УДК 681.518.+519.724

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДИСКРЕТНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ
Часть 2: Сравнительные анализ и численные данные

Э. П. Тихонов,
доктор техн. наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

Приведены результаты определения оптимального интервала дискретизации для вероятностных адаптивных алгоритмов при различных восстанавливающих функциях. Выполнен сравнительный анализ предложенных адаптивных алгоритмов и известного метода дискретизации по Котельникову. Основные соотношения между интервалами дискретизации, полученные для различных методов дискретизации на моделях реальных сигналов, доведены до количественных результатов.

Ключевые слова *— оптимальный интервал, функция восстановления, адаптивный алгоритм, сравнительный анализ.*

Оценка оптимального интервала дискретизации

Прежде всего, отметим, что в подавляющем числе статей, связанных с временной дискретизацией, результаты анализа носят весьма общий характер и не доведены до численных оценок. В то время как численные оценки позволяют получить необходимые для инженерных расчетов количественные представления от применения того или иного метода дискретизации с учетом реальных условий и выбрать необходимый алгоритм дискретизации на основе комплекса требований, предъявляемых к проектируемой информационно-управляющей системе.

Для оценки оптимального интервала дискретизации при вероятностном методе адаптивной дискретизации в зависимости от степени m интерполирующего полинома выразим полином $\Psi_m(t)$ при оценке погрешности восстановления сигнала в форме Ньютона [1, 2]

$$\left|\Psi_m(\alpha)\right| = (\tau_{0m})^{m+1}\left|[(\alpha)(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-m)]\right| = (\tau_{0m})^{m+1}\Psi_m^*(\alpha),$$

где $\alpha = t/\tau_{0m}$; τ_{0m} — интервал дискретизации при восстановлении сигнала в форме Ньютона полиномом степени m; $m = 0, 1, \ldots$.

С учетом этого представления получим для оценки погрешности восстановления полиномом m-й степени выражение

$$\delta(y(t), \varphi_m(t,\tau_{0m})) = \left|y(t)-P_m(t)\right| = \frac{\left|y^{(m+1)}(\eta)\right|}{(m+1)!}(\tau_{0m})^{m+1}\left|\psi_m^*(\alpha)\right|.$$

Максимум данной погрешности при фиксированном интервале τ_{0m} находим из условия

$$\delta_{\max}\left(y(t),\ \varphi_m\left(t,\tau_{0m}\right)\right) = \max_{\alpha}\left\{\frac{\left|y^{(m+1)}(\eta)\right|}{(m+1)!}\tau_{0m}^{m+1}\left|\psi(\alpha)\right|\right\}$$

или

$$\delta_{\max}\left(y(t),\ \varphi_m\left(t,\tau_{0m}\right)\right) = \frac{\max\left|y^{(m+1)}(\eta)\right|}{(m+1)!}\max_{\alpha}\left|\Psi_m^*(\alpha)\right|\tau_{0m}^{m+1}.$$

Оценим средний квадрат погрешности интерполяции, который является характеристикой погрешности восстановления исходного сигнала, в соответствии с равенством

$$M\left\{\delta_{\max}^2\left(y(t),\varphi_m\left(t,\tau_{0m}\right)\right)\right\} = M\left\{\max_{\alpha}\left[\frac{\left|y^{(m+1)}(\eta)\right|}{(m+1)!}\left(\tau_{0m}\right)^{m+1}\left|\psi_m^*(\alpha)\right|\right]^2\right\}$$

или

$$M\left\{\delta_{\max}^2\left(y(t),\ \varphi_m\left(t,\tau_{0m}\right)\right)\right\}=$$
$$=\frac{\left(\tau_{0m}\right)^{2(n+1)}}{\left[(m+1)!\right]^2}k_{0m}^2\left(-1\right)^{m+1}R_y^{\left[2(m+1)\right]}(0),\qquad(1)$$

где $k_{0m}^2=\max\limits_{\alpha}\{\psi_m^*(\alpha)\}^2$; $R_y^{[2(m+1)]}(0)$ — производные от автокорреляционной функции сигнала m-го порядка в нуле.

Параметр k_{0m} для $m = 0, 1, 2, \ldots$ можно вычислить априорно. Например, для $m = 0, 1, 2, 3$ параметр k_{0m} соответствует значениям 1; 0,5; 0,42; 0,385.

Формула (1) для определения характеристики погрешности восстановления, по существу, определяет средний квадрат погрешности восстановления исходного сигнала в точке, где достигается максимальное отклонение сигнала от интерполирующего полинома. В дальнейшем рассмотренную характеристику погрешности восстановления независимо от ее вида будем называть просто погрешностью восстановления. Для классического метода интерполяции в качестве функции меры, характеризующей степень приближения исходного сигнала интерполирующим полиномом, использовалась равномерная мера приближения. В этом случае алгоритм [1]

$$\tau[(k+1)\Delta t]=\tau(k\Delta t)-$$
$$-\Delta(k)\mu\{\theta[\delta(y(t),\varphi_m(t,\tau(k\Delta t)))],\delta_0\}$$

преобразуется к виду

$$\tau(n+1)=\tau(n)-$$
$$-\alpha_n\left\{\mu\{\max_{\tau}\left|(y(t)-\varphi_m[t,\tau(n)])\right|,\delta_0\}\right\},$$

где α_n — «фокусирующая» последовательность (в данном случае целесообразно $\alpha_n = \alpha = \mathrm{const}$).

При использовании квадратичной и равномерной функции потерь возможны четыре варианта алгоритмов в зависимости от сочетания преобразований $\mu\{\ldots\}$ и $\theta[\ldots]$:

1) для $\mu[\eta] = \eta^2$ и $\theta[\eta] = |\eta|$: $\tau[(n + 1)] = \tau(n) - \Delta_0\{|\delta[y(t^*), \tau(n)]| - \delta_0\}$;

2) для $\mu[\eta] = \mathrm{sign}\eta$ и $\theta[\eta] = |\eta|$: $\tau[(n + 1)] = \tau(n) - \Delta_0\mathrm{sign}\{|\delta[y(t^*), \tau(n)]| - \delta_0\}$;

3) для $\mu[\eta] = \eta$ и $\theta[\eta] = \eta^2$: $\tau[(n + 1)] = \tau(n) - \Delta_0\{\{|\delta[y(t^*), \tau(n)]|\}^2 - {\delta_0}^2\}$;

4) для $\mu[\eta] = \mathrm{sign}\eta$ и $\theta[\eta] = [\eta]^2$: $\tau[(n + 1)] = \tau(n) - \Delta_0\mathrm{sign}\{\{|\delta[y(t^*), \tau(n)]|\}^2 - {\delta_0}^2\}$,

где t^* — значение аргумента, при котором погрешность

$$\delta(t^*,\tau(n))=\delta_{\max}(y(t),\varphi_m[t,\tau(n)])$$

достигает максимума.

При заданной погрешности восстановления и квадратичной мере приближения оптимальный интервал дискретизации находится из уравнения

$$M_y\{[\delta_{\max}(y(t),\ \varphi_m(t,\tau_{0m}))]^2\}=\delta_0^2$$

или после усреднения

$$\frac{\left(\tau_{0m}\right)^{2(m+1)}}{\left[(m+1)!\right]^2}k_{0m}^2\left(-1\right)^{m+1}R_y^{\left[2(m+1)\right]}(0)=\delta_0^2.$$

С учетом того, что $\varepsilon_0 = \delta_0 / R(0)$, а $r^{[2(m+1)]}(0) = R^{[2(m+1)]}(0) / R(0)$, получаем для оценки искомого интервала дискретизации

$$\tau_{0m}=\sqrt[m+1]{\frac{\varepsilon_0(m+1)!}{k_{0m}\sqrt{\left(-1\right)^{m+1}r^{\left[2(m+1)\right]}(0)}}}.$$

Интерполирующий многочлен в форме Ньютона [2] имеет вид

$$P_m(t)=y(0)+\sum_{k=0}^{m}\frac{\Delta^m y(0)}{k!}\prod_{i=1}^{k}\left[\alpha-(i-1)\right],$$

где

$$\Delta y(0) = y(\tau_{00}) - y(0);$$
$$\Delta^2 y(0) = y(2\tau_{01}) - 2y(\tau_{01}) + y(0);$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$
$$\Delta^m y(0)=\sum_{i=0}^{m}\left(-1\right)^{m-i}C_m^i y(i\tau_{0m});$$

$\Delta^m y(0)$ — конечные разности сигнала порядка n; $C_{m+1}^i=\dfrac{(m)!}{i!(m-i)!}$; τ_{0m} — установившееся (искомое) значение интервала дискретизации для полинома интерполяции m-й степени; $r^{[2(m+1)]}(0)$ — производная порядка $2(m + 1)$ для нормированной автокорреляционной функции (НАКФ) сигнала в нуле.

Погрешность интерполяции многочленом в форме Ньютона m-го порядка можно выразить через конечную разность $(m+1)$-го порядка.

Из общей формулы (1) для квадратичной меры приближения оценки установившихся интервалов дискретизации в явном виде для полиномов нулевой, первой, второй и третьей степени находятся по приближенным формулам:

$$\tau_{00}\approx\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\left|r^{(2)}(0)\right|}};\ \ \tau_{01}\approx\sqrt[4]{\frac{64\varepsilon_0^2}{\left|r^{(4)}(0)\right|}};$$

$$\tau_{02} \approx \sqrt[6]{\frac{243\varepsilon_0^2}{\left|r^{(6)}(0)\right|}}; \quad \tau_{03} \approx \sqrt[8]{\frac{576\varepsilon_0^2}{\left|r^{(8)}(0)\right|}}, \qquad (2)$$

где $\left|r^{[2(m+1)]}(0)\right|$ — абсолютное значение производной порядка $2(m+1)$ для НАКФ сигнала в нуле.

Приближение в формулах (2) тем точнее, чем меньше относительная погрешность ε_0, оно не превышает единиц процентов в пределах допустимой динамики входного сигнала для величины погрешности ε_0, принимающей значение в пределах одного процента.

Сравнительный анализ

Таким образом, установившийся оптимальный интервал дискретизации для степени полинома m зависит при соответствующих значениях параметра k_{0m} и ε_0 от производных НАКФ сигнала в нуле. Поэтому представляет интерес коэффициент прироста интервала с ростом степени полинома в виде

$$K(m)=\frac{\tau_{0m+1}}{\tau_{0m}}=\frac{\sqrt[m+2]{(m+2)}}{\sqrt[(m+2)(m+1)]{\varepsilon_0(m+1)!}}\frac{\sqrt[m+1]{k_{0m}}}{\sqrt[m+2]{k_{0m+1}}}\chi(m),$$

где

$$\chi(m)=\frac{\sqrt[2(m+1)]{\left|r^{[2(m+1)]}(0)\right|}}{\sqrt[2(m+2)]{\left|r^{[2(m+2)]}(0)\right|}},$$

а $\left|k_{0m}\right| = \{1;\ 0{,}25;\ 0{,}385;\ 1;\ 3{,}63;\ 16{,}9\}$ для $m = 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5$.

Пусть входной сигнал является гармоническим и имеет НАКФ, соответствующую косинусной функции, тогда $\chi(m) = \chi_г(m) = 1$ для всех m.

Рассмотрим также коэффициент прироста интервала относительно интервала, полученного для полинома нулевой степени и определяемого в соответствии с равенством

$$K_0(m)=\frac{\tau_{0m}}{\tau_{00}}=\frac{\sqrt[m+1]{(m+1)!}}{\sqrt[m+1]{\varepsilon_0^m}}\frac{\chi_0(m)}{\sqrt[m+1]{k_{0m}}},$$

где

$$\chi_0(m)=\frac{\sqrt{\left|r^{(2)}(0)\right|}}{\sqrt[2(m+1)]{\left|r^{[2(m+1)]}(0)\right|}},\ m=1,\ 2,\ \ldots .$$

Для гармонического сигнала получаем коэффициент прироста интервала с ростом m относительно интервала при восстановлении полиномом нулевой степени в виде

$$K_{0г}(m)=\sqrt[m+1]{\frac{(m+1)!}{\varepsilon_0^m k_{0m}}},$$

который можно вычислить априорно. Результаты вычисления коэффициента $K_{0г}(m)$ и темпы его приращения в зависимости от изменения степени полинома m и относительной погрешности восстановления ε_0 приведены в табл. 1–3. Темп прироста интервала дискретизации в зависимости от роста степени интерполирующего полинома в табл. 3 определяется в соответствии с формулой

$$\lambda(m)=\frac{\chi_{0г}(m+1)-\chi_{0г}(m)}{\chi_{0г}(m+1)}.$$

Из табл. 1–3 следует, что темп прироста интервала дискретизации с ростом степени интерполирующего полинома для гармонического сигнала существенно замедляется, тогда как сложность восстановления сигнала при этом значительно возрастает.

В табл. 4 указаны значения коэффициента $K_0(m)$ прироста интервала дискретизации с ростом степени интерполирующего полинома при восстановлении сигналов с различными НАКФ [3, 4] относительно интервала, полученного для полинома нулевой степени. Сигналы с указанными в таблице НАКФ формируются фильтрами низкой частоты (ФНЧ) до 4-го порядка включительно из белого шума.

■ ***Таблица 1***

Переменная m	Функция $K_{0г}(m)$	Переменная m	Функция $K_{0г}(m)$
0	1	3	$\frac{2{,}213}{\sqrt[4]{\varepsilon_0^3}}$
1	$\frac{2{,}83}{\sqrt{\varepsilon_0}}$	4	$\frac{2{,}01}{\sqrt[5]{\varepsilon_0^4}}$
2	$\frac{2{,}498}{\sqrt[3]{\varepsilon_0^2}}$	5	$\frac{1{,}87}{\sqrt[6]{\varepsilon_0^5}}$

■ ***Таблица 2***

Переменная m	Функция $K_{0г}(m)$ при ε_0		Переменная m	Функция $K_{0г}(m)$ при ε_0	
	0,01	0,05		0,01	0,05
0	1	1	3	69,98	20,93
1	28,3	12,66	4	80,02	22,01
2	53,81	18,41	5	86,78	22,7

■ ***Таблица 3***

Интерполирующий полином m	Относительный прирост $\lambda(m)$ при ε_0		Интерполирующий полином m	Относительный прирост $\lambda(m)$ при ε_0	
	0,01	0,05		0,01	0,05
0	1	1	3	0,23	0,12
1	0,96	0,92	4	0,125	0,05
2	0,47	0,31	5	0,078	0,03

■ ***Таблица 4***

Вид НАКФ $r(\tau)$	Значения $K_0(m) = \tau_{0m} / \tau_{00}$ для $\varepsilon_0 = 0{,}01$			Примечание
	$K_0(1)$	$K_0(2)$	$K_0(3)$	
1. $e^{-\alpha\lvert\tau\rvert}$	28	54	70	ФНЧ 1-го порядка
2. $[1+\alpha\lvert\tau\rvert]e^{-\alpha\lvert\tau\rvert}$	21	41	55	ФНЧ 2-го порядка
3. $\left[1+\alpha\lvert\tau\rvert+\frac{1}{3}(\alpha\tau)^2\right]e^{-\alpha\lvert\tau\rvert}$	16	24	55	ФНЧ 3-го порядка
4. $\left[1+\alpha\lvert\tau\rvert+\frac{2}{5}(\alpha\tau)^2+\frac{1}{15}(\alpha\tau)^3\right]e^{-\alpha\lvert\tau\rvert}$	19	24	40	ФНЧ 4-го порядка
5. $e^{-\alpha\tau^2}$	21	34	39	ФНЧ n-го порядка при $n\to\infty$ или гауссов низкочастотный фильтр
6. $\frac{\sin\left(\Delta\omega\tau/2\right)}{\left(\Delta\omega\tau/2\right)}$	24	43	53	Идеальный фильтр
7. $\cos(\omega\tau)$	28	54	70	Гармонический сигнал

Коэффициент $K_0(m)$ можно представить в виде $K_0(m) = K_{0г}(m)\chi_0(m)$. Следовательно, если известно априорно отношение $\chi_0(m)$, то по результату измерения интервала τ_{00} нетрудно вычислить интервал дискретизации для интерполирующего полинома любой степени в соответствии с равенством

$$\tau_{0m}(m) = \tau_{00}K_{0г}(m)\chi_0(m).$$

По результатам измерения интервалов дискретизации для любых m можно осуществить классификацию сигнала по значениям производных НАКФ в нуле. Увеличение коэффициента $K_0(m)$ с ростом степени интерполирующего полинома особенно заметно для ФНЧ 1-го порядка, когда «высокочастотные хвосты» спектральной функции имеют наибольшую протяженность. Отметим, что с увеличением погрешности восстановления ε_0 коэффициент $K_0(m)$ по этой же причине с ростом степени интерполирующего полинома (см. табл. 2) изменяется существенно меньше.

Для оценки роста интервала дискретизации для широкополосного сигнала по сравнению с гармоническим сигналом сравним частоту гармонического сигнала и эффективную ширину спектра сигнала [3, 4], отличного от гармонического сигнала, при восстановлении сигналов полиномом нулевой степени и при условии выполнения равенства $K_0(1) = 1$. Напомним, что эффективная ширина спектра определяется в соответствии с формулой [4]

$$\Delta\omega_э = G^{-1}(\omega_0)\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega,$$

где $G^{-1}(\omega_0)$ — максимум спектра в точке ω_0; $\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega$ — выражение дисперсии через спектр сигнала.

Для симметричного спектра максимум достигается в точке $\omega_0 = 0$ при соответствующей симметричной АКФ $R(\tau)$. Из обратного преобразования Фурье от АКФ имеем

$$R(\tau)\big|_{\tau=0} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)e^{j\omega\tau}\mathrm{d}\omega\Bigg|_{\tau=0} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\mathrm{d}\omega.$$

Следовательно, для эффективной ширины спектра получаем при $\omega_0 = 0$

$$\Delta\omega_э = G^{-1}(0)2\pi R(0).$$

Учитывая, что для нормированного спектра выполняется равенство

$$g(0) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)\mathrm{d}\tau,$$

в результате получаем $\Delta\omega_э = 2\pi/g(0)$.

Например, для НАКФ, соответствующей п. 2 табл. 4, с учетом того, что искомый спектр представляется в виде

$$g(\omega) = \frac{4\alpha^3}{\left(\alpha^2+\omega^2\right)^2},$$

получаем

$$\Delta\omega_э = 2\pi\Delta f_э = \frac{\pi\alpha}{2}$$

и

$$\sqrt{r''(0)} = \frac{2\Delta\omega_э}{\pi},$$

так как $\sqrt{r''(0)} = \alpha$ и $\alpha = 2\Delta\omega_э / \pi$.

Используя (2), для кусочно-ступенчатого восстановления сигнала с выбранной НАКФ получаем формулу для связи оптимального интервала дискретизации с эффективной шириной спектра в виде

$$\tau_{00} = \frac{\varepsilon_0}{4\Delta f_э}.$$

Полученная формула позволяет выразить оптимальный интервал дискретизации рассматриваемого адаптивного алгоритма с кусочно-ступенчатым восстановлением через интервал дискретизации $\tau_К$, выбираемый по теореме Котельникова в виде $\tau_К = 1/2\Delta f_э$ (см., например, [5]). Связь производных НАКФ в нуле с эффективной шириной спектра дает также возможность сравнить оптимальные интервалы дискретизации для сигналов, имеющих различные по виду НАКФ, с аналогичным интервалом дискретизации гармонического сигнала. Результаты сравнения сигналов с видами НАКФ, приведенными в пп. 2–6 табл. 4, представлены в табл. 5.

Из анализа табл. 5 следует, что при одной и той же погрешности и функции восстановления равенство интервалов дискретизации и, следовательно, частоты дискретизации для сравниваемых сигналов достигается при существенно меньшей частоте следования гармонического сигнала по сравнению с частотой, определяющей эффективную ширину спектра сигнала. Это означает, что если интервал дискретизации выбирается по эффективной ширине спектра в соответствии с теоремой Котельникова для рассмотренных широкополосных сигналов, то этот интервал дискретизации не будет удовлетворять требованиям теоремы Котельникова для гармонического сигнала с частотой следования, равной граничной частоте, определяющей ширину спектра.

Для практического применения теоремы Котельникова рекомендуется выбирать частоту дискретизации, по крайней мере, в 4 раза превышающую частоту среза спектральной функции. Следовательно, для гармонического сигнала частота дискретизации выбирается, как минимум, в 4 раза больше частоты его следования. В этом случае при дискретизации сигналов, отличных от гармонических, но с той же граничной частотой среза спектральной функции, определяющей ее эффективную ширину, увеличение избыточности превышает 10-кратную величину.

Результаты сравнения оптимальных интервалов дискретизации рассматриваемого адаптивного алгоритма с кусочно-ступенчатым и линейным восстановлением и интервалом дискретизации $\tau_К$, выбираемым по теореме Котельникова для различных видов НАКФ, приведены в табл. 6. Из таблицы следует, что с идеальным фильтром при относительной погрешности кусочно-линейного восстановления сигнала на его выходе, равной 0,05, оптимальный интервал дискретизации для рассматриваемого адаптивного алгоритма уступает потенциально достижимому интервалу, выбираемому в соответствии с теоремой Котельникова. Это является естественной платой за полную определенность и простоту используемой функции восстановления, за контроль погрешности восстановления и адаптивное установление интервала дискретизации с последующим слежением за его изменением в зависимости от измене-

■ ***Таблица 5***

Соответствие позициям табл. 4	Соотношения между интервалом $\tau_{0г}$ и частотой $\omega_г$ гармонического сигнала и аналогичными параметрами различных однопараметрических НАКФ			Примечание
	$\sqrt{-r''(0)}$	$\tau_{0г} / \tau_{0r}$	$\omega_г / \Delta\omega_э$ при $\tau_{0г} / \tau_{0r} = 1$	
2	$\frac{2\Delta\omega_э}{\pi}$	$\frac{2\Delta\omega_э}{\pi\omega_г}$	0,637	ФНЧ 2-го порядка
3	$\frac{8\Delta\omega_э}{3\sqrt{3}\pi}$	$\frac{8\Delta\omega_э}{3\sqrt{3}\pi\omega_г}$	0,490	ФНЧ 3-го порядка
4	$\frac{16\Delta\omega_э}{25\pi}$	$\frac{16\Delta\omega_э}{5\sqrt{5}\pi\omega_г}$	0,455	ФНЧ 4-го порядка
5	$\frac{\Delta\omega_э}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\Delta\omega_э}{\sqrt{2\pi}\,\omega_г}$	0,399	ФНЧ n-го порядка при $n \to \infty$
6	$\frac{\Delta\omega_э}{2\sqrt{3}}$	$\frac{\Delta\omega_э}{2\sqrt{3}\,\omega_г}$	0,289	Идеальный фильтр

■ ***Таблица 6***

Соответствие позициям табл. 4	Отношение τ_{00} и τ_{01} к интервалу дискретизации по Котельникову: $\tau_К = 1/(2f_{в.\,гр})$		τ_{01} / τ_{00}	Примечание
	для τ_{00}	для τ_{01}		
2	$0{,}5\ \varepsilon_0$	$1{,}41\sqrt{\varepsilon_0}$	$2{,}82/\sqrt{\varepsilon_0}$	ФНЧ 2-го порядка
3	$0{,}65\ \varepsilon_0$	$1{,}1\sqrt{\varepsilon_0}$	$1{,}69/\sqrt{\varepsilon_0}$	ФНЧ 3-го порядка
4	$0{,}7\ \varepsilon_0$	$1{,}32\ \sqrt{\varepsilon_0}$	$1{,}9/\sqrt{\varepsilon_0}$	ФНЧ 4-го порядка
5	$0{,}8\ \varepsilon_0$	$1{,}71\ \sqrt{\varepsilon_0}$	$2{,}14/\sqrt{\varepsilon_0}$	ФНЧ n-го порядка при $n \to \infty$
6	$1{,}1\ \varepsilon_0$	$2{,}7\sqrt{\varepsilon_0}$	$2{,}45/\sqrt{\varepsilon_0}$	Идеальный фильтр
7	$0{,}32\ \varepsilon_0$	$0{,}9\ \sqrt{\varepsilon_0}$	$2{,}81/\sqrt{\varepsilon_0}$	Гармонический сигнал

ния динамики сигнала в условиях априорной неопределенности.

Заключение

Анализ результатов сравнения различных методов временной дискретизации показывает, что оптимальные интервалы дискретизации, полученные в соответствии с адаптивным алгоритмом, оказываются меньше интервалов дискретизации, выбираемых в соответствии с теоремой Котельникова, и соотношение между указанными интервалами зависит от относительной погрешности восстановления и степени интерполирующего полинома. Однако следует иметь в виду, что теорема Котельникова позволяет определять потенциально достижимый интервал дискретизации при бесконечном числе членов восстанавливающего ряда интерполирующих функций Котельникова и при идеальном финитном спектре сигнала. В то время как адаптивный алгоритм временной дискретизации гарантирует установление инвариантно к виду спектра сигнала, оптимального в установленном смысле интервала дискретизации. Причем оптимальный интервал дискретизации устанавливается адаптивно в процессе функционирования информационно-управляющей системы при заданном виде интерполирующего полинома и погрешности восстановления сигнала в естественных для технических приложений априорных ограничениях на его динамику.

Литература

1. **Тихонов Э. П.** Вероятностные адаптивные алгоритмы дискретного представления аналоговых сигналов. Ч. 1: Исследование свойств // Информационно-управляющие системы. 2011. № 2. С. 8–15.
2. **Гельфонд А. О.** Исчисление конечных разностей: учеб. пособие. Изд. 3-е, перераб. — М.: Наука. Гл. ред. Физматлит, 1967. — 375 с.
3. **Мирский Г. Я.** Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. — М.: Энергоиздат, 1982. — 320 с.
4. **Тихонов В. И., Хименко В. И.** Статистическая радиотехника. — М.: Наука, 1987. — 304 с.
5. **Цифровая** обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях / Под ред. И. Ф. Кравченко. — М.: Физматлит, 2007. — 554 с.