УДК 519: 816

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА МЕТОДОВ «ЖЕСТКОГО» РАНЖИРОВАНИЯ, СПРАВЕДЛИВОГО КОМПРОМИССА И РАВНОМЕРНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧЕ ГИПЕРВЕКТОРНОГО РАНЖИРОВАНИЯ СИСТЕМ

В. В. Сафронов,
доктор техн. наук, профессор
ОАО «КБ Электроприбор»

Поставлена задача гипервекторного ранжирования систем. Показаны общие принципы ее решения, особенности применения метода «жесткого» ранжирования и методов равномерной оптимальности и справедливого компромисса. Приведен численный пример.

Ключевые слова *— гипервекторное ранжирование, критерии, свертка критериев, методы равномерной оптимальности, методы справедливого компромисса.*

Введение

В ходе исследования систем (технических, технологических, информационных и т. п.) возникает необходимость использования векторных и многовекторных компонент [20–26]. Задачи принятия решений сводятся в этом случае к задачам многовекторного и гипервекторного ранжирования. В работах [20, 21] осуществлены постановки задач гипервекторного ранжирования, рассмотрены характерные особенности такого класса задач, дан метод решения, основанный на методе «жесткого» ранжирования.

Вместе с тем отечественными и зарубежными учеными накоплен солидный опыт решения задач многокритериальной оптимизации и ранжирования. Разработаны методы, которые широко применяются в прикладных задачах: «жесткого» ранжирования [21], многокритериальной теории полезности [10], анализа иерархий Т. Саати [18], турнирной таблицы [27], Борда [27], равномерной оптимальности, справедливого компромисса, идеальной точки в пространстве критериев [7], минимаксный [4, 5] и многие другие [2–17, 27]. Очевидна целесообразность применения известных методов многокритериального ранжирования с целью решить более сложную задачу гипервекторного ранжирования.

Настоящая статья посвящена постановке задачи гипервекторного ранжирования, рассмотрению общих принципов ее решения, особенностям применения методов «жесткого» ранжирования, равномерной оптимальности, справедливого компромисса и их сравнительной оценке.

Для однозначного понимания введем следующие определения.

Определение 1. Многокритериальными называют задачи, в которых векторный критерий представляет собой упорядоченное множество скалярных компонент.

Определение 2. Многовекторными называют задачи, в которых векторный критерий представляет собой упорядоченное множество векторных компонент, а каждая векторная компонента — упорядоченное множество скалярных компонент.

Определение 3. Гипервекторными называют задачи, в которых векторный критерий представляет собой упорядоченное множество многовекторных компонент, каждая многовекторная компонента — упорядоченное множество векторных компонент, а каждая векторная компонента — упорядоченное множество скалярных компонент.

Особенностями многовекторных и гипервекторных задач являются следующие:

— численные значения и векторных, и многовекторных компонент не известны — соотношения между векторными компонентами подсистем и многовекторными компонентами систем определяются в ходе решения задачи;

— коэффициенты важности назначаются отдельно для многовекторных компонент, векторных компонент и для каждого множества скалярных критериев каждой векторной компоненты.

Заметим, что для рассматриваемого класса задач проводить ранжирование вариантов только по скалярным критериям не вполне корректно в силу различного характера свойств системы (подсистемы), отражаемых векторными компонентами, в которые входят скалярные критерии. Кроме того, при большом числе анализируемых скалярных критериев значения коэффициентов важности [1] становятся малыми, как и их влияние на выбор эффективных систем.

Постановка задачи гипервекторного ранжирования

Введем необходимые в дальнейшем обозначения:

$S=\{S_\alpha, \alpha=\overline{1,n}\}$ — множество систем;

$S_D \subseteq S$ — множество допустимых систем, для которых в зависимости от специфики системы должны выполняться некоторые дисциплинирующие условия: неравенства, равенства, логические условия и т. п.;

$K_{\varepsilon ji}(S_\alpha)$ — i-й скалярный критерий j-й векторной компоненты, которая входит в многовекторную компоненту с номером ε ($\varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}$, $j=\overline{1,r_\varepsilon}$, $i=\overline{1,r_{\varepsilon j}}$). Здесь Е — число многовекторных компонент; r_ε — число векторных компонент в многовекторной компоненте с номером ε; $r_{\varepsilon j}$ — число скалярных критериев в j-й векторной компоненте, которая, в свою очередь, входит в многовекторную компоненту с номером ε;

$K_{\varepsilon j}(S_\alpha)=\{K_{\varepsilon ji}(S_\alpha),\ i=\overline{1,r_{\varepsilon j}}\}$, $K_\varepsilon(S_\alpha)=\{K_{\varepsilon j}(S_\alpha),$ $j=\overline{1,r_\varepsilon}\}$, $K(S_\alpha)=\{K_\varepsilon(S_\alpha),\ \varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}\}$ — соответственно множество скалярных, векторных и многовекторных компонент, характеризующих систему $S_\alpha \in S_D$;

$A_{\varepsilon j}=\{a_{\varepsilon ji},\ i=\overline{1,r_{\varepsilon j}}\}$, $A_\varepsilon=\{a_{\varepsilon j},\ j=\overline{1,r_\varepsilon}\}$, $A=\{a_\varepsilon,$ $\varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}\}$ — соответственно множество коэффициентов важности скалярных, векторных и многовекторных компонент, причем $\sum_{\varepsilon=1}^{\mathrm{E}} a_\varepsilon=1$, $\sum_{j=1}^{r_\varepsilon} a_{\varepsilon j}=1$, $\sum_{i=1}^{r_{\varepsilon j}} a_{\varepsilon ji}=1$, $j=\overline{1,r_\varepsilon}$, $\varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}$;

$P=\{S^0_{k_1}, S^0_{k_2}, \ldots, S^0_{k_{n^\pi}}\}$ — упорядоченное множество эффективных систем (кортеж Парето), $P \subseteq S_D$; элементы кортежа ранжированы в соответствии с решающими правилами так, что выполняется условие $S^0_{k_1} \succ S^0_{k_2} \succ \ldots \succ S^0_{k_i} \succ \ldots \succ S^0_{k^\pi}$, где «$\succ$» — знак отношения доминирования, $k_i \in\{1, 2, ..., n\}$. Длина кортежа — n^π.

Допустим, известны множества A, A_ε, $A_{\varepsilon j}$, S, $K_{\varepsilon j}(S_\alpha)$ ($\alpha=\overline{1,n}$; $\varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}$; $j=\overline{1,r_\varepsilon}$), решающие правила. Требуется найти кортеж Парето P, для элементов которого справедливо

$$K(S^0_{k_i})=\min_{S_\alpha \in S_D} K(S_\alpha),\ S^0_{k_i} \in P. \qquad (1)$$

Принципы решения задачи гипервекторного ранжирования

Рассмотрим принципы решения задачи гипервекторного ранжирования, которые не зависят от принимаемого решающего правила.

1. *Представление критериев в виде иерархической структуры.*

Скалярные критерии располагаем на нижнем (третьем) уровне иерархии и объединяем в векторные компоненты (второй уровень иерархии). Векторные компоненты — в многовекторные (первый уровень иерархии), а многовекторные — в гипервекторную компоненту (корневая вершина).

2. *Решение задачи многокритериального ранжирования по скалярным критериям каждой векторной компоненты.*

В результате решения указанной задачи будут построены частные кортежи Парето, которые позволяют однозначно определить расположение вариантов сложных систем S_α относительно других вариантов по каждой векторной компоненте. Причем выявляются как доминирующие (доминируемые), так и эквивалентные варианты.

3. *Получение количественных оценок векторных компонент.*

Применяя различные методы, получаем оценки векторных компонент, которые зависят от специфики методов. Назовем такие числа *псевдозначениями* (рангами) векторных компонент. Во всех случаях неэффективные варианты не исключаем из рассмотрения.

4. *Ранжирование систем по совокупности многовекторных компонент.*

Введение рангов либо количественных оценок векторных компонент позволяет применить один из методов многокритериального ранжирования. Число обращений к методу будет равно числу многовекторных компонент. В результате решения задачи получаем расположение вариантов по совокупности многовекторных компонент, что позволяет построить соответствующие частные кортежи Парето.

5. *Построение кортежа Парето.*

Введение рангов либо количественных оценок многовекторных компонент позволяет применить один из методов многокритериального ранжирования. В итоге и будет построен искомый кортеж Парето.

Особенности применения некоторых методов для решения задачи гипервекторного ранжирования

Метод «жесткого» ранжирования

Без потери общности изложение будем проводить для систем S_α, $\alpha=\overline{1,n}$, свойства которых задают с помощью критериев $K_j(S_\alpha)$, $j=\overline{1,r}$.

В ходе решения задачи будем анализировать множество упорядоченных пар систем S_k, $S_l(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k\neq l)$, а результат анализа заносить в специальную оценочную матрицу $\|C_{kl}\|$. Сущность метода заключается в следующем [21].

1. На основе попарного сравнения систем S_k, S_l $(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k\neq l)$ определяем элементы C_{kl} оценочной матрицы $\|C_{kl}\|$. Значения элементов C_{kl} подбирают таким образом, чтобы отсечь неэффективные системы.

У эквивалентных систем S_k, S_l все соответствующие критерии равны. Полагаем $C_{kl}=1$, $C_{lk}=1$.

К числу неэффективных систем отнесем варианты, у которых:

а) все значения критериев k-й системы хуже, чем l-й системы, тогда полагаем $C_{kl}=N_2>>1$;

б) значения m $(m<r)$ критериев k-й системы хуже соответствующих значений критериев l-й системы при равных соответствующих значениях остальных критериев этих систем; тогда полагаем $C_{kl}=N_3$, $1<<N_3<N_2$.

Если же для систем k, l имеем лучшие, худшие и, возможно, равные критерии, то значение C_{kl} определим по методу, изложенному в работах [16, 17].

Обозначим N_{kl}^{+}, N_{kl}^{-}, $N_{kl}^{=}$ — соответственно подмножества номеров лучших, худших и равных критериев для каждой пары вариантов систем S_k, S_l $(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n},\ k\neq l)$. Будем осуществлять попарное сравнение систем S_k, S_l на основе анализа критериев $K_j(S_k)$, $K_j(S_l)$, $j=\overline{1,r}$. Для возможных значений подмножеств номеров N_{kl}^{+}, N_{kl}^{-}, $N_{kl}^{=}$ введем следующие значения элементов оценочной матрицы $\|C_{kl}\|$:

если

$$N_{kl}^{+}=\varnothing,\ N_{kl}^{-}=\varnothing,\ N_{kl}^{=}=\{\overline{1,r}\},\ \text{то}\ C_{kl}=1,\ C_{lk}=1; \quad (2)$$

если

$$N_{kl}^{+}=\{\overline{1,r}\},\ N_{kl}^{-}=\varnothing,\ N_{kl}^{=}=\varnothing,\ \text{то}\ C_{kl}=N_2,\ C_{lk}=0; \quad (3)$$

если

$$N_{kl}^{+}=\varnothing,\ N_{kl}^{-}=\{\overline{1,r}\},\ N_{kl}^{=}=\varnothing,\ \text{то}\ C_{kl}=0,\ C_{lk}=N_2; \quad (4)$$

если

$$N_{kl}^{+}\neq\varnothing,\ N_{kl}^{-}=\varnothing,\ N_{kl}^{=}\neq\varnothing,\ \text{то}\ C_{kl}=N_3,\ C_{lk}=0; \quad (5)$$

если

$$N_{kl}^{+}=\varnothing,\ N_{kl}^{-}\neq\varnothing,\ N_{kl}^{=}\neq\varnothing,\ \text{то}\ C_{kl}=0,\ C_{lk}=N_3; \quad (6)$$

если

$$N_{kl}^{+}\neq\varnothing,\ N_{kl}^{-}\neq\varnothing,\ \left|N_{kl}^{=}\right|\geq 0, \quad (7)$$

то определим C_{kl} в виде [16, 17]

$$C_{kl}=\sum_{j\in N_{kl}^{+}} a_j\left(\sum_{j\in N_{kl}^{-}} a_j\right)^{-1},\ C_{lk}=C_{kl}^{-1}. \quad (8)$$

2. Для формулировки решающих правил введем характерные числа: H_l — количество элементов в l-м столбце оценочной матрицы, значения которых больше единицы; M_l — количество элементов в l-м столбце той же матрицы, значения которых меньше единицы; $C_{kl\,\max}$ — максимальное значение элемента в l-м столбце матрицы $\|C_{kl}\|$.

3. Для реализации «жесткого» ранжирования перейдем от одношагового процесса поиска приоритетного расположения систем к многошаговому процессу [3].

Решающие правила «жесткого» ранжирования

3.1. Ранжирование необходимо проводить среди эффективных систем по шагам. Число шагов $t\leq(n-1)$.

3.2. На каждом шаге t $(t=1, 2, ..., n-1)$ нужно:

найти числа $H_l^{(t)}$, $M_l^{(t)}$, $C_{kl\,\max}^{(t)}$ и определить лучшую систему S_j с минимальным значением $H_j^{(t)}$ и $C_{lj}\geq 1\,\forall l\in\{\overline{1,n}\}$, $l\neq j$;

номер j занести в множество P;

исключить из оценочной матрицы j-ю строку и j-й столбец.

Если системы с номерами $l_j\in L_{k(t)}=\{l_1, l_2, \ldots, l_j, \ldots, l_{k(t)}\}$ имеют одинаковые минимальные значения $H_{lj}^{(t)}$, то лучшей является система S_{lj} с максимальным значением $M_{l_j}^{(t)}=\max\limits_{l_j\in L_{k(t)}} M_{l_j}^{(t)}$.

3.3. Если системы с номерами $l_j\in L_{k(t)}=\{l_1, l_2, \ldots, l_j, \ldots, l_{k(t)}\}$ имеют соответственно одинаковые значения $H_{lj}^{(t)}$, $M_{lj}^{(t)}$, то лучшей является система S_{lj} с минимальным значением $C_{l_j}^{(t)}=\min\limits_{l_j\in L_{k(t)}} C_{kl_j\,\max}^{(t)}$.

3.4. Если лучшие системы имеют соответственно равные значения $H_l^{(t)}$, $M_l^{(t)}$, $C_{kl\,\max}^{(t)}$, то такие системы считают эквивалентными.

Подробно метод изложен в работе [21].

Докажем две теоремы, имеющие важное прикладное значение.

Теорема 1. Если в l-м $(l\in\{\overline{1,n}\})$ столбце оценочной матрицы максимальный элемент равен значению N_3 или значению N_2, то l-й вариант системы не принадлежит множеству эффективных решений [19].

Доказательство: Из условия теоремы следует, что хотя бы для одного из вариантов $k(k\in\{\overline{1,n}\},\ k\neq l)$ выполняется одно из условий (3), (5). Таким образом, вариант l доминируется вариантом k. Значит, согласно определению множества Парето, l-й вариант не может принадлежать множеству эффективных решений. *Теорема доказана.*

Теорема 2. Множество неэффективных систем не зависит от значений коэффициентов важности критериев.

Доказательство: Из теоремы 1 следует, что если l-й вариант принадлежит множеству неэффективных решений, то $C_{kl\,\max} = N_3$ или $C_{kl\,\max} = N_2$. В этом случае хотя бы один из элементов C_{kl} оценочной матрицы принимает одно из значений:

N_3, когда вариант системы k имеет по сравнению с вариантом системы l только лучшие и равные значения критериев [условие (5)];

N_2, когда вариант системы k имеет по сравнению с вариантом системы l только лучшие значения критериев [условие (3)].

Значения N_3, N_2 введены автономно и не зависят от коэффициентов важности критериев. *Теорема доказана.*

Метод равномерной оптимальности (линейная свертка)

Линейная свертка широко применяется на практике. Более того, когда выполняются условия теоремы С. Карлина, можно получить эффективные решения. Заметим, что для рассматриваемого метода не выполняется аксиома независимости. Основным недостатком является возможность компенсировать худшие значения некоторых критериев другими, лучшими критериями [7].

В соответствии с методом равномерной оптимальности вместо r частных критериев $K_j(S_\alpha)$, $j=\overline{1,r}$, $S_\alpha \in S_D$ предлагается рассматривать один критерий вида

$$F(S_\alpha)=\sum_{j=1}^{r} a_j K_j(S_\alpha),\ S_\alpha \in S_D,$$

где a_j — коэффициенты важности критериев, причем $\sum\limits_{j=1}^{r} a_j = 1.$

В качестве оптимальной системы выбирают такую систему $S_\alpha^* \in S_D$, для которой выполняется условие $F(S_\alpha^*)=\min\limits_{S_\alpha \in S_D} F(S_\alpha)$.

Метод справедливого компромисса

Метод справедливого компромисса является одним из старейших [2, 7], нашел широкое применение при решении прикладных задач. Однако он, как и многие другие методы, может быть обоснованно применен только к конкретному типу задач.

В соответствии с этим методом формируется обобщенный критерий (свертка) следующего вида:

$$L(S_\alpha)=\prod_{j=1}^{r}(K_j(S_\alpha))^{a_j},\ S_\alpha \in S_D.$$

В качестве оптимальной выбирают такую систему $S_\alpha^* \in S_D$, для которой выполняется условие $L(S_\alpha^*)=\min\limits_{S_\alpha \in S_D} L(S_\alpha)$.

Рассмотрим особенности применения методов равномерной оптимальности, справедливого компромисса при решении задач гипервекторного ранжирования.

Методика решения задачи гипервекторного ранжирования с использованием метода равномерной оптимальности (справедливого компромисса)

1. Провести анализ исходной информации, формирование критериев оценок систем. Определить коэффициенты важности критериев или группы коэффициентов важности.
2. Вычислить оценки векторных компонент. Ранжировать системы с использованием метода равномерной оптимальности (справедливого компромисса) по множеству скалярных критериев каждой векторной компоненты.
3. Построить частные кортежи Парето по векторным компонентам.
4. Ранжировать системы с использованием метода равномерной оптимальности (справедливого компромисса) по множеству векторных компонент.
5. Определить значения оценок многовекторных компонент и построить частные кортежи Парето по многовекторным компонентам.
6. Ранжировать системы с использованием метода равномерной оптимальности (справедливого компромисса) по множеству многовекторных компонент. Построить кортеж Парето.
7. Провести анализ результатов решения.
8. В случае необходимости уточнить исходные данные, изменить коэффициенты важности критериев. Перейти к шагу 2. В противоположном случае перейти к шагу 9.
9. Конец решения.

Критерий и методика построения истинных кортежей Парето

К сожалению, применение методов равномерной оптимальности и справедливого компромисса может привести к получению неэффективных решений. В соответствии с теоремой С. Карлина применение линейной свертки справедливо, когда множество векторных оценок строго выпукло, ограничено и замкнуто [7–9], т. е. для очень узкого класса задач. На этот факт еще раз обратил внимание исследователей, применяющих для решения многокритериальных задач такую свертку, В. Д. Ногин [13]. В целях устранения этих проблем предлагается применять специальный критерий и методику. Для их формулировки введем необходимые определения.

Определение 4. Опорный кортеж Парето P — упорядоченное множество только эффективных вариантов, построенное в ходе решения задач многокритериального, многовекторного или гипервекторного ранжирования с использованием метода «жесткого» ранжирования.

Определение 5. Псевдокортеж Парето $P_{\text{п}q}$ — упорядоченное множество эффективных и неэффективных вариантов, построенное в ходе решения задач многокритериального, многовекторного или гипервекторного ранжирования с использованием метода, отличного от метода «жесткого» ранжирования, $q=\overline{1,Q}$.

В частном случае в псевдокортеж Парето входят только эффективные варианты.

Определение 6. Истинный кортеж Парето $P_{\text{и}q}$ — упорядоченное множество эффективных вариантов, построенное на основе псевдокортежа Парето, у которого исключены неэффективные варианты, $q=\overline{1,Q}$.

Допустим, что с использованием метода «жесткого» ранжирования, а также других интересующих нас методов из заданного множества построены соответственно опорный кортеж Парето P и q псевдокортежей $P_{\text{п}q}$, $q=\overline{1,Q}$. Справедлив следующий критерий построения истинных кортежей Парето $P_{\text{и}q}$, $q=\overline{1,Q}$.

Критерий. Для построения истинных кортежей Парето необходимо и достаточно из соответствующих псевдокортежей Парето выбрать, не нарушая порядок следования, лишь варианты, номера которых указаны в опорном кортеже Парето. Иначе:

$$P_{\text{и}q}=(P_{\text{п}q}\cap P,\ q=\overline{1,Q}). \tag{9}$$

Доказательство: Необходимость. В соответствии с теоремой 1 в опорный кортеж Парето входят только эффективные варианты. Следовательно, выбор указанного кортежа является оправданным и необходимым условием решения задачи.

Достаточность. После выполнения операции (9) в истинные кортежи Парето войдут лишь эффективные варианты, которые включены в опорный кортеж Парето, и никакие другие. Отличие, в общем случае, будет заключаться лишь в порядке следования эффективных вариантов, который зависит от конкретного решающего правила.

Для корректного решения задачи предлагается следующая *методика построения истинных кортежей Парето*.

1. Решить задачу гипервекторного ранжирования с использованием метода «жесткого» ранжирования и иных методов, в частности, методов равномерной оптимальности и справедливого компромисса. В результате:

а) по методу «жесткого» ранжирования будет построен опорный кортеж Парето и определено подмножество неэффективных систем;

б) по иным методам будут построены псевдокортежи Парето.

2. С учетом информации об эффективных системах, которые имеются в кортеже P, исключить из псевдокортежа Парето $P_{\text{п}1}$ неэффективные системы. В итоге получим истинные кортежи, в которых расположены только эффективные системы в порядке, определяемом методами равномерной оптимальности и справедливого компромисса.

Численный пример

Допустим, необходимо построить упорядоченное множество эффективных моделей разработки программного обеспечения (кортеж Парето) для проекта, предполагающего автоматизировать процесс некоторой гипотетической системы управления коммуникациями в организации [24]. Значения критериев для десяти возможных моделей разработки программного обеспечения приведены в таблице.

■ *Значения критериев, характерные для моделей разработки программного обеспечения*

Критерий	Модели разработки ПО									
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
Характеристики требований к проекту (K_1)										
K_{11}	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2
K_{12}	1	1	2	1	3	1	2	1	1	2
K_{13}	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
K_{14}	1	1	2	1	2	2	1	1	1	2
Характеристики команды разработчиков (K_2)										
K_{21}	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2
K_{22}	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1
K_{23}	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2
K_{24}	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2
Характеристики пользователей и заказчика (K_3)										
K_{31}	1–2	1–2	1–2	2–3	3–4	3–4	2–3	1–2	2–3	2–4
K_{32}	1	1	1	1	2	2	2	1	1	3
Характеристики типов проектов и рисков (K_4)										
K_{41}	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2
K_{42}	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1
K_{43}	3	3	3	3	1	2	3	3	3	2
K_{44}	1–2	1–2	1–3	1–2	1–2	1–2	1–2	1–2	1–2	2–3
K_{45}	1–3	2–3	2–3	2–3	2–3	1–2	2–3	2–3	1–2	1–2
K_{46}	1–3	3–4	3–4	2–3	1–2	1–2	3–4	2–3	3–4	1–4
Характеристики процесса разработки (K_5)										
K_{51}	1	1	1	3	2	1	1	1	3	2
K_{52}	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1
K_{53}	2	2	2	3	3	3	2	2	3	1
K_{54}	1	1	1	1	2	2	2	1	1	2

Задачу гипервекторного ранжирования будем решать с использованием трех методов: «жесткого» ранжирования, справедливого компромисса, равномерной оптимальности. В ходе решения придерживаемся общих принципов решения задачи гипервекторного ранжирования с учетом особенностей применяемых методов.

По результатам решения можно сделать следующие выводы.

1. При использовании метода «жесткого» ранжирования опорный кортеж Парето $P = \langle S_7, S_5, S_3, S_{10}, S_2 \rangle$. Модели S_1, S_4, S_6, S_8, S_9 оказались неэффективными.

2. При применении метода равномерной оптимальности псевдокортеж Парето $P_{\text{п}1} = \langle S_{10}, S_5, S_9, S_3, S_4, S_7, S_2, S_1, S_8, S_6 \rangle$.

3. При применении метода справедливого компромисса псевдокортеж Парето $P_{\text{п}2} = \langle S_7, S_5, S_2, S_1, S_9, S_{10}, S_4, S_3, S_6, S_8 \rangle$.

Нетрудно видеть, что если для решения задачи применять методы равномерной оптимальности и справедливого компромисса, то в псевдокортеж Парето могут попасть и заведомо неэффективные системы. Более того, эффективные системы могут располагаться после неэффективных (например, неэффективные системы S_9, S_4 — соответственно на третьем и пятом местах перед эффективными системами S_3, S_7 в псевдокортеже $P_{\text{п}1}$; неэффективные системы S_1, S_9 — соответственно на четвертом и пятом местах перед эффективной системой S_{10} в псевдокортеже $P_{\text{п}2}$).

4. Применяя предлагаемые критерий и методику, получим истинные кортежи Парето $P_{\text{и}1} = \langle S_{10}, S_5, S_3, S_7, S_2 \rangle$, $P_{\text{и}2} = \langle S_7, S_5, S_2, S_{10}, S_3 \rangle$, в которые входят только эффективные системы.

Предлагаемый подход позволяет строить кортежи Парето при использовании любых решающих правил без опасения получить «неверные» решения. Здесь под «неверными» понимаем решения, в которых содержатся как эффективные, так и неэффективные варианты.

Заключение

Рассмотрены общие принципы решения задач гипервекторного ранжирования. Раскрыты особенности решения задач при использовании:

— метода «жесткого» ранжирования;

— методов равномерной оптимальности и справедливого компромисса.

Решения, получаемые с использованием методов равномерной оптимальности и справедливого компромисса, как и многих других методов, могут быть и не оптимальными по Парето. Численный пример еще раз подтвердил справедливость указанных выводов.

На наш взгляд, для класса задач, которые могут быть решены с помощью методов равномерной оптимальности и справедливого компромисса, целесообразно применять метод «жесткого» ранжирования в целях сравнительной оценки, сопоставления результатов и отсеивания неэффективных решений. С помощью метода «жесткого» ранжирования можно обоснованно строить множество неэффективных и множество эффективных решений.

Сформулированный критерий построения эффективных вариантов и соответствующая методика позволяют получать корректные решения задач многокритериального, многовекторного и гипервекторного ранжирования.

Литература

1. **Анохин А. М.** и др. Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. 1997. № 8. С. 3–35.
2. **Батищев Д. И.** Методы оптимального проектирования: учеб. пособие для вузов. — М.: Радио и связь, 1984. — 248 с.
3. **Белкин А. Р., Левин М. Ш.** Принятие решений: комбинаторные модели аппроксимации информации. — М.: Наука, 1990. — 160 с.
4. **Гермейер Ю. Б.** Введение в теорию исследования операций. — М.: Наука, 1971. — 383 с.
5. **Гуткин Л. С.** Оптимизация радиоэлектронных устройств. — М.: Сов. радио, 1975. — 368 с.
6. **Денисов А. А., Колесников Д. Н.** Теория больших систем управления: учеб. пособие для вузов. — Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. — 288 с.
7. **Дубов Ю. А., Травкин С. И., Якимец В. Н.** Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. — М.: Наука, 1986. — 296 с.
8. **Захаров И. Г.** Обоснование выбора. Теория практики. — СПб.: Судостроение, 2006. — 528 с.
9. **Карлин С.** Математические методы в теории игр, программировании и экономике. — М.: Сов. радио, 1964. — 838 с.
10. **Ларичев О. И.** Наука и искусство принятия решений. — М.: Наука, 1979. — 200 с.
11. **Михалевич В. С., Волкович В. Л.** Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. — М.: Наука, 1982. — 286 с.
12. **Моисеев Н. Н.** Математические задачи системного анализа. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. — 488 с.

13. **Ногин В. Д.** Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44. № 7. С. 1259–1268.
14. **Перегудов Ф. И., Тарасенко Ф. П.** Введение в системный анализ: учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. шк., 1989. — 367 с.
15. **Подиновский В. В., Гаврилов В. М.** Оптимизация по последовательно применяемым критериям. — М.: Сов. радио, 1975. — 192 с.
16. **Руа Б.** К вопросу принятия многокритериального решения // Перевод № А-10849. — М.: Всесоюзный центр переводов научно-технической литературы и документации, 1977. — 10 с.
17. **Руа Б.** Проблемы и методы решений в задачах с многими целевыми функциями // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. — М.: Мир, 1976. — С. 20–58.
18. **Саати Т. Л.** Принятие решений. Метод анализа иерархий: пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1993. — 320 с.
19. **Сафронов В. В.** Проблемы проектирования сложных технических систем и некоторые пути их решения // Докл. Академии военных наук. 1999. № 1. С. 84–95.
20. **Сафронов В. В.** Гипервекторное ранжирование сложных систем // Информационные технологии. 2003. № 5. С. 23–26.
21. **Сафронов В. В.** Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования: монография. — Саратов: Научная книга, 2009. — 329 с.
22. **Сафронов В. В.** и др. Решение задач совершенствования системы образования с использованием методов ранжирования // Информационные технологии. 2008. № 11. С. 52–57.
23. **Сафронов В. В., Жебраков А. С.** Использование математического аппарата гипервекторного ранжирования для выбора энергосиловых установок летательных аппаратов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королева. 2009. № 3(19). Ч. 1. С. 74–82.
24. **Сафронов В. В., Федорец О. Н.** Метод построения эффективных моделей разработки программного обеспечения // Информационные технологии. 2010. № 1. С. 34–39.
25. **Сафронов В. В.** Применение метода идеальной точки в пространстве критериев для решения задачи гипервекторного ранжирования // Надежность и качество: Тр. Междунар. симп.; в 2 т. / Под ред. Н. К. Юркова. Пенза: Изд-во Пенз. ГУ, 2010. Т. 1. С. 12.
26. **Семенов С. С., Харчев В. Н., Иоффин А. И.** Оценка технического уровня образцов вооружения и военной техники. — М.: Радио и связь, 2004. — 552 с.
27. **Трахтенгерц Э. А.** Компьютерная поддержка принятия согласованных решений // Приложение к журналу «Информационные технологии». 2002. № 3. — 24 с.