

УДК 681.32

## ЭЛЛИПСО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ

**Г. Н. Ульянов,**

доктор техн. наук, профессор

**Е. А. Лаврентьев,**

канд. техн. наук, доцент

**И. Н. Павлов,**

канд. техн. наук, ведущий инженер

ОАО «НПО «ЛЭМЗ», г. Москва

Предлагается последовательность формирования временных соотношений для получения суммы и разности дальностей от источника ответного сигнала до приемных постов для двух- и трехмерного случаев. Приведены зависимости по оценке точности метода.

**Ключевые слова** — многопозиционные системы, методы построения многопозиционных систем, эллипсо-гиперболический метод.

### Введение

Мультилатерационные (многопозиционные) системы осуществляют позиционирование воздушных и наземных объектов, оборудованных ответчиками системы управления воздушным движением (УВД), на основе определения времени задержки прихода ответных сигналов на наземные приемные посты.

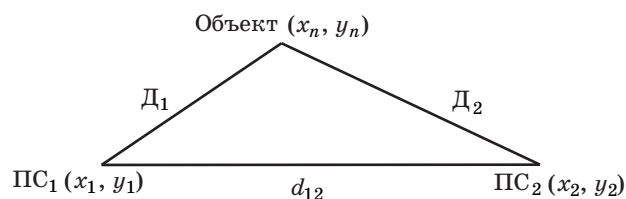
Мультилатерационные системы (МЛС) делятся на широкозонные и аэродромные. Широкозонные МЛС используются в целях наблюдения и контроля воздушных судов на трассах их полета в зоне УВД. Аэродромные системы обеспечивают наблюдение и контроль за воздушными и транспортными средствами в целях автоматизации управления аэродромным движением.

В известных системах используется временно-гиперболический метод, основанный на построении разностно-дальномерной линии (поверхности) положения при измерении разностей времени прихода сигналов на разнесенные приемные станции [1]. В данной статье не затрагиваются технологии обработки времени, а излагается лишь эллипсо-гиперболический метод, который базируется на комплексировании суммарно-дальномерного и разностно-дальномерного способов построения линий (поверхностей) положения. При этом синхронизация шкал времени не требуется.

### Реализация эллипсо-гиперболического метода построения многопозиционных систем

Предлагаемый способ позиционирования объектов аэродромного и воздушного движения направлен на повышение точности определения их координат. Реализация способа требует знания времени задержки ответного сигнала относительно запросного  $\Delta t_{3.0}$ .

Пусть на некоторой базе  $d_{12}$  (рис. 1) развернуты два поста, один из которых представляет приемо-передающую станцию  $ПС_1$ , а второй — приемную станцию  $ПС_2$ . Передатчик 1-го поста излучает электромагнитную энергию (начало сигнала запроса) в нулевой момент времени. По линии связи сигнал запроса передается на 2-й пост, где фиксируется момент его прихода  $t_1^*$ . Запросный сигнал, задержанный в цепях ответчика на  $\Delta t_{3.0}$ , переизлучается в направлении обоих постов. Моменты времени прихода фиксируют на 2-м посту:



■ **Рис. 1.** Иллюстрация эллипсо-гиперболического метода при решении задачи на плоскости

момент  $t_2^*$  — непосредственно от объекта и момент  $t_1$  — по «маршруту» объект — ПС<sub>1</sub> — ПС<sub>2</sub>.

По моментам времени  $t_1^*$  и  $t_2^*$  находится разность  $\Delta\tau^* = t_2^* - t_1^*$ . С учетом времени задержки ответного сигнала относительно запросного имеем

$$\Delta\tau = \Delta\tau^* - \Delta t_{3.0}.$$

Тогда уравнение суммарно-дальномерного метода принимает вид

$$D_1 + D_2 = d_{12} + c\Delta\tau, \quad (1)$$

где  $D_1$  ( $D_2$ ) — расстояние между ПС<sub>1</sub> (ПС<sub>2</sub>) и объектом;  $c$  — скорость распространения электромагнитной энергии.

При составлении уравнения разностно-дальномерного метода необходимо учитывать следующее:

- ноль шкалы времени совпадает с началом ответного сигнала;
- разность времени прихода сигналов на 2-й пост определяется разностью между моментом  $t_1$  прихода сигнала по «маршруту» объект — ПС<sub>1</sub> — ПС<sub>2</sub> и моментом  $t_2^*$ .

С учетом этого

$$D_1 + d_{12} - D_2 = c(t_1 - t_2^*), \quad (2)$$

$$D_1 - D_2 = c\Delta t_{12} - d_{12},$$

где  $\Delta t_{12} = t_1 - t_2^*$ .

Временная диаграмма (рис. 2) иллюстрирует суть предлагаемого метода.

С учетом выражений (1) и (2)

$$D_1 = 0,5c(\Delta\tau + \Delta t_{12});$$

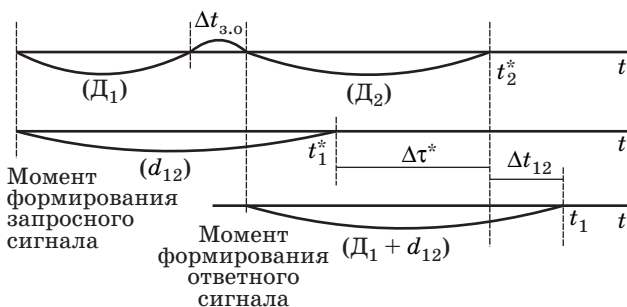
$$D_2 = 0,5c(\Delta\tau + \Delta t_{12}) + d_{12}. \quad (3)$$

Таким образом, по зависимостям (3) определяются дальности  $D_1$  и  $D_2$ .

Для вычисления прямоугольных координат объекта на плоскости необходимо решить систему уравнений вида

$$\begin{aligned} (x_1 - x_n)^2 + (y_1 - y_n)^2 &= D_1^2; \\ (x_2 - x_n)^2 + (y_2 - y_n)^2 &= D_2^2 \end{aligned} \quad (4)$$

относительно  $x_n, y_n$ .



■ Рис. 2. Временная диаграмма эллипсо-гиперболического метода

Аналитическое решение системы (4) при введении обозначений

$$l_i = (x_i^2 + y_i^2)^{1/2}, \quad i = 1, 2; \quad D = (x_n^2 + y_n^2)^{1/2}$$

сводится к виду

$$D_1^2 = l_1^2 + D^2 - 2(x_n x_1 + y_n y_1). \quad (5)$$

Аналогично

$$D_2^2 = l_2^2 + D^2 - 2(x_n x_2 + y_n y_2). \quad (6)$$

При вычитании (6) из (5) получим

$$D_1^2 - D_2^2 = l_1^2 - l_2^2 - 2[x_n(x_1 - x_2) + y_n(y_1 - y_2)].$$

Последнее выражение записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} 0,5(D_2^2 - D_1^2 + l_1^2 - l_2^2) - \\ - x_n(x_1 - x_2) + y_n(y_1 - y_2) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Выражение (7) при введении обозначения  $0,5(D_2^2 - D_1^2 + l_1^2 - l_2^2) = \gamma$  и делении обеих его частей на  $(x_1 - x_2)$  принимает вид

$$x_n = \frac{\gamma}{x_2 - x_1} - y_n \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}.$$

После введения обозначений  $\alpha = \frac{\gamma}{x_2 - x_1}$  и  $\beta = \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}$

$$x_n = \alpha - \beta y_n. \quad (8)$$

Таким образом, первое уравнение системы (4) принимает вид

$$(x_1 - \alpha + \beta y_n) + (y_1 - y_n)^2 = D_1^2;$$

$$\begin{aligned} (1 + \beta^2)y_n^2 - [2(x_1 - \alpha)\beta - 2y_1]y_n + \\ + [(x_1 - \alpha) + y_1^2 - D_1^2] = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Квадратное уравнение (9) решается относительно  $y_n$ , координата  $x_n$  находится по зависимости (8).

Исходными данными для расчета являются координаты приемных станций  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  и рас-

стояние между ними  $d_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ , а также время задержки ответного сигнала относительно запросного  $\Delta t_{3.0}$ .

Реализация алгоритма определения плоскостных координат объекта заключается в том, что процессор 2-го поста фиксирует моменты прихода сигналов  $t_1^*, t_2^*$  и  $t_1$  именно в такой последовательности:

- вычисляются разности времени прихода сигналов:

$$\Delta t^* = t_2^* - t_1^*; \Delta\tau = \Delta t^* - \Delta t_{3,0}; \Delta t_{12} = t_1 - t_2^*;$$

- определяются дальности  $D_1$  и  $D_2$  в соответствии с выражениями (6), (7);
- вычисляются координаты объекта  $x_n, y_n$  по формулам (8) и (9).

Определение координат воздушного объекта в трехмерном пространстве реализуется следующим образом (рис. 3).

Значения  $D_1$  и  $D_2$  определяются из выражений (1)–(3), полученных для случая расположения 1-го, 2-го постов и объекта на плоскости. При этом роль приемо-передающей станции выполняет 1-й пост.

На 3-м посту фиксируются моменты времени в следующей последовательности:

- $t_3^*$  — момент времени прихода сигнала от 1-го поста, прошедшего расстояние  $d_{13}$ ;
- $t_4^*$  — момент времени прихода сигнала от объекта, прошедшего расстояние  $D_1 + D_3$ ;
- $t_3$  — момент времени прихода переизлученного объектом сигнала, прошедшего расстояние  $D_1 + d_{13}$ .

Вычисляются разности времени:

$$\Delta\tau_1^* = t_4^* - t_3^*; \Delta\tau_1 = \Delta\tau_1^* - \Delta t_{3,0}; \Delta t_{13} = t_3 - t_4^*.$$

Тогда

$$D_3 = 0,5c(\Delta\tau_1 + \Delta t_{13}) + d_{13},$$

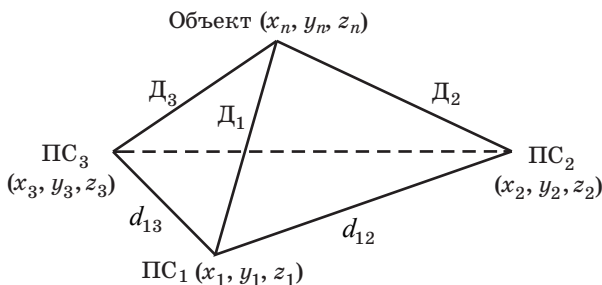
где  $d_{13} = [(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2]^{1/2}$ .

Вычисление прямоугольных координат воздушного объекта выполняется решением системы уравнений вида

$$\begin{aligned} D_1 &= [(x_1 - x_n)^2 + (y_1 - y_n)^2 + (z_1 - z_n)^2]^{1/2}; \\ D_2 &= [(x_2 - x_n)^2 + (y_2 - y_n)^2 + (z_2 - z_n)^2]^{1/2}; \\ D_3 &= [(x_3 - x_n)^2 + (y_3 - y_n)^2 + (z_3 - z_n)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (10)$$

одним из численных методов относительно  $x_n, y_n, z_n$ .

Оценка дисперсии каждой из дальностей может быть получена на основе метода линеаризации функций случайных аргументов [2].



■ Рис. 3. Иллюстрация эллипсо-гиперболического метода при решении задачи в пространстве

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{D_1}^2 &= \left[ \frac{\partial D_1}{\partial(\Delta\tau)} \right]^2 \sigma_{\Delta\tau}^2 + \left[ \frac{\partial D_1}{\partial(\Delta t_{12})} \right]^2 \sigma_{\Delta t_{12}}^2; \\ \sigma_{D_2}^2 &= \left[ \frac{\partial D_2}{\partial(\Delta\tau)} \right]^2 \sigma_{\Delta\tau}^2 + \left[ \frac{\partial D_2}{\partial(\Delta t_{12})} \right]^2 \sigma_{\Delta t_{12}}^2 + \left[ \frac{\partial D_2}{\partial d_{12}} \right]^2 \sigma_{d_{12}}^2; \\ \sigma_{D_3}^2 &= \left[ \frac{\partial D_3}{\partial(\Delta\tau)} \right]^2 \sigma_{\Delta\tau}^2 + \left[ \frac{\partial D_3}{\partial(\Delta t_{13})} \right]^2 \sigma_{\Delta t_{13}}^2 + \left[ \frac{\partial D_3}{\partial d_{13}} \right]^2 \sigma_{d_{13}}^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Частные производные определяются дифференцированием уравнений

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,5c(\Delta\tau + \Delta t_{12}); \\ D_2 &= 0,5c(\Delta\tau + \Delta t_{12}) + d_{12}; \\ D_3 &= 0,5c(\Delta\tau + \Delta t_{13}) + d_{13}. \end{aligned} \quad (12)$$

При этом

$$\frac{\partial D_1}{\partial(\Delta\tau)} = \frac{\partial D_2}{\partial(\Delta\tau)} = \frac{\partial D_3}{\partial(\Delta\tau)} = 0,5c;$$

$$\frac{\partial D_1}{\partial(\Delta t_{12})} = \frac{\partial D_2}{\partial(\Delta t_{12})} = \frac{\partial D_3}{\partial(\Delta t_{13})} = 0,5c; \quad \frac{\partial D_2}{\partial d_{12}} = \frac{\partial D_3}{\partial d_{13}} = 1.$$

Числовые значения дисперсий  $\sigma_{\Delta\tau}^2, \sigma_{\Delta t_{12}}^2, \sigma_{\Delta t_{13}}^2$  зависят от способа определения разностей времени. Дисперсии  $\sigma_{d_{12}}^2, \sigma_{d_{13}}^2$  определяются ошибками привязки приемных постов на местности.

Конкретизация перечисленных величин и использование зависимостей (10) обеспечат получение дисперсий дальностей.

Точность определения координат системой мультilaterации может быть оценена с помощью имитационной модели [3, 4]. Оценка точности системы сводится к последовательному выполнению следующих действий:

- заданию координат навигационных постов  $(x_i, y_i, z_i, i = 2, 3, 4)$  и объекта позиционирования  $(x_n, y_n, z_n)$  (при этом целесообразно использовать местную правую прямоугольную систему координат, нулевые значения которой совпадают с точкой расположения 1-го навигационного поста, тогда  $x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0$ , а координаты навигационных постов задаются в соответствии с исследуемой конфигурацией их расположения);
- вычислению величин момента прихода сигнала  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*, t_1$  и  $t_3$ ;
- определению разности времени прихода сигналов  $\Delta\tau^*, \Delta\tau, t_{13}$ ;
- вычислению дальностей  $D_1, D_2$  и  $D_3$ ;
- решению системы уравнений по определению математических ожиданий  $(x_n, y_n, z_n)$ , вычислению систематической ошибки;
- заданию средних квадратических отклонений определения координат 2, 3, 4-го навигаци-

онных постов  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  и вычислению разности времени  $\sigma_t$ ;

- определению дальностей  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  с наложенными ошибками топогеодезической привязки и счета времени;
- решению системы уравнений и определению  $x_n, y_n, z_n$ ;
- формированию статистической выборки;
- вычислению дисперсии (средних квадратических отклонений) величин  $x_n, y_n, z_n$ .

### Литература

1. Бочкарев В. В. и др. Концепция и системы CNS/ATM в гражданской авиации / Под ред. Г. А. Крыжановского. — М.: Академкнига, 2003. — 415 с.
2. Ульянов Г. Н., Павлов И. Н. Локальная система позиционирования объектов вооружения, военной техники и личного состава // Изв. РАН. СПб., 2008. С. 33–39.
3. Ульянов Г. Н., Павлов И. Н. Оценка точности определения местоположения источника ненаправленного излучения // Актуальные проблемы защиты

### Заключение

Таким образом, совокупность полученных аналитических выражений представляет собой эллипсо-гиперболический метод, реализация которого в многопозиционной системе обеспечивает возможность оценить точностные характеристики разработанного метода для различных вариантов взаимного расположения приемных постов системы.

и безопасности. Вооружение и военная техника: Тр. одиннадцатой Всерос. науч.-практ. конф. / НПО Спецматериалов. СПб., 2008. Т. 1. С. 352–355.

4. Ульянов Г. Н., Павлов И. Н. Суммарно-разностный дальномерный метод позиционирования источника излучения структурированного сигнала // Актуальные проблемы защиты и безопасности. Вооружение и военная техника: Тр. тринадцатой Всерос. науч.-практ. конф. / НПО Спецматериалов. СПб., 2010. С. 244–248.

### УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Российская универсальная национальная электронная библиотека (РУНЭБ) начала реализацию проекта SCIENCE INDEX. После того как Вы зарегистрируетесь на сайте РУНЭБ (<http://elibrary.ru/defaultx.asp>), будет создана Ваша личная страничка, содержание которой составят не только Ваши персональные данные, но и перечень всех Ваших печатных трудов, имеющихся в базе данных РУНЭБ, включая диссертации, патенты и тезисы к конференциям, а также сравнительные индексы цитирования: РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), h (индекс Хирша) от Web of Science и h от Scopus. После создания базового варианта Вашей персональной страницы Вы получите код доступа, который позволит Вам редактировать информацию, в том числе добавлять публикации, которых нет в базе данных РУНЭБ, помогая создавать максимально объективную картину Вашей научной активности и цитирования Ваших трудов.