УДК 681.5

ЭРГАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ПОВРЕЖДЕНИЯХ И АВАРИЯХ ЭНЕРГООБЪЕКТОВ

А. Е. Городецкий,
доктор техн. наук, профессор
В. Г. Курбанов,
канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник
И. Л. Тарасова,
канд. техн. наук, старший научный сотрудник
Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

Предлагаются математически обоснованные и опробованные на практике методы анализа и принятия решения при эксплуатации энергосистемы в экстремальных условиях. При этом в первую очередь решены проблемы моделирования аварийных ситуаций и быстрого анализа большого объема количественной и качественной информации в условиях неполной определенности. Рассматриваются логико-вероятностные и логико-лингвистические методы, позволяющие обосновывать принятия решений на основе нечеткой модели деградации энергосистемы в процессе эксплуатации. Все они доведены до алгоритмов, готовых для программирования на ЭВМ.

Ключевые слова *— принятие решения, эргатическая система, логико-вероятностная модель, логико-лингвистическая модель.*

Введение

В настоящее время энергосистемы (ЭС) принято рассматривать как эргатические системы, представляющие собой совокупность объектов, генерирующих, распределяющих и передающих электрическую и тепловую энергию, и обслуживающих их людей, занятых достижением общей цели и включенных в общую сеть обмена информацией. Основные требования к ЭС заключаются в том, чтобы она удовлетворяла в каждый момент времени потребность в количестве электрической и тепловой энергии соответствующего качества; сохраняла свою целостность, т. е. чтобы не было неконтролируемых разделений основных частей ЭС; ограничивала размеры отказа и уменьшала до минимума риск широкого распространения неполадок; быстро восстанавливалась; сохраняла безопасность. Поэтому актуально создание методов и систем, обеспечивающих оценку функционирования оборудования ЭС и возможных неисправностей, предсказание и анализ возникновения и развития предаварийных и аварийных ситуаций.

Однако создание систем, способных подсказать операторам возможные развития аварийных ситуаций и рекомендовать возможные действия для сохранения живучести, наталкивается на отсутствие математически обоснованных и опробованных на практике методов анализа и принятия решения при эксплуатации подобных систем в экстремальных условиях. При этом в первую очередь необходимо решить проблемы моделирования аварийных ситуаций и быстрого анализа большого объема количественной и качественной информации в условиях неполной определенности [1—4]. Указанные проблемы связаны с тем, что чем сложнее система, тем труднее дать точные и в то же время имеющие практическое значение суждения о ее поведении. Такая ситуация определяется термином [5] «принцип несовместимости». Следствие из этого принципа кратко можно выразить так: «Чем глубже мы анализируем реальную задачу, тем неопределеннее становится ее решение». Именно в этом смысле точный количественный анализ поведения сложных систем для практического исследования реальных задач, по-видимому, недостаточен. Поэтому при отсутствии принципиальной возможности получить четкую модель системы в целом или каких-либо ее частей целесообразно строить нечеткие модели [6, 7].

Нечеткие задачи моделирования основаны на использовании логических переменных и функций. Логические переменные (ЛП) как аргументы логических функций обычно характеризуются набором атрибутных данных, среди которых наиболее используемые вероятность ЛП, являющейся в данном случае случайным событием; интервал значений переменной, которому присваивается имя данной ЛП, и функция принадлежности, характеризующая степень принадлежности текущей ЛП к заданному интервалу [6].

Правила вычисления вероятностей описываются в разделах теории вероятности [8], вычисления интервалов изучаются в интервальной математике [9], а вычисление функций принадлежности — в теории лингвистических переменных [10]. Однако при вычислении атрибутов логических функций по известным атрибутам аргументов и построении функционалов качества принимаемых решений, за исключением простейших функций (И, ИЛИ, НЕ), возникают определенные сложности и неоднозначности. Поэтому после построения нечеткой модели ЭС стоит не менее сложная задача создания методов принятия решения. Последние можно охарактеризовать как эргатические методы, в которых учитываются мнения и предпочтения экспертов и обслуживающего персонала.

Принятие решений на основе бинарных отношений

Процесс поиска оптимального решения в условиях неполной определенности, свойственных эргатическим системам, может быть сведен к решению задачи поиска аппроксимирующего решения или образа I_b, в каком-то смысле наиболее близком к идеальному I решению или образу [11]. Решение такой задачи можно свести к поиску наилучшего бинарного отношения g_0, которое является элементом или подмножеством из множества G ($g_0 \subseteq G$) и которое отвечает соотношению $I_b g_0 I$ при выполнении ограничений $I_b q_i U_i$ и $I q_i U_i$ ($q_i \subseteq Q$, $i=1, 2, \ldots, m$), где G и Q — некоторые фиксированные компактные множества, а U_i — заданные априори модели или изображения ограничений.

К наиболее часто используемым и легко конструируемым бинарным функциональным отношениям можно отнести следующие:

— оценку по максимальному отклонению мощностей множеств

$$\sum_i x_i - \sum_i y_i = \Delta, \tag{1}$$

где $x_i = 1$ и $y_i = 1$ для ненулевых (непустых) элементов сравниваемых множеств и соответственно $x_i = 0$ и $y_i = 0$ для нулевых (пустых) элементов сравниваемых множеств, а Δ — числовая оценка близости;

— оценку по среднеквадратическому отклонению мощностей множеств

$$\sqrt{\left(\sum_i x_i\right)^2 - \left(\sum_i y_i\right)^2} = \delta, \tag{2}$$

где δ — числовая оценка близости;

— вероятностную оценку по максимальному отклонению мощностей множеств

$$\sum_i P(x_i = 1) x_i - \sum_i P(y_i = 1) y_i = \Delta_P, \tag{3}$$

где $P(.)$ — вероятность; Δ_P — числовая вероятностная оценка близости;

— вероятностную оценку по среднеквадратическому отклонению мощностей множеств

$$\sqrt{\left(\sum_i P(x_i = 1) x_i\right)^2 - \left(\sum_i P(y_i = 1) y_i\right)^2} = \delta_P, \tag{4}$$

где δ_P — числовая вероятностная оценка близости.

Использование бинарных функциональных отношений вида (1)—(4) наиболее предпочтительно, так как позволяет ранжировать решения по их близости к идеальному с использованием числовых оценок близости, в которых, как будет показано далее, можно учесть мнения и предпочтения экспертов и обслуживающего персонала.

Логико-интервальные задачи

При использовании логико-интервальных подходов при принятии решения поиск оптимума может сводиться к задачам математического программирования со следующими скалярными функционалами:

$$J_1 = \sum_{j,i}^{m,n} k_{ji}(b_{ji} - a_{ji}) \to \min; \tag{5}$$

$$J_2 = \sum_{j,i}^{m,n} [k_{ji}(b_{ji} - a_{ji}) - c_{ji}]^2 \to \min; \tag{6}$$

$$J_3 = \sum_{j,i}^{m,n} k_{ji}[(b_{ji} - a_{ji}) - (b_{ji}^0 - a_{ji}^0)]^2 \to \min; \tag{7}$$

$$J_4 = \sum_{j,i}^{m,n} [k_{ji}^b (b_{ji} - b_{ji}^0)^2 + k_{ji}^a (a_{ji} - a_{ji}^0)^2] \to \min, \tag{8}$$

где k_{ji}, k_{ji}^b, k_{ji}^a — коэффициенты предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР), об оптимальности; c_{ji} — желаемая ЛПР ширина интервала; b_{ji}^0, a_{ji}^0 — желаемые ЛПР границы интервалов.

Переходя от количественных шкал к порядковым, мы приходим к задаче математического программирования в порядковых шкалах (МППШ), которая представляет собой задачу выбора такого решения, у которого

$$J_5(x_i) = \sum_{i=1}^{m} v_i b_i \to \max, \tag{9}$$

где b_i и v_i — соответственно балльная оценка i-го параметра, характеризующего качество решения, и его коэффициент значимости.

Если ЛПР является коллектив из нескольких экспертов, то балльные оценки могут оказаться заданными в некоторых диапазонах $[b_{i1}, b_{i2}]$. Тогда функционал показателя качества тоже будет получаться в некотором интервале $J_5(x_i)=[J_{51}, J_{52}]$, вычисляемом по правилам интервальной алгебры:

$$J_{51} = \sum_{i=1}^{m} v_i b_{1i}; \tag{10}$$

$$J_{52} = \sum_{i=1}^{m} v_i b_{2i}, \tag{11}$$

с учетом правил вида:

1) если параметр анализируемой системы $V_{1i} \geq V_{20}$ — желаемого значения данного параметра, то $b_1 = 6$;

2) если $V_{1i} \geq V_{10}$ и $V_{2i} \geq V_{20}$, то $b_1 = 5$;

3) если $V_{1i} = V_{10}$ и $V_{2i} = V_{20}$, то $b_1 = 4$;

4) если $V_{1i} \geq V_{10}$ и $V_{2i} < V_{20}$, то $b_1 = 3$;

5) если $V_{1i} \leq V_{10}$ и $V_{2i} \leq V_{20}$, то $b_1 = 2$;

6) если $V_{2i} < V_{10}$, то $b_1 = 1$.

Для выбора наилучшего варианта решения в этом случае необходимо ввести правила их ранжирования. Наиболее простыми могут быть следующие:

7) если J_{51} наибольший из всех и J_{52} наибольший из всех, то этот вариант ставится на 1-е место;

8) если только J_{52} наибольший из всех, то этот вариант ставится на 2-е место;

9) если только J_{51} наибольший из всех, то этот вариант ставится на 3-е место;

10) если J_{51} не наибольший из всех и J_{52} не наибольший из всех, то этот вариант ставится на следующее после 3-го место в соответствии со следующими правилами:

11) если из всех вариантов, удовлетворяющих условию 10, J_{51} наибольший и J_{52} наибольший из всех, то этот вариант ставится на 4-е место;

12) если из всех вариантов, удовлетворяющих условию 10, только J_{52} наибольший из всех, то этот вариант ставится на 5-е место;

13) если из всех вариантов, удовлетворяющих условию 10, только J_{51} наибольший из всех, то этот вариант ставится на 6-е место;

14) если из всех оставшихся вариантов J_{51} не наибольший из всех и J_{52} не наибольший из всех, то этот вариант ставится на следующее после 6-го место в соответствии с правилами 11—13, и т. д.

Задача поиска наилучшего решения еще больше усложняется, если ЛПР, являющееся коллективом из нескольких экспертов, задает интервально не только балльные оценки, но и коэффициенты предпочтения $v_i=[v_{i1}, v_{i2}]$. При этом функционал показателя качества тоже будет получаться в некотором интервале $J_5(x_i)=[J_{51}, J_{52}]$, вычисляемом в соответствии с правилами интервальной алгебры по следующим формулам:

$$J_{51} = \sum_{i=1}^{m} \min_{g,j}(v_{qi} b_{ji}); \tag{12}$$

$$J_{52} = \sum_{i=1}^{m} \max_{q,j}(v_{qi} b_{ji}). \tag{13}$$

Для выбора наилучшего варианта решения в этом случае также необходимо ввести правила их ранжирования, например вида 7—14.

В отличие от задачи МППШ, оптимизация решений методом обобщенного математического программирования (ОМП) соответствует выбору решения, основанному на сравнении его характеристик с характеристиками идеального решения, а не их параметров. Поэтому метод ОМП значительно сложнее, но по-прежнему представляет собой задачу выбора «наилучшего» (в смысле бинарного отношения g_0) среди допустимых решений. Однако эта задача сводится к задаче МППШ, если удается найти числовые меры близости характеристик сравниваемых систем.

В случае, когда функция выбора, определяемая предпочтениями ЛПР, изменяется в процессе функционирования энергообъекта, необходимо при оптимизации использовать многошаговое обобщенное математическое программирование (МнОМП), позволяющее реализовывать произвольную функцию выбора на конечном множестве вариантов. Поэтому схема МнОМП представляет собой множество следующих друг за другом задач ОМП, каждая из которых отвечает фиксированному предъявлению множества идеальных характеристик X. Естественно, что вычислительная сложность решения задач МнОМП быстро растет с увеличением числа шагов.

Существенно ускорить процесс принятия решения при логико-интервальном моделировании сложных систем можно за счет распознавания полученных решений и изображений I_r^*, т. е. отнесения их к тому или иному классу образов C_j^I идеального изображения $I \subseteq C_j^I$. В этом случае если класс C_j^I, к которому мы отнесли рассматриваемое изображение I_r^*, хорошо изучен и для него получено оптимальное решение, то для получения решения для модели I_r^* можно использовать метод ситуации привычности [12, 13], т. е. искомое решение заменить аналогом.

Весьма вероятно, что для решения этой задачи понадобится построение новой системы логических уравнений, решение которой позволит получить числовые меры близости рассматриваемой модели к известной. В качестве возможных числовых оценок могут быть использованы мощности множеств, количество совпадающих элементов, число групп совпавших элементов и др. Каких-либо рекомендаций по выбору тех или иных оценок в настоящее время предложить нельзя в связи со слабой изученностью подобных моделей. Решение исследователь должен принимать сам, исходя из своих предпочтений, опыта и интуиции [12, 13].

Логико-вероятностные задачи

При использовании логико-вероятностных подходов при принятии решения каждому решению или объекту можно поставить в соответствие m-е оптимальное решение лишь с некоторой вероятностью P_m, вычисляемой по формуле вида

$$P_{i,k+1} = (-2)^0 \sum_{i=1}^{n} P_{ik} + (-2)^1 \sum_{i,j} P_{ik}P_{jk} + \\ + (-2)^2 \sum_{i,j,q} P_{ik}P_{jk}P_{qk} + \ldots + (-2)^{N-1} \prod_{i=1}^{n} P_{ik}, \quad (14)$$

в которой P_{ik}, P_{jk}, P_{qk} — вероятности случайных событий (параметров, отношений и т. п.), характеризующих моделируемый объект, которые в процессе моделирования могут быть:

— задаваемыми неизменными числами в диапазоне $\{0, 1\}$;

— задаваемыми функциями времени со значениями в диапазоне $\{0, 1\}$;

— задаваемыми интервально $\{a_i, b_i\}$ при $a_i \ge 0$, $b_i \le 1$;

— задаваемыми интервально с изменяющимися во времени интервалами $\{a_i(t), b_i(t)\}$ при $a_i \ge 0$, $b_i \le 1$;

— задаваемыми интервально со случайными границами с известными плотностями распределения $f(a_i)$, $f(b_i)$;

— задаваемыми интервально со случайными границами с известными математическими ожиданиями $M(a_i)$, $M(b_i)$ и дисперсиями $D(a_i)$, $D(b_i)$;

— задаваемыми интервально со случайными границами с известными, изменяющимися во времени плотностями распределения $f(a_i(t))$, $f(b_i(t))$, математическими ожиданиями $M(a_i(t))$, $M(b_i(t))$ и дисперсиями $D(a_i(t))$, $D(b_i(t))$;

— случайными величинами с известными плотностями распределения $f(P_{ik})$;

— случайными величинами с известными математическими ожиданиями $M(P_{ik})$ и дисперсиями $D(P_{ik})$;

— случайными величинами с изменяющимися во времени плотностями распределения, математическими ожиданиями и дисперсиями;

— задаваемыми в любом из перечисленных сочетании.

При этом поиск оптимального решения можно проводить с использованием таких известных вычислительных методов [14], как математическое моделирование в порядковых шкалах, обобщенное математическое программирование или многошаговое обобщенное математическое программирование. Указанные методы базируются на оценке бинарных отношений вида $I^* qI$, где I — идеальное решение. При этом решение I^* считается оптимальным, если пара

$$(I^*, I) \subseteq q. \quad (15)$$

Отношение q может быть выражено в виде системы логических уравнений

$$\mathbf{CQ} = \mathbf{E} \quad (16)$$

или

$$\mathbf{CQ} = \mathbf{Y}. \quad (17)$$

Вектор $\mathbf{Q}$ имеет размерность N и в самом общем случае может иметь $N = 2^n - 1$ компонент вида

$$<q_1, q_2, ..., q_n, q_1q_2, q_1q_3, ..., q_{n-1}q_n, q_1q_2q_3, ..., \\ q_{n-2}q_{n-1}q_n, ..., q_1q_2, ..., q_{n-1}q_n>. \quad (18)$$

Компоненты q_i вектора Q являются ЛП, характеризующими близость объектов и отношений построенного решения I^* к элементам и отношениям идеального решения I.

Матрица $\mathbf{C}$ состоит из M идентификационных строк C_i [11], имеющих размерность вектора $\mathbf{Q}$ и содержащих элементы 0 и 1 в заданном порядке, например $C_j = | \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ ... \ 0 \ 1 \ |$.

Вектор $\mathbf{E}$ — единичный ($\mathbf{E}^{\mathrm{T}} = | \ 1 \ 1 \ 1 \ ... \ 1 \ |$), имеющий размерность вектора $\mathbf{Q}$.

Вектор $\mathbf{Y}$ имеет размерность вектора $\mathbf{Q}$, и его y_i компоненты могут принимать значение 1 с некоторыми вероятностями P_i, вычисляемыми через вероятности компонент q_i по формулам вида (14).

Тогда возможны следующие ситуации принятия решения I^*:

— если для $\forall q_i$ вероятность $P\{q_i=1\}=1$, то решение I^* считается оптимальным, если выполняется условие (16), и неадекватным, если условие (16) не выполняется. В самом простом случае при использовании МППШ можно построить функционал $J_2(x_i)=\sum v_i b_i$ ($i=1, 2, ..., m$), где b_i и v_i — балльная оценка i-го параметра решения и его коэффициент значимости;

— если для $\forall q_i$ вероятность $P\{q_i=1\}=0$, то модель I^* считается неопределенной и отношение q построено неправильно;

— если $\exists q_i$, для которого вероятность $0<P\{q_i=1\}<1$, то решение I^* считается оптимальным, если $\sum P_i \geq A$, $i=1, 2, ..., M$, для решений уравнений (17), где A — экспертная оценка оптимальности, или решение I_i^* — наилучшее из всех рассматриваемых, если для него $\sum P_i=\max$, $i=1, 2, ..., M$.

Последняя ситуация является наиболее типичной для эргатических систем. При большом количестве логических слагаемых в функции y_i процедура вычисления вероятности P_i по формуле (14) требует больших затрат времени, и в ряде случаев даже использование для этих целей современных ЭВМ с традиционной архитектурой приводит к неприемлемым затратам машинного времени. Однако структура уравнения (14) позволяет легко применять для целей вычисления указанных вероятностей ЭВМ с параллельной архитектурой вычислений, например нейронные сети.

Кроме того, известно [15], что при определенных условиях большей частью слагаемых в уравнении (14) можно пренебречь из-за их малого значения. По существу задача состоит в определении суммы первых 7—15 слагаемых в уравнении (14), которые определяют основной вклад в значение вероятности, рассчитанное по формуле (14). Остальными слагаемыми можно пренебречь, тем более что вероятности исходных ЛП q_i обычно вычисляют с определенными погрешностями и, соответственно, значение вероятности, полученное из формулы (14), будет тоже иметь погрешность [16]. Более того, при поиске наилучшей модели нас интересуют не сами значения вероятностей решений y_i, получаемых из системы уравнений (17), а модель с наибольшей суммой вероятностей P_i.

Наиболее просто осуществить поиск оптимального решения, если удается сформулировать функционал из атрибутной части ЛП, который требуется минимизировать либо максимизировать. В частности, поиск оптимума сводится к задачам математического программирования с критерием качества вида

$$J_1=\sum_{j,i}^{m,n} k_{ji} P\{u_j(t_i)=1\} \to \max, \tag{19}$$

где k_{ji} — назначаемые ЛПР весовые коэффициенты.

При использовании МППШ необходимо искать максимум функционала

$$J_3(x_i)=\sum_{i=1}^{m} v_i b_i P_i^y \tag{20}$$

при соблюдении ограничений

$$a_i \geq a_{i\,\min},\ i=1, ..., m, \tag{21}$$

где $a_{i\,\min}$ — минимально допустимая оценка i-го параметра, и

$$P_i^{\,z} \geq P_{i\,\min},\ i=1, ..., m, \tag{22}$$

где $P_{i\,\min}$ — минимально допустимая вероятность ЛП z_i, полученных из решения уравнений ограничений вида

$$C_j\,\mathbf{Q}=\mathbf{Z}. \tag{23}$$

Вектор $\mathbf{Z}$ имеет размерность вектора $\mathbf{Q}$, и его z_i компоненты могут принимать значение 1 с некоторыми вероятностями P_i, вычисляемыми через вероятности компонент q_i по формулам вида (14).

Задача МППШ еще более усложняется, если те или иные балльные оценки b_{ij} и a_{ij} выставляются лицами, принимающими и ограничивающими решения, с некоторыми соответствующими вероятностями P_{ij}^b и P_{ij}^a. В этом случае необходимо искать решение с максимальным значением

$$J_4(x_i)=\sum_{i=1}^{m} v_i P_i^y \sum_{j=1}^{n} b_{ij} P_{ij}^b \tag{24}$$

при соблюдении ограничений (21) и

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} P_{ij}^a \geq A_{i\,\min},\ i=1, ..., m;\ j=1, ..., n, \tag{25}$$

где $A_{i\,\min}$ — минимально допустимая вероятностная оценка для i-го параметра.

Возможны ситуации, когда поиск оптимального решения соответствует выбору наилучшего на основании сравнения его характеристик с характеристиками идеального решения, а не их параметров. Тогда можно использовать метод ОМП, который значительно сложнее МППШ.

Формально записи задач ОМП имеют следующий вид.

Задача 1. Если $\forall\ q_i$, $P(q_i)=1$, то

$$f_0\,(x_0)g_0\,f_0(x_э) \text{ при } f_j(x_0)g_j u_j,\ f_j(x_э)g_j u_j,$$

$$j = 1, \ldots, r;\ (x_0, x_э) \in G \subseteq R^n, \qquad (26)$$

где $f_i(x_0)$ и $f_i(x_э)$ — некоторые задаваемые функции в R_j^m предпочтения ЛПР; $i = 0, 1, \ldots, r$; u_j — фиксированный вектор в R_j^m ограничений, задаваемых ЛПР; g_j, $j = 0, 1, \ldots, r$ — бинарные отношения на $G \subseteq R^n$.

В этом случае оптимальной будет та единственная модель x_0, для которой выполняются условия (26).

Задача 2. Если $\exists\, q_i$, $P(q_i) < 1$, то

$$f_0(x_0) g_0 f_0(x_э) \to \text{opt при } f_j(x_0) g_j u_j,\ f_j(x_э) g_j u_j,$$
$$j = 1, 2, \ldots, r;\ (x_0, x_э) \in G \subseteq R^n. \qquad (27)$$

В этом случае будет несколько решений, удовлетворяющих условию (26) с разной степенью вероятности, и для выбора оптимального требуется провести анализ других лингвистических атрибутов ЛП q_i.

В задаче 1 ОМП оптимизация сводится к построению оптимальных бинарных отношений g_j.

В задаче 2 ОМП при поиске оптимального решения после построения бинарных отношений g_j и отбора претендентов на оптимальность, исходя из задаваемых граничных вероятностей, требуется дополнительно анализировать сложные лингвистические выражения, являющиеся атрибутами (w_i) или формируемые из атрибутов (w_i) ЛП q_i, являющихся компонентами вектора **Q** в логических выражениях (16) и (17), характеризующих оптимальность (g_0) и соответствующие ограничения (g_j).

При этом если указанные лингвистические выражения могут быть сведены к логическим выражениям вида

$$\mathbf{F}_i = C_0^i \mathbf{W}; \qquad (28)$$

$$\mathbf{S}_i = C_j^i \mathbf{W}, \qquad (29)$$

где $\mathbf{F}_i$ — вектор ЛП y_j, характеризующих оптимизируемые решения; $\mathbf{S}_i$ — вектор ЛП z_j, характеризующих ограничение характеристик; **W** — вектор ЛП x, компонентами которых являются ЛП w_i, атрибутами которых могут быть только их вероятности P_i^w; C_0^i и C_j^i — идентификационные строки, содержащие элементы 0 и 1 в заданном порядке (например: $C_0^i = |\,1\ 0\ 0\ 1\ 0\ \ldots\ 1\,|$, а $C_j^i = |0\ 1\ 1\ 0\ \ldots\ 0\,|$); размерности вектора **W** и строк C_0^i, C_j^i совпадают, тогда решение может быть автоматизировано программными средствами искусственного интеллекта.

Алгоритм оптимизации в задаче 2 ОМП содержит следующие этапы.

1. Построение бинарных отношений $f_0(x_0) g_0 f_0(x_э)$, $f_j(x_0) g_j u_j$, $f_j(x_э) g_j u_j$.

2. Построение логических выражений $C_0\mathbf{Q} = \mathbf{Y}$, $C_j\mathbf{Q} = \mathbf{Z}$.

3. Вычисление вероятностей P_i^y и P_i^z.

4. Если оценки близости характеристик решения к эталону b_i и оценки ограничивающих характеристик a_i задаются ЛПР точно, то отбор решений, для которых выполняются следующие условия:

$$a_i \ge a_{i\,\min},\ i = 1, \ldots, m;\ P_i^z \ge P_{i\,\min};$$

$$J(x_i) = \sum_{i=1}^{m} v_i b_i P_i^y \ge J_{i\,\min}.$$

5. Если оценки близости характеристик решения к эталону b_i и оценки ограничивающих характеристик a_i задаются ЛПР не точно, с некоторыми соответствующими вероятностями P_{ij}^b и P_{ij}^a, то отбор решений, для которых выполняются следующие условия:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} P_{ij}^a \ge A_{i\,\min};\ P_i^z \ge P_{i\,\min},\ i = 1, \ldots, m;$$
$$J(x_i) = \sum_{i=1}^{m} v_i P_i^y \sum_{j=1}^{n} b_{ij} P_{ij}^b \ge J_{i\,\min},\ i = 1, \ldots, m,$$
$$j = 1, \ldots, n.$$

6. Для отобранных решений построение логических выражений

$$\mathbf{F}_i = C_0^i\, \mathbf{W};\ \mathbf{S}_i = C_j^i\, \mathbf{W}.$$

7. Вычисление вероятностей P_i^f, P_i^s.

8. Если оценки близости b_i и ограничивающие оценки a_i задаются ЛПР точно, то поиск решения, для которого

$$J(x_i) = \sum_{i=1}^{m} v_i b_i P_i^f \to \max,$$

при выполнении следующих условий:

$$a_i \ge a_{i\,\min},\ i = 1, \ldots, m;\ P_i^s \ge P_{i\,\min},\ i = 1, \ldots, m.$$

9. Если оценки близости b_i и ограничивающие оценки a_i задаются ЛПР не точно, с некоторыми соответствующими вероятностями P_{ij}^b и P_{ij}^a, то поиск решения, для которого

$$J(x_i) = \sum_{i=1}^{m} v_i P_i^f \sum_{j=1}^{n} b_{ij} P_{ij}^b \to \max,$$

при выполнении следующих условий:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} P_{ij}^a \ge A_{i\,\min};\ P_i^s \ge P_{i\,\min},\ i = 1, \ldots, m,\ j = 1, \ldots, n.$$

Однако эти задачи ОМП для логико-вероятностного подхода сводятся к задаче МППШ, если удается найти числовые меры близости характеристик сравниваемых систем.

В случае, когда функция выбора (ФВ), определяемая предпочтениями ЛПР, изменяется в процессе функционирования системы, необходимо при оптимизации использовать МнОМП, позволяющее реализовывать произвольную ФВ на конечном множестве вариантов.

Логико-лингвистические задачи

При использовании логико-лингвистических подходов при принятии решения поиск оптимума также сводится к поиску наилучшего бинарного отношения g_0, которое является элементом или подмножеством из множества G ($g_0 \subseteq G$) и отвечает соотношению $I_b g_0 I$ при выполнении ограничений $I_b q_i U_i$ и $I q_i U_i$ ($q_i \subseteq Q$, $i=1, 2, \ldots, m$), где G и Q — некоторые фиксированные компактные множества, а U_i — заданные априори модели или изображения ограничений, при этом решение I^* считается оптимальным, если пара $(I^*, I) \in q$.

Отношение q может быть выражено в виде системы логических уравнений вида (16) и (17), но в данной задаче компоненты q_i вектора $\mathbf{Q}$ являются ЛП, характеризующими близость объектов и отношений построенной модели I^* к элементам и отношениям идеальной модели I не точно, а в зависимости от значений функций принадлежности этих ЛП.

Матрица $\mathbf{C}$ и вектор $\mathbf{E}$ такие же, как в логико-вероятностных задачах.

Вектор $\mathbf{Y}$ имеет размерность вектора $\mathbf{Q}$, и его y_i компоненты могут принимать значение 1 с некоторыми значениями функций принадлежности μ_i, вычисляемыми через значения функций принадлежности компонент q_i по описанному ранее алгоритму.

Тогда возможны следующие ситуации принятия решения об оптимальности I^*:

— если для $\forall q_i$ значение функции принадлежности $\mu\{q_i=1\}=1$, то решение I^* считается оптимальным, если выполняется условие (16), и неоптимальным, если условие (16) не выполняется;

— если для $\forall q_i$ значение функции принадлежности $\mu\{q_i=1\}=0$, то решение I^* считается неопределенным и отношение q построено неправильно;

— если $\forall q_i$, для которого значение функции принадлежности $0<\mu\{q_i=1\}<1$, то решение I^* считается оптимальным, если для компонент y_i в системе уравнений (17) имеем $\sum \mu_i \geq A$, $i=1, 2, \ldots, M$, где A — экспертная оценка адекватности, или решение I_i^* наилучшее из всех рассматриваемых, если для него $\sum \mu_i = \max$.

Последняя ситуация является наиболее типичной при логико-лингвистической оценке эргатических систем. При большом количестве логических слагаемых в функции y_i процедура вычисления значения функции принадлежности μ_i требует больших затрат времени, и в ряде случаев даже использование для этих целей современных ЭВМ с традиционной архитектурой приводит к неприемлемым затратам машинного времени. Поэтому для вычислений μ_i целесообразно использовать ЭВМ с параллельной архитектурой вычислений, например нейронные сети.

Наиболее просто поиск оптимального решения осуществляется, если удается сформулировать функционал из атрибутной части ЛП, который требуется минимизировать либо максимизировать. В частности, поиск оптимального решения сводится к задачам математического программирования, когда осуществляется поиск решения $u_j(t_i)$, имеющего максимальные значения функций принадлежности логических функций $u_j(t_i)$. Тогда критерий качества можно выразить следующим образом:

$$J_1 = \sum_{j,i}^{m,n} k_{ji} \mu(u_j(t_i)) \to \max, \qquad (30)$$

где k_{ji} — назначаемые ЛПР весовые коэффициенты.

При поиске наилучшего в том или ином смысле или оптимального решения с использованием логико-лингвистического подхода может возникнуть ситуация, когда не удается сформулировать скалярный функционал, характеризующий качество решения, который требуется минимизировать либо максимизировать. Для решения такой задачи можно перейти от моделей, требующих задания функционалов, определяющих цели и ограничения задачи, к моделям, учитывающим предпочтения лиц, участвующих в выборе решения, наиболее близкого к идеальному из множества альтернатив. В этом случае мы переходим от количественных шкал к порядковым, т. е. приходим к задаче МППШ, которая представляет собой задачу, схожую с задачей МППШ для логико-вероятностного подхода, только теперь неопределенности описываются не вероятностями, а функциями принадлежности.

Аналогично возможно использование при логико-лингвистическом подходе ОМП и МнОМП с заменой вероятностей на функции принадлежности. При этом, естественно, алгоритм вычисления функций принадлежностей значительно сложнее, чем алгоритм вычисления вероятностей.

Заключение

При оценке функционирования оборудования ЭС, их возможных неисправностей, предсказании и анализе возникновения и развития предаварийных и аварийных ситуаций целесообразно использовать нечеткие модели, основанные на применении логических переменных и функций, характеризующихся набором атрибутных данных, среди которых наиболее используемые: вероятность ЛП, являющейся в данном случае случайным событием; интервал значений переменной, которому присваивается имя данной ЛП, и функция принадлежности, характеризующая степень принадлежности текущей ЛП к заданному интервалу. Процесс поиска оптимального решения в этом случае можно свести к поиску наилучшего бинарного отношения.

Использование бинарных функциональных отношений логико-интервального, логико-вероятностного или логико-лингвистического типов наиболее предпочтительно, так как позволяет сформулировать эргатические методы, обеспечивающие ранжирование решения по их близости к идеальному с применением числовых оценок близости, в которых можно учесть мнения и предпочтения экспертов и обслуживающего персонала. При этом могут быть использованы такие вычислительные методы, как задача математического программирования в порядковых шкалах, обобщенное математическое программирование и многошаговое обобщенное математическое программирование.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-07-00318-а) и Президиума РАН (проект 4.3 Программы № 16).

Литература

1. **Городецкий А. Е., Курбанов В. Г., Тарасова И. Л.** Экспертная система анализа и прогнозирования аварийных ситуаций в энергетических установках // Информационно-управляющие системы. 2012. № 4. С. 59–63.
2. **Городецкий А. Е., Дубаренко В. В., Курбанов В. Г., Тарасова И. Л.** Логико-вероятностные методы моделирования плохо формализуемых процессов и систем // Изв. ЮФУ. Технические науки. 2012. № 6(131). С. 255–257.
3. **Курбанов В. Г.** Метод оценки надежности сложных технических систем // Информационно-управляющие системы. 2010. № 4. С. 75–76.
4. **Городецкий А. Е., Курбанов В. Г., Тарасова И. Л.** Имитационное моделирование развития аварийных ситуаций в энергетических установках // Информационно-управляющие системы. 2013. № 2. С. 38–42.
5. **Zadeh L. A.** Fuzzy sets // Inform. Contr. 1965. Vol. 8. P. 338–353.
6. **Городецкий А. Е., Тарасова И. Л.** Нечеткое математическое моделирование плохо формализуемых процессов и систем. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – 336 с.
7. **Курбанов В. Г., Городецкий А. Е.** Логический метод для управления электроприводами контррефлектора // Информационно-управляющие системы. 2012. № 1. С. 23–26.
8. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1964. Т. 1. 500 с.; 1967. Т. 2. 752 с.
9. **Алефельд Г., Херцбергер Ю.** Введение в интервальные вычисления. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
10. **Заде Л. А.** Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 168 с.
11. **Городецкий А. Е., Тарасова И. Л.** Алгебраические методы получения и преобразования изображений при технической диагностике сложных систем в условиях неполной определенности // Информационно-управляющие системы. 2008. № 5. Ч. 1. С. 10–14; № 6. Ч. 2. С. 22–25.
12. **Gorodetsky A. E.** Fuzzy Decision Making in Design on the Basis of the Habituality Situation Application // Fuzzy Systems Design. Social and Engineering Applications/ed. Leonid Reznik, Vladimir Dimitrov, Janusz Kacprzyk. – N. Y.: Physica-Verlag, 1998. P. 63–73.
13. **Городецкий А. Е.** Об использовании ситуации привычности для ускорения принятия решения в интеллектуальных информационно-измерительных системах // Физическая метрология: теоретические и прикладные аспекты. – СПб.: КН, 1996. С. 141–151.
14. **Юдин Д. Б.** Вычислительные методы теории принятия решений. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
15. **Городецкий А. Е., Дубаренко В. В.** Комбинаторный метод вычисления вероятности сложных логических функций // ЖВМ и МФ. 1999. Т. 39. № 7. С. 1246–1249.
16. **Дубаренко В. В., Курбанов В. Г., Кучмин А. Ю.** Об одном методе вычисления вероятностей логических функций // Информационно-управляющие системы. 2010. № 5. С. 2–7.