

УДК 681.51

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМ КОМПЛЕКСОМ СВОИХ ФУНКЦИЙ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО СВОЙСТВ

А. А. Салангин,

канд. техн. наук, доцент

Псковский государственный политехнический институт

Для оценки показателей функционирования в экспериментах с изменяющейся моделью может быть предложен метод аппроксимации траектории успешных испытаний, основанный на гипотезе об экспоненциальном росте вероятности успешной работы технического комплекса. В статье содержание метода доведено до вычислительного эксперимента на примере оценки вероятности выполнения тактической задачи.

Ключевые слова — модель, траектория испытаний, вычислительный эксперимент.

Введение

Создание сложной системы включает в себя ряд этапов, связанных с разработкой эскизного и технического проектов, изготовлением аппаратуры, сборкой, комплексной лабораторной отработкой, и завершается натурными испытаниями. При оценке показателей функционирования технического комплекса используют методы статистической обработки данных исходя из предположений о неизменности свойств объекта. Реально же в процессе проектирования объекта производят доработки, его свойства изменяющие. Для оценки показателей функционирования в экспериментах с изменяющейся моделью может быть предложен метод аппроксимации траектории успешных испытаний [1, 2].

Учет изменения свойств проектируемого объекта

Пусть автоматическая система включает в себя объект управления и управляющую систему, состоящую из устройств получения информации, ее переработки и устройств исполнения управляющих сигналов. Система функционирует в некоторой среде, и ее действие должно удовлетворять предъявленным требованиям. Отработка такой системы в процессе испытаний сводится к последовательности опытов. После выполнения каждого из них на основании результатов эксперимента определяются изменения в системе, на-

правленные на повышение ее качества. Обработка и анализ результатов испытаний систем такого типа показали, что можно использовать гипотезу об экспоненциальном росте вероятности успешной работы [1]:

$$P_i = P_\infty - (P_\infty - P_0)e^{-\beta i},$$

где i — номер испытания; P_∞ — предельно допустимое значение вероятности успешной работы; P_0 — начальный уровень вероятности успешной работы системы перед испытаниями. Обозначим $\lambda = e^{-\beta}$, $0 < \lambda < 1$, тогда

$$P_i = P_\infty - (P_\infty - P_0)\lambda^i. \quad (1)$$

Учет изменения свойств объекта сводится к определению параметров P_0 , P_∞ , λ в соотношении (1). Смоделируем процесс испытаний с помощью генератора псевдослучайных чисел величин $\xi_i = \{0, 1\}$, характеризующих исход i -го испытания по оценке P_i , причем $\xi_i = 1$ означает успешное испытание, $\xi_i = 0$ — неуспешное испытание.

Пусть количество накопленных успешных испытаний после j испытаний системы $k_j^* = \sum_{i=1}^j \xi_i$.

График зависимости $k_j^* = f(j)$ — ступенчатая линия, называемая траекторией успешных испытаний или траекторией результатов испытаний. Эту траекторию можно аппроксимировать сред-

ним значением $k_j = \overline{k_j^*} = \sum_{i=1}^j \overline{\xi_i} = \sum_{i=1}^j P_i$.

С учетом использованной гипотезы об экспоненциальном росте вероятности успешной работы после суммирования, сделав замену

$$b = P_\infty, \quad c = \frac{(P_\infty - P_0)\lambda}{1 - \lambda},$$

получим

$$k_j = jb - c(1 - \lambda^j). \quad (2)$$

Развивая подход, предложенный К. А. Пупковым [1], после проведения вычислительного эксперимента найдем оценки параметров b, c, λ по методу наименьших квадратов для функции

$$U = \sum_{j=1}^n (k_j - k_j^*)^2 \rightarrow \min_{b, c, \lambda},$$

где n — общее число испытаний. Отсюда, используя необходимые условия минимума функции U :

$$\frac{\partial U}{\partial b} = \frac{\partial U}{\partial c} = \frac{\partial U}{\partial \lambda} = 0, \text{ построим систему уравнений}$$

$$\begin{cases} a_{11}b - a_{02}c - r_{01} = 0 \\ a_{20}b - a_{11}c - r_{10} = 0, \\ a_{21}b - a_{12}c - r_{11} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

где $a_{kl} = \sum_{j=1}^n j^k (1 - \lambda^j)^l$; $r_{kl} = \sum_{j=1}^n j^k (1 - \lambda^j)^l k_j^*$, $k, l = 0, 1, 2$.

Выразим b и c из первых двух уравнений системы (3):

$$b = \frac{1}{D}(r_{10}a_{02} - r_{01}a_{11}); \quad c = \frac{1}{D}(r_{10}a_{11} - r_{01}a_{20}), \quad (4)$$

где $D = a_{20}a_{02} - a_{11}^2$. Подставив b, c в третье уравнение системы (3), получим относительно параметра λ уравнение

$$F(\lambda) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{02} & r_{01} \\ a_{20} & a_{11} & r_{10} \\ a_{21} & a_{12} & r_{11} \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

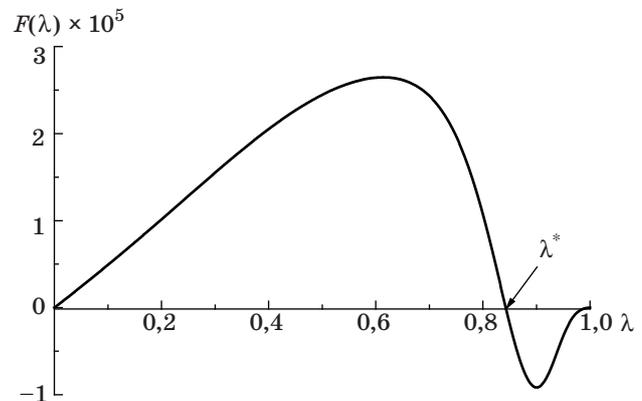
Решение уравнения (5) существует, так как анализ непрерывной функции $F(\lambda)$ показал, что $F(0) = 0, F(1) = 0, F(\varepsilon) > 0, F(1 - \varepsilon) < 0, \varepsilon > 0$. Следовательно, по теореме Пеано должно существовать такое λ^* , для которого $F(\lambda^*) = 0$. Поиск решения можно осуществить одним из известных численных методов или графически. По вычисленному значению λ^* определяем величины b, c и по формуле (1) находим вероятность успешных испытаний для текущих значений j . По формуле (2) можем найти значения k_j , аппроксимирующие траекторию успешных испытаний.

Рассмотренный подход позволил провести вычислительный эксперимент с использованием исходных данных $P_0 = 0,3; P_\infty = 0,9; \lambda = 0,75$ для различного количества испытаний. Так, по резуль-

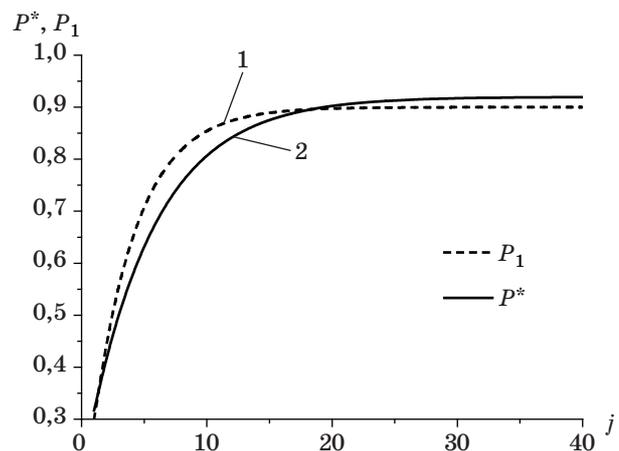
татам проведения серии $n = 40$ испытаний построена зависимость $F(\lambda)$ (рис. 1) и найдено значение корня уравнения (5) $\lambda^* = 0,84$. Далее по формулам (4) вычислены b и c , а затем $P_0 = b = 0,32; P_\infty = 0,92$.

Сравнение вероятности успешных испытаний с использованием формулы (1) представлено на рис. 2 для исходных значений параметров $P_0 = 0,3; P_\infty = 0,9; \lambda^* = 0,75$ и их оценок $\hat{P}_0 = 0,32; \hat{P}_\infty = 0,92; \hat{\lambda}^* = 0,84$, полученных по результатам моделирования.

Значения параметров, полученные моделированием с различным числом испытаний n , представлены в таблице.



■ Рис. 1. Зависимость $F(\lambda)$ для определения корня $\lambda = \lambda^*$



■ Рис. 2. Зависимость вероятности успешных испытаний от количества испытаний: 1 — для исходных значений параметров; 2 — для смоделированных параметров

Параметр	Исходное значение	Смоделированные оценки		
		$n = 10$	$n = 20$	$n = 40$
P_0	0,3	0,17	0,32	0,32
P_∞	0,9	0,81	0,87	0,92
λ^*	0,75	0,5	0,54	0,84

Таким образом:

- 1) расчетные оценки параметров достаточно близки к моделируемым, например, определяемые значения P_∞ ниже моделируемых всего на 2 %;
- 2) получаемая зависимость $P(j)$ позволяет оценить целесообразность последующих испытаний и доработок.

Заключение

Практическая значимость рассмотренного подхода состоит в возможности прогнозировать вероятность успешной работы технического комплекса с учетом ее роста в результате устранения дефектов. Метод может быть распространен на опре-

деление текущей оценки математического ожидания и дисперсии погрешности показателя функционирования системы.

Литература

1. Пупков К. А., Коньков В. Г. Интеллектуальные системы (исследование и создание) / МГТУ. — М., 2003. — 343 с.
2. Салангин А. А. Методология системного анализа проектируемых технических комплексов: монография / ППИ. — Псков, 2009. — 280 с.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

При подготовке рукописей статей редакция просит Вас руководствоваться следующими рекомендациями.

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 16 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала в Word шрифтом Times New Roman размером 13.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание, полное название организации, аннотация (7–10 строк) и ключевые слова на русском и английском языках, подрисуночные подписи.

Формулы в текстовой строке набирайте в Word, не используя формульный редактор (Mathtype или Equation), только в том случае, если средства Word не позволяют набрать формулу или символ (например, простая дробь, символы с «крышками» и т. д.), используйте имеющийся в Word формульный редактор Mathtype или Equation; формулы, стоящие в отдельной строке, могут быть набраны как угодно; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта никогда не пользуйтесь вкладкой Other..., используйте вкладку Define; в формулах не отделяйте пробелами знаки: + = -.

Для набора формул в Word никогда не используйте Конструктор (на верхней панели: «Работа с формулами» — «Конструктор»), т. к. этот ресурс предназначен только для внутреннего использования в Word и не поддерживается программами, предназначенными для изготовления оригинал-макета журнала.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

Иллюстрации в текст не заверстываются и предоставляются отдельными исходными файлами, поддающимися редактированию:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы изготавливаются в векторных программах: Visio 4, 5, 2002–2003 (*.vsd); Coreldraw (*.cdr); Excel; Word; AdobeIllustrator; AutoCad (*.dxf); Компас; Matlab (экспорт в формат *.ai);

— фото и растровые — в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

В редакцию предоставляются:

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, факс, эл. адрес), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40 × 55 мм;

— экспертное заключение.

Список литературы составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Более подробную информацию см. на сайте: www.i-us.ru