анализируемой системы в зависимости от ее состояния рассматривается в виде сигнала, который в общем случае описывается моделью случайного процесса (поля) и является функцией состояния любой системы. Воздействие внешней по отношению к рассматриваемой системе среды также описывается сигналом в виде квазистационарного случайного процесса. Заметим также, что просматривается связь решаемой проблемы с атрибутом симметрии, выраженным в установлении через соответствующий аттрактор симметрии между внутренним стационарным состоянием системы и состоянием окружающей среды. При этом симметрия порождает и противоположный атрибут, а именно асимметрию, который не исключает принципа гомеостазиса, основанного на асимметрии.

Ранее предложенный [7] для решения различных технических задач метод измерения с априорно введенным случайным опорным сигналом (СОС) по существу базируется на указанном выше компенсационном взаимодействии. Суть метода состоит в том, что находится и поддерживается равновесие между параметрами и вероятностными характеристиками (ВХ) СОС и входного сигнала.

Для решения задачи разладки в предложенной в статье постановке, в отличие от классического подхода, нет необходимости получать результаты измерения соответствующей ВХ наблюдаемого сигнала, а достаточно установить момент ее изменения. Поэтому отпадает необходимость в генерации СОС, а вместо него целесообразно использовать в алгоритме для обнаружения разладки сам входной сигнал, но задержанный (запомненный) на некоторый интервал времени T_m относительно текущего момента времени. На этом интервале времени запомненная и тем самым зафиксированная в системе информация по входному сигналу постоянно обновляется по принципу так называемой стековой памяти [8]. Равновесие, определяющее аттрактор, достигается за счет симметрии между ВХ, измеренными и зафиксированными в прошлом, и измеряемыми ВХ в настоящем. При использовании алгоритмов с экстраполяцией условием для образования аттрактора является аналогичное равновесие между прошлыми и будущими значениями ВХ. Состояние равновесия в аттракторе устанавливается при взаимной компенсации преобразованных по установленной ВХ текущих и предшествующих значений сигнала, которые задаются в виде

$$\{\Xi[(n-i)\,\Delta t]\}_{i=1}^{k} = \\ = \{\xi(n\Delta t), \xi[(n-1)\Delta t], \ldots, \xi[(n-k)\Delta t]\}$$

и

$$\{\Xi[(n-i)\Delta t - T_m]\}_{i=1}^{k} = \{\xi(n\Delta t - T_m), \\ \xi[(n-1)\Delta t - T_m], \ldots, \xi[(n-k)\Delta t - T_m]\}.$$

Речь идет о результатах измерения (преобразования в цифровой код) сигнала в дискретные моменты времени, поэтому для всех i выполняются ограничения $|\xi(i\Delta t)| \le E_0$.

Вид или образ аттрактора, а также значения его параметров в зависимости от ВХ сигнала при отсутствии разладки можно априорно установить, например, аналитически [1, 2]. Причем эволюционный оператор, как правило, представлен в виде итерационного алгоритма, описывающего в динамике взаимодействие системы с окружающей средой на основе использования стековой памяти. В случае наступления разладки симметрия, на основе которой установился аттрактор, нарушается, и для ее сохранения в установленном смысле происходит в соответствии с итерационным алгоритмом переход к следующему аттрактору, уже с измененными значениями параметров, или в другое стационарное состояние системы. Как уже упоминалось, переходный процесс при изменении параметров аттрактора для разных стационарных состояний можно использовать для построения критериев для оценки наступления соответствующей разладки. В силу случайности входного сигнала и ограничений, связанных с измерениями ВХ, соответствующие аттракторы системы также носят случайный характер. Поэтому необходим критерий для принятия решения относительно того, является ли данный сдвиг симметрии случайным при отсутствии разладки или же он порожден закономерным наступлением разладки в измеряемом сигнале. При этом возникает вопрос об установлении минимально допустимого усредненного интервала сдвига параметров нового аттрактора относительно значений этих параметров, полученных для предыдущего аттрактора, по которому принимается решение о наступлении разладки. Как и в классическом решении задач разладки, этот интервал может определяться по допустимой вероятности ошибки первого и второго рода [3, 9].

Формальное описание алгоритма

С учетом изложенного формальная реализация компенсационного принципа равновесия систем в динамике осуществляется на основе следующего обобщенного алгоритма:

$$\mathbf{d}\left[(n+1)\Delta t\right]=\mathbf{d}(n\Delta t)-\mathbf{A}_n\boldsymbol{\Psi}\left\{\left\{\Xi\left[(n-i)\Delta t\right]\right\}_{i=1}^{k},\right.$$
$$\left.\left\{\Xi\left[(n-i)\Delta t-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n\Delta t),\ \mathbf{d}_m\right\}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{d}[(n+1)\Delta t]$ и $\mathbf{d}(n\Delta t)$ — векторные значения искомого параметра системы на $(n+1)$-м и n-м шаге итерации фиксированной размерности, причем для всех $n = 0, 1, 2, \ldots$ выполняется условие $|\mathbf{d}(n\Delta t)| \le \mathbf{E}_0$ и устанавливается начальное, например нулевое, значение векторного параметра, т. е. $\mathbf{d}(n\Delta t) = 0$; $\mathbf{A}_n$ — априорно заданная или изменяющаяся по определенному закону последовательность матриц, определяющая шаг итерации и влияющая на изменение искомого параметра на $(n+1)$-м шаге в зависимости от его значения на n-м шаге итерации; Δt — исходный минимальный шаг временной дискретизации, связанный с преобразованием исходного, изменяющегося случайно во времени аналогового сигнала в цифровые отсчеты; $\xi(n\Delta t)$ — преобразованные в цифровой код дискретные отсчеты исходного сигнала в моменты времени $n\Delta t$, $|\xi(n\Delta t)| \le E_0$ (для исходного сигнала и отсчетов исходного сигнала используется общий термин — сигнал); E_0 — диапазон преобразования аналогового значения сигнала в цифровой код; $\mathbf{d}_m$ — априорно заданный вектор параметров фиксированной размерности m; T_m — априорно заданный временной параметр, определяющий глубину памяти или задержку сигнала относительно текущего времени $n\Delta t$, величина которого задается кратно временному шагу Δt в виде $m\Delta t$; $\boldsymbol{\Psi}\{\ldots\}$ — некоторое основополагающее для решения задачи разладки векторное преобразование сигнала по указанным переменным и параметрам или эволюционный оператор, описывающий соответствующую эволюцию системы; при этом содержание составляющих и размерность вектора данного преобразования раскрывается явно в зависимости от вида ВХ и числа используемых для решения задачи разладки ВХ; i — индекс, определяющий момент времени в запомненных и текущих отсчетах сигнала, обычно начальное значение принимается в соответствии с равенством $i = 1$; m и k — целые числа, задаваемые априорно, значение $k \ge 1$ выбирается в зависимости от устанавливаемой ВХ, а значение $m \ge 1$, как будет показано ниже, при необходимости может уточняться в реальном масштабе времени по соответствующему дополнительному алгоритму.

В дальнейшем для упрощения записи и анализа подразумевается, что шаг временной дискретизации $\Delta t = 1$. Векторное преобразование вводится для того, чтобы показать, что решение задачи разладки может осуществляться по набору ВХ, частным случаем которого является единственная ВХ, например математическое ожидание (МО).

Условия сходимости

Для сходимости (1) к стационарному векторному значению $\mathbf{d}_0$, определяющему аттрактор, должно выполняться условие

$$\lim_{n\to\infty} M_{\xi}\left\{\boldsymbol{\Psi}\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\right.\right.$$
$$\left.\left.\left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k}, \mathbf{d}(n), \mathbf{d}_m\right\}\right\}=M_{\xi}\left\{\boldsymbol{\Psi}\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\right.\right.$$
$$\left.\left.\left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}_0,\ \mathbf{d}_m\right\}\right\}=0, \qquad (2)$$

где $M\xi\{\ldots\}$ — оператор усреднения по указанной случайной величине ξ.

Равенство (2) при фиксированном и априорно заданном временном параметре T_m выполняется для достаточно представительного класса случайных квазистационарных или кусочно-стационарных процессов.

Однако выполнение условия (2) является необходимым, но недостаточным для обнаружения разладки. Поэтому алгоритм (1) в данном виде не может быть использован для непосредственного решения поставленной задачи без конкретного раскрытия в явном виде преобразования $\boldsymbol{\Psi}\{...\}$. Этот алгоритм можно рассматривать при дополнительных достаточно общих условиях и ограничениях только как некоторый математический объект. Тем не менее этим объектом с некоторыми накладываемыми на него общими ограничениями и вытекающими из них дополнительными свойствами можно руководствоваться при синтезе алгоритма для решения конкретной задачи разладки. В отличие от детерминированного варианта, в рассматриваемом случае для стационарного значения параметра условие (2) выполняется в среднем, а это значит, что для этого же значения параметра допускаются случайные нарушения равенства (2). Поэтому сам процесс синтеза алгоритма должен базироваться в основном на симметрии между ВХ сигналов, которые измеряются итерационно в соответствии с преобразованием выборок сигнала $\{\Xi[(n-i)]\}_{i=1}^{k}$ и $\{\Xi[(n-i)-T_m]\}_{i=1}^{k}$. Если принцип симметрии в установленном смысле между ВХ сохраняется, то разладка в наблюдаемом случайном процессе $\xi(t)$ отсутствует. В противном случае можно констатировать наступление разладки. Возможен, конечно, и обратный случай. Поскольку по наблюдаемому случайному процессу на ограниченном интервале времени можно построить только оценки ВХ, то решение задачи приобретает статистический смысл с учетом вероятностей ошибок первого и второго рода. Сама причина возникновения этих ошибок остается такой же, как и в классическом случае решения подобной задачи.

Для конкретизации алгоритма (1), реализующего компенсационный принцип равновесия систем в динамике, необходимо уточнить преобразование $\boldsymbol{\Psi}\{...\}$ в виде

$$\boldsymbol{\Psi}\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\ \left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n),\ \mathbf{d}_m\right\}= =\boldsymbol{\mu}\left\{\boldsymbol{\theta}_1\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n),\ \mathbf{d}_m^*\right\},\ \boldsymbol{\theta}_2\left\{\left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n),\ \mathbf{d}_m^*\right\}\right\}$$

или

$$\boldsymbol{\Psi}\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\ \left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n),\ \mathbf{d}_m\right\}= =\boldsymbol{\mu}\left\{\boldsymbol{\theta}_1\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n),\ \mathbf{d}_m^*\right\}- -\boldsymbol{\theta}_2\left\{\left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}(n),\ \mathbf{d}_m^*\right\}\right\}, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\mu}\{...\}$ и $\boldsymbol{\theta}_i\{...\}$, $i = 1, 2$ — векторные преобразования, вид которых раскрывается в зависимости от конкретного вида алгоритма обнаружения разладки по соответствующим ВХ сигнала.

Простейший способ реализации принципа симметрии соответствует случаю, когда преобразования от текущих и задержанных значений сигнала совпадают, т. е. $\boldsymbol{\theta}_1\{...\} = \boldsymbol{\theta}_2\{...\} = \boldsymbol{\theta}\{...\}$. Причем при одном и том же преобразовании $\boldsymbol{\theta}\{...\}$ условие отсутствия разладки для квазистационарного случайного процесса $\xi(t)$ при надлежащем выборе параметров T_k и $\mathbf{d}_m^*$ для (3) сохраняется, если выполняется условие (2). В этом случае $\mathbf{d}(n+1) = \mathbf{d}(n) = \mathbf{d}_0$, а это свойство и является следствием наличия в преобразовании $\boldsymbol{\Psi}\{...\}$ симметрии, т. е.

$$\lim_{n\to\infty} M_\xi\left\{\boldsymbol{\theta}\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}_0,\ \mathbf{d}_m^*\right\}\right\}= =\lim_{n\to\infty} M_\xi\left\{\boldsymbol{\theta}\left\{\left\{\Xi\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}_0,\ \mathbf{d}_m^*\right\}\right\}.$$

С другой стороны, с точки зрения теории нелинейной динамики [1–3], значение векторного параметра $\mathbf{d}_0$ или множество его значений образуют аттрактор. При этом симметрия нарушается, если изменятся, начиная с какого-то момента времени, те или иные ВХ сигнала $\xi(t)$, но при этом меняется и аттрактор, для нового значения которого, тем не менее, должно сохраняться условие (2).

Симметрия и наличие аттрактора могут выполняться в иной интерпретации, если в алгоритме (3) используются два разных сигнала $\xi(t)$ и $\eta(t)$. В этом случае уравнение (2) при $T_k \ge 0$ представим в виде

$$\lim_{n\to\infty} M_\xi\left\{\boldsymbol{\theta}_1\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}_0,\ \mathbf{d}_m^*\right\}\right\}= =\lim_{n\to\infty} M_\eta\left\{\boldsymbol{\theta}_2\left\{\left\{\Theta\left[(n-i)-T_m\right]\right\}_{i=1}^{k},\ \mathbf{d}_0,\ \mathbf{d}_m^{**}\right\}\right\}, \quad (4)$$

где $\{\Theta(t_i)\}_{i=1}^{n} = \{\eta(t_1), \{\eta(t_2), ..., \eta(t_n)\}$, что и определяет измерительное уравнение, если правая часть априорно известна. Задаваясь значениями параметра $\mathbf{d}_m^*$, $\mathbf{d}_m^{**}$ и указанными в (4) преобразованиями, можно построить соответствующие градуировочные характеристики при выполнении измерений.

Анализ сходимости к усредненному стационарному значению. Одномерный вариант

Для того чтобы выявить особенности решения поставленной задачи, исследуем в общем случае динамику алгоритма в одномерном варианте. Аналитическое исследование многомерного варианта далеко не всегда приводит к обозримому результату, поэтому целесообразно переходить для этого случая к методам имитационного моделирования. Результаты аналитического исследования одномерного варианта позволяют интерпретировать полученные в итоге имитационного моделирования численные результаты.

Для одномерного варианта представим алгоритм (1), усредненный на n-м такте итерации по случайной последовательности $\xi(n)$, в виде

$$\bar{\nu}\left[(n+1)\right]=\bar{\nu}(n)-A_n\bar{\Psi}\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\right.$$

$$\left.\left\{\Xi(n-i)-T_m\right\}_{i=1}^{k},\ \bar{d}_0+\bar{\nu}(n),\ d_m\right\},$$

где $\bar{\nu}(i)=\left(\bar{d}(i)-d_0\right)$ — центрированная относительно искомого значения и усредненная решающая функция при индексе i, равном n и $n+1$ соответственно.

Разлагая усредненное преобразование $\Psi\{...\}$ относительно соответствующего стационарного (в дальнейшем полагаем $\bar{d}_0=d_0$) и усредненного значения решающей функции в ряд Тейлора и учитывая равенство (2), с учетом только линейного члена разложения, получаем

$$\bar{\nu}\left[(n+1)\right]=\bar{\nu}(n)-A_n\bar{\Psi}'\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\right.$$

$$\left.\left\{\Xi(n-i)-T_m\right\}_{i=1}^{k},\ d_0,\ d_m\right\}\bar{\nu}(n),$$

так как рассматривается случай, когда разладка еще не наступает.

При A_n постоянном и равном α получаем

$$\bar{\nu}\left[(n+1)\right]=\bar{\nu}(0)\left\{1-\alpha\bar{\Psi}'\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\right.\right.$$

$$\left.\left.\left\{\Xi(n-i)-T_m\right\}_{i=1}^{k},\ d_0,\ d_m\right\}\right\}^{n}. \qquad (5)$$

Вид преобразований $\theta\{...\}$ и $\Psi\{...\}$ должен удовлетворять свойствам функции меры, в частности, либо равномерной, либо квадратичной. Таким образом, вопрос о том, какой динамикой будет обладать сходимость алгоритма к стационарному состоянию для любой другой ВХ, по которой решается задача разладки, сводится к определению усредненного значения производной от основного преобразования. Если же преобразование $\Psi\{...\}$ в (3) выбирается с совпадающими функциями $\theta_i\{...\}$ для $i = 1, 2$, а преобразование $\mu\{...\}$ представляет собой линейную функцию, то скорость сходимости в среднем определяется по величине производной от соответствующей составляющей аргумента усредненного преобразования $\bar{\Psi}'\{\ldots\}$. При этом сходимость алгоритма обеспечивается, если правая часть (5) при увеличении числа итерации будет стремиться к нулю. В этом случае $\lim\limits_{i\to\infty}\bar{\nu}(i)=0$ и $\lim\limits_{i\to\infty}\bar{d}(i)=d_0$. Искомый параметр $d(n + 1)$ можно рассматривать как некоторую статистическую или решающую функцию, по значениям которой принимается решение о возникновении разладки в сигнале $\xi(n)$ в момент времени n_0, если для решающей функции выполняется условие $d(n_0 + 1) > d_п$, где $d_п$ — некоторое ее заданное пороговое значение, или порог. Величина этого порога в классическом варианте определяется на основании априорных данных о виде плотности распределения вероятностей (ПРВ) решающей функции, включая диапазон изменения сигнала E_0. Известны различные методы определения величины порога с учетом объема априорных данных о ПРВ решающей функции [9]. Однако любое известное решение по установлению порога не предусматривает возможности коррекции его величины при изменении ВХ сигнала в реальном масштабе времени в темпе с определением значений самой решающей функции. При осуществлении коррекции порога желательно, чтобы динамика и время коррекции были, по крайней мере, равны соответствующей динамике и времени коррекции изменения решающей функции при наступлении разладки. Возможны различные варианты дополнительных алгоритмов, отслеживающих в реальном масштабе времени изменение порога по определению какой-либо дополнительной ВХ сигнала. Важно отметить, что дополнительные алгоритмы используют информацию, получаемую по той же выборке, задержанной на заданный временной интервал, что и основной алгоритм обнаружения разладки. При этом возникает задача по поиску соответствующего дополнительного алгоритма. Очевидно, что этот алгоритм должен быть согласован с исходным алгоритмом, в соответствии с которым решается задача разладки. По существу, в данной постановке речь идет об адаптивном варианте решения исходной задачи разладки для поиска величины порога при минимальной априорной информации о значениях ВХ сигнала.

Оценка дисперсии при сходимости к усредненному стационарному значению

Для определения дисперсии искомого параметра для одномерного варианта уравнения (1) вычтем из его правой и левой частей усредненное стационарное значение искомого параметра и возведем правую и левую части в квадрат. Применив справа и слева к полученному результату операцию усреднения, приходим к следующему эквивалентному в установленном смысле итерационному уравнению:

$$M\left\{\nu^2\left[(n+1)\right]\right\}=M\left\{\nu(n)-A_n\Psi\left\{\left\{\Xi(n-i)\right\}_{i=1}^{k},\right.\right.$$

$$\left.\left.\left\{\Xi(n-i)-T_m\right\}_{i=1}^{k},\ d_0+\nu(n),\ d_m\right\}\right\}^{2}. \qquad (6)$$

Тогда, разлагая в ряд Тейлора в (6) преобразование $\Psi\{...\}$ относительно d_0 и используя линейное приближение, после усреднения получаем

$$\bar{\nu}^2\left[(n+1)\right]=\bar{\nu}^2(n)\left\{1-2A_n\lambda'(d_0)+A_n^2\left[\lambda'(d_0)\right]^2\right\}+$$
$$+A_n^2\lambda^2(d_0)+A_nM\left\{\nu(n)\lambda'(d_0)\lambda(d_0)\right\},$$

где $\bar{\nu}^2[(n+1)]=M\{\nu^2[(n+1)]\}$ и $\bar{\nu}^2(n)=M\{\nu^2(n)\}$; $\lambda^2(d_0) = M\{\psi^2\{[\Xi[(n-i)]_{i=1}^k, [\Xi(n-i)-T_m]_{i=1}^k, d_0, d_m\}\}$ — дисперсия искомого параметра для его стационарного в среднем значения;

$$\lambda'(d_0)=M\left\{\frac{\partial}{\partial d}\Psi\left\{\left[\Xi(n-i)\right]_{i=1}^k,\right.\right.$$
$$\left.\left.\left[\Xi(n-i)-\bar{T}_m\right]_{i=1}^k,\ d(n),\ d_m\right\}\right|_{d(n)=d_0}\right\}.$$

Напомним, что для стационарного значения параметра d_0 выполняется условие

$$\lambda(d_0) = M\{\psi\{[\Xi[(n-i)]_{i=1}^k,$$
$$[\Xi(n-i)-T_m]_{i=1}^k, d_0, d_m\}\} = 0.$$

Если пренебречь корреляционным моментом $M\left\{\nu(n)\lambda'(d_0)\lambda(d_0)\right\}$ и слагаемым $A_n^2\left[\lambda'(d_0)\right]^2$ по сравнению со значением $2A_n\lambda'(d_0)$ при надлежащем выборе параметра $A_n = \text{const} = A_0 < 1$, то для n-й итерации получаем формулу для оценки так называемой финальной дисперсии искомого параметра в виде

$$\bar{\nu}^2\left[(n)\right]\approx\bar{\nu}^2(0)\left\{1-2A_0\lambda'(d_0)\right\}^n+\frac{A_0\lambda^2(d_0)}{2\lambda'(d_0)}. \quad (7)$$

Полученный результат имеет достаточно ясный физический смысл: чем выше скорость изменения заданного преобразования для стационарного значения искомого параметра, тем меньше флуктуация его аргумента, причем влияние дисперсии начального отклонения $\nu(0)$ экспоненциально уменьшается. Учитывая, что ПРВ искомого значения параметра в области стационарного значения приближается к гауссовой ПРВ, величина полученной дисперсии позволяет выбрать соответствующее пороговое значение для принятия решения о наступлении разладки во входном сигнале относительно его предыдущего стационарного значения. Следует отметить, что проведенные исследования выполнены для первого приближения. Исследование более сложных случаев сходимости рассмотренных алгоритмов выходит за рамки настоящей статьи. Заметим также, что уравнение (4) при малом значении дисперсии (7) является необходимым и достаточным условием для измерений параметров и ВХ сигналов [6].

Заключение

Проведенное исследование свойств обобщенного алгоритма определяет теоретическую базу как в искусственных, так и в естественных системах в рамках решения задач по обнаружению разладки, которая является следствием эволюции систем, в том числе при изменении окружающей среды. Решения подобных задач определяют информационную основу автоматизации технической и медицинской диагностики разнообразных систем при изменении их характеристик и параметров. Проведенные исследования не коснулись вопроса оптимального определения такого важного параметра, как глубина памяти системы. Рекомендации по выбору глубины памяти, а также установлению величины порога при принятии решения о наступлении разладки целесообразно проводить при конкретном выборе вида эволюционного оператора. Тем не менее полученные результаты составляют обобщенную основу и намечают пути исследования, связанные с оценкой указанных параметров при решении конкретных задач разладки и диагностики. Примеры подобных исследований приведены в следующей части статьи.

Литература

1. **Малинецкий Г. Г.** Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. Изд. 5-е. — М.: ЛКИ, 2007. — 312 с.
2. **Берже П., Помо И., Видаль К.** Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности: пер. с англ. — М.: Мир, 1991. — 368 с.
3. **Бассвиль М.** и др. Обнаружение свойств сигналов и динамических систем: пер. с англ. / Под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. — М.: Мир, 1989. — 278 с.
4. **Табор М.** Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 320 с.
5. **Сороко С. И., Трубачев В. В.** Нейрофизиологические и психофизиологические основы адаптивного биоуправления. — СПб.: Политехника-сервис, 2010. — 607 с.
6. **Майнцер К.** Сложносистемное мышление: Материя, разум, человечество. Новый синтез: пер. с англ. / Под ред. и с пред. Г. Г. Малинецкого. — М.: Либроком, 2009. — 464 с. (Синергетика от прошлого к будущему.)
7. **Тихонов Э. П., Селиванова М. П.** Основные принципы, области применения и перспективы развития измерений с опорным случайным процессом // Измерения, контроль, автоматизация. 1990. № 3. С. 3–6.
8. **Редькин П.** Микроконтроллеры Atmel архитектуры AVR32 семейства AT32UC3: Руководство пользователя. — М.: Техносфера, 2010. — 784 с.
9. **Цейтлин Н. А.** Из опыта аналитического статистика. — М.: Солар, 2007. — 906 с.