

СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЙ

Л. А. Осипов,

д-р. техн. наук, профессор

Т. Г. Полякова,

ассистент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (СПбГУАП)

Рассматривается метод синтеза параметров нелинейных систем управления по заданным динамическим характеристикам, рассчитанный на применение ЭВМ. Метод, однако, может быть использован для расчетов вручную. Параметры системы определяются в результате обращения прямого вариационного метода (метода ортогональных проекций) на решение задачи синтеза.

Задача синтеза решается в следующей постановке. Задана структура системы и известна часть ее параметров, а остальные параметры, относящиеся к одному или нескольким звеньям системы, подлежат определению из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества переходного процесса (быстродействия — T_n , перерегулирования — D_0 и колебательности — μ_0). При этом, безусловно, должна обеспечиваться устойчивость и грубость системы Δ^0 по варьируемым параметрам σ_k ($k = 1, 2, \dots, m$).

Задача синтеза решается при технических ограничениях, наложенных на значения варьируемых параметров

$$\sigma_k^- \leq \sigma_k \leq \sigma_k^+, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

где σ_k^- — минимально допустимые значения варьируемых параметров; σ_k^+ — максимально допустимые значения варьируемых параметров.

Ограничение на грубость системы по варьируемому параметрам имеет вид

$$\Delta = \frac{\delta\sigma_k}{\sigma_k} \leq \Delta^0, \quad (2)$$

где Δ^0 — заданное значение грубости системы; $\delta\sigma_k$ — вариации параметров, в пределах которых обеспечивается абсолютная устойчивость системы.

Рассмотрим систему с одним нелинейным элементом, движение которой описывается нелинейным дифференциальным уравнением

$$Q(\sigma_k, p)x(t) + R(\sigma_k, p)y(t) = S(\sigma_k, p)g(t), \quad (3)$$

где $Q(\sigma_k, p) = \sum_{i=0}^n a_i(\sigma_k)p^i$, $R(\sigma_k, p) = \sum_{j=0}^u b_j(\sigma_k)p^j$,

$S(\sigma_k, p) = \sum_{v=0}^v e_v(\sigma_k)p^v$ — полиномы оператора дифференцирования p с вещественными постоянными коэффициентами степеней n, u, v соответственно; $y = F(x, px)$ — нелинейная функция; $g(t) = H1(t)$ — внешнее воздействие.

Синтез непрерывных нелинейных систем управления методом ортогональных проекций рассмотрен в [1]. Согласно общей схеме решения задачи синтеза методом ортогональных проекций

необходимо задаться желаемым процессом, удовлетворяющим заданным показателям качества. Приближение к нему реального процесса, протекающего в системе с синтезированными параметрами, должно осуществляться с минимальной ошибкой.

Желаемый процесс в [1], [2] задается в виде решения однородного дифференциального уравнения второго порядка. Однако такое представление переходного процесса, протекающего в системе, является упрощенным и снижает точность определения варьируемых параметров. Поэтому целесообразно задавать переходный процесс статической нелинейной системы, уравнение движения которой записано относительно координаты ошибки, в виде решения дифференциального уравнения порядка ϑ :

$$x^0(t) = \left[H_0 + \sum_{s=1}^{\vartheta} (C_{s1}e^{-(\alpha_s - j\beta_s)t} + C_{s2}e^{-(\alpha_s + j\beta_s)t}) \right] 1(t), \quad (4)$$

где коэффициенты C_{s1} и C_{s2} , в зависимости от требований, предъявляемых к синтезируемой системе, вычисляются по выражениям, приведенным в [3].

Для астатической системы желаемый процесс будет иметь вид

$$x^0(t) = \sum_{s=1}^{\vartheta} (C_{s1}e^{-(\alpha_s - j\beta_s)t} + C_{s2}e^{-(\alpha_s + j\beta_s)t}) 1(t). \quad (5)$$

Система из m непрерывно дифференцируемых линейно независимых координатных функций выбирается в виде ряда экспонент:

$$e^{-\rho_1 t}, e^{-\rho_2 t}, \dots, e^{-\rho_q t}, \dots, e^{-\rho_m t}. \quad (6)$$

Коэффициенты затухания представляют собой геометрическую прогрессию со знаменателем $h = 2$, $\rho_q = \rho_1 h^{q-1} = \rho_1 2^{q-1}$, причем коэффициент затухания ρ_1 этого ряда целесообразно принять равным $\rho_1 \approx \alpha \approx k/T_n$.

Желаемый процесс (5) подставляется в уравнение движения системы (3) и образуется невязка

$$\psi(\sigma_k, t) = Q(\sigma_k, D)x^0(t) + R(\sigma_k, D)F[x^0(t)] - S(\sigma_k, D)g(e), \quad (7)$$

где D — оператор обобщенного дифференцирования.

Для описания характеристик нелинейных элементов системы целесообразно использовать кусочно-линейную аппроксимацию. Любой кусочно-линейный элемент на интервалах между моментами переключения t_i может быть описан выражением

$$F_i[x(t)] = a_i x(t) + b_i, \quad i = 1, 2, \dots, \eta + 1, \quad (8)$$

где η — число переключений, a_i, b_i — коэффициенты, зависящие от вида и параметров нелинейности.

Такое представление нелинейных элементов позволяет проводить синтез импульсных систем управления с любыми как однозначными, так и неоднозначными нелинейными элементами.

Таким образом, можно записать аналитическое выражение для выходной координаты нелинейного элемента в виде обобщенной функции

$$F[x(t)] = F_{+0}(t)1(t) + \sum_{i=1}^{\eta} [F_{+i}(t) - F_{-i}(t)]1(t - t_i), \quad (9)$$

где t_i — моменты переключения нелинейностей; $F_{-i}(t)$ и $F_{+i}(t)$ — аналитические выражения нелинейной функции в момент времени $t = +0$; η — число переключений нелинейной функции, зависящее от характеристики нелинейного элемента $F(x)$ и переходного процесса $x(t)$.

Производная j -го порядка обобщенной функции (9) выражается зависимостью

$$\begin{aligned} D^j \{F[x(t)]\} &= F_{+0}^{(j)}(t)1(t) + \\ &+ F_{+0}^{(j-1)}(0)\delta(t) + \dots + F_{+0}^{(j-1)}\delta^{(j-1)}(t) + \\ &+ \sum_{i=1}^{\eta} [F_{+i}^{(j)}(t) - F_{-i}^{(j)}(t)]1(t - t_i) + \\ &+ \sum_{i=1}^{\eta} \sum_{w=0}^{j-1} R_w \delta^{(j-w-1)}(t - t_i), \end{aligned} \quad (10)$$

где $F_{+0}(0), \dots, F_{+0}^{(j-1)}(0)$ — значения нелинейной функции и ее производных до $(j - 1)$ -го порядка включительно в момент времени $t = 0$; $R_w = F_{+i}^{(w)}(t_i) - F_{-i}^{(w)}(t_i)$ и $F_{+i}^{(w)}(t), F_{-i}^{(w)}(t)$ — значения производных порядка w от $F_{+i}(t)$ и $F_{-i}(t)$ в момент времени $t = t_i$ справа и слева соответственно; $\delta(t), \delta^{(v)}(t)$ ($v = 1, 2, \dots$) — дельта-функция и ее производные порядка v .

После подстановки в (7) выражений (5), (9) и (10) ортогональность невязки координатным функциям (6) приводит к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=0}^n a_i(\sigma_k) A_{qi} + \sum_{j=0}^u b_j(\sigma_k) B_{qj} - \sum_{v=0}^v e_v(\sigma_k) C_{qv} = 0, \quad q = 1, 2, \dots, m, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} A_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{x^0(t)\} e^{-\rho_q t} dt, \quad i = \overline{0, n}; \\ B_{qj} &= \int_0^{\infty} D^j \{F[x^0(t)]\} e^{-\rho_q t} dt, \quad j = \overline{0, u}; \end{aligned}$$

$$C_{qv} = \int_0^{\infty} D^v \{H1(t)\} e^{-\rho_q t} dt, \quad v = \overline{0, v}. \quad (12)$$

Так как задача синтеза решается при ограничениях на значения искоемых параметров σ_k , устойчивость и грубость системы, то для определения параметров, удовлетворяющих заданным ограничениям и обеспечивающих наибольшее приближение к желаемому процессу (5), минимизируется целевая функция

$$\begin{aligned} J = \sum_{q=1}^m \left\{ \int_0^{\infty} \psi(\sigma_k, t) e^{-\rho_q t} dt \right\}^2 &= \sum_{q=1}^m \left\{ \sum_{i=0}^n a_i(\sigma_k) A_{qi} + \right. \\ &\left. + \sum_{j=0}^u b_j(\sigma_k) B_{qj} + \sum_{v=0}^v e_v(\sigma_k) C_{qv} \right\}^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Параметры σ_k определяются из условия минимизации функционала (13) при ограничениях, наложенных на значения варьируемых параметров системы σ_k (1), (2) и устойчивость синтезируемой системы управления. Для обеспечения условия устойчивости в качестве ограничений используется алгебраическое представление частотного критерия В. М. Попова, который позволяет значительно упростить объем вычислений за счет исключения перебора по частоте ω [2].

Для вычисления целевой функции (13) необходимо получить выражения для вычисления интегралов A_{qi}, B_{qj}, C_{qv} . Интегралы (12) вычисляются в соответствии с правилами действий над обобщенными функциями [4].

Вычисление интегралов B_{qj} в соответствии с выражениями (8) и (9) нелинейная функция будет иметь вид

$$\begin{aligned} F[x^0(t)] &= \left[a_1 \sum_{s=1}^{\hat{\nu}} (C_{s1} e^{-(\alpha_s - j\beta_s)t} + \right. \\ &\left. + C_{s2} e^{-(\alpha_s + j\beta_s)t}) + b_1 \right] 1(t) + \\ &+ \sum_{i=1}^{\eta} \left\{ (a_{i+1} - a_i) \sum_{s=1}^{\hat{\nu}} (C_{s1} e^{-(\alpha_s - j\beta_s)t} + \right. \\ &\left. + C_{s2} e^{-(\alpha_s + j\beta_s)t}) + (b_{i+1} - b_i) \right\} 1(t - t_i). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставив (14) в выражение (12) и вычислив B_{q0} , получим

$$B_{q0} = \int_0^{\infty} F[x^0(t)] e^{-\rho_q t} dt = B_q / \rho_q, \quad q = \overline{1, m}, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} B_q &= a_1 \sum_{s=1}^{\hat{\nu}} \frac{[(\alpha_s + \rho_q) \cos \varphi_{s0} + \beta_s \sin \varphi_{s0}]}{(\alpha_s + \rho_q)^2 + \beta_s^2} \rho_q + \\ &+ b_1 + \sum_{i=1}^{\eta} e^{-\rho_q t_i} [(a_{i+1} - a_i) \times \end{aligned}$$

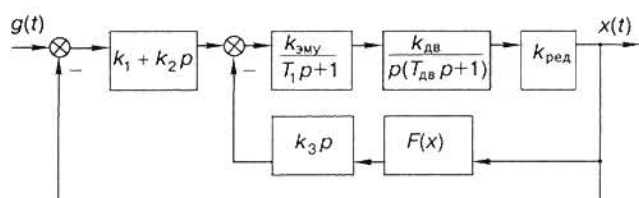


Рис. 1. Структурная схема синтезируемой системы

$$\times \sum_{s=1}^{\vartheta} \frac{x_s^0(t_j)(\alpha_s + \rho_q) + \beta_s e^{-\alpha_s t_j} (\sin(\beta_s t_j - \varphi_{s0}))}{(\alpha_s + \rho_q)^2 + \beta_s^2} \rho_q + (b_{i+1} - b_i)]. \quad (16)$$

Используя метод математической индукции, вычислим остальные интегралы B_{qj} :

$$B_{qj} = B_{qp} j^{-1}, \quad j = \overline{0, u}, \quad (17)$$

где B_q вычисляется по выражению (16).

Аналогично вычисляются интегралы A_{qi} :

$$A_{qi} = A_{qp} i^{-1}, \quad i = \overline{0, 1, n}, \quad (18)$$

где

$$A_q = \sum_{s=1}^{\vartheta} \frac{[(\alpha_s + \rho_q) \cos \varphi_{s0} + \beta_s \sin \varphi_{s0}]}{(\alpha_s + \rho_q)^2 + \beta_s^2} \rho_q. \quad (19)$$

Вычисление интегралов C_{qv} приведено в [1].

Полученные рекуррентные соотношения для вычисления интегралов A_{qi} и B_{qj} позволяют значительно упростить процесс вычислений при решении задачи синтеза и свести все вычисления к выполнению лишь простых математических операций, единообразных для нелинейных систем высоких порядков различных классов. В отличие от рекуррентных соотношений A_{qi} и B_{qj} , полученных в [1], соотношения (17) и (18) являются общими для кусочно-линейных элементов как однозначных, так и неоднозначных, при процессах любой сложности на их входах.

Структурная схема нелинейной САУ приведена на рис. 1.

Дифференциальное уравнение движения системы, записанное относительно выходной координаты, имеет вид

$$[T_1 T_{дв} p^3 + (T_1 + T_{дв}) p^2 + (1 + k_3 k_2) p + k_3 k_1] x + k_3 k_3 p F(x) = (k_3 k_1 + k_3 k_2 p) g(t),$$

где $k_3 = k_{эм} k_{дв} k_{ред}$.

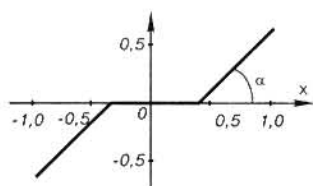


Рис. 2. Характеристика нелинейного элемента

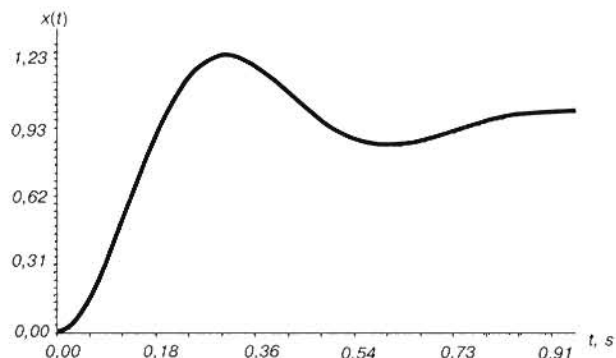


Рис. 3. График переходного процесса системы с синтезированными параметрами

Заданы значения параметров системы $T_{дв} = 0,5$ с, $T_1 = 0,165$ с, $k_3 = 240$.

С учетом численных значений параметров системы дифференциальное уравнение движения (1) принимает вид

$$[0,0825 p^3 + 0,665 p^2 + (1 + 240 k_2) p + 240 k_1] x + 240 k_3 p F(x) = (240 k_1 + 240 k_2 p) g(t).$$

Характеристика нелинейного элемента $F(x)$ типа «зона нечувствительности без насыщения» изображена на рис. 2. и имеет следующие значения параметров: $b = 0,4$, $k = \tan \alpha = 1,0$, $k_f = 1,0$. Требуется определить положительные значения параметров нелинейной системы k_1, k_2, k_3 таким образом, чтобы удовлетворялись следующие требования:

1) при скачкообразном внешнем воздействии $g(t) = 1(t)$ время переходного процесса в системе должно составлять $T_n \approx 1,0$ с, а перерегулирование $D_m \approx 20\%$;

2) обеспечивалась абсолютная устойчивость и грубость по варьируемым параметрам k_1, k_2, k_3 не менее $\Delta^0 = 15\%$.

В результате решения задачи на ЭВМ получены следующие значения искоемых параметров $k_1 = 0,0345$, $k_2 = 0,0366$ с, $k_3 = 0,0023$, обеспечивающие в САУ устойчивый переходной процесс, удовлетворяющий требуемым показателям качества. На рис. 3. приведен процесс в системе с синтезированными параметрами, имеющий перерегулирование $D_m = 23\%$ и время переходного процесса $T_n = 1$ с.

Литература

1. Анализ и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. А. А. Воронова, И. А. Огурка. — М.: Наука, 1984.
2. Алгоритмы динамического синтеза нелинейных автоматических систем / Под ред. А. А. Воронова. — СПб.: Энергоатомиздат, 1992.
3. Осипов Л. А., Полякова Т. Г. Численный метод синтеза непрерывных нелинейных САУ / ГААП. СПб. 1997. Деп. в ВИНТИ 15.07.97, № 2408-В97.
4. Розенфельд А. С., Яхинсон Б. И. Переходные процессы и обобщенные функции. — М.: Наука, 1996.

УВАЖАЕМЫЕ ГОСПОДА!

Законодательное Собрание и Администрация Санкт-Петербурга, Правительство Ленинградской области, Министерство промышленности, науки и технологий РФ, Министерство РФ по связи и информатизации, Отделение информатики, вычислительной техники и автоматизации РАН, Санкт-Петербургский Научный центр РАН приглашают Вас принять участие в работе **юбилейной** VIII Санкт-Петербургской международной конференции «Региональная информатика-2002 (РИ-2002)», проводимой под эгидой ЮНЕСКО в период **с 26 по 28 ноября 2002 года** в рамках «Недели информационных технологий в Санкт-Петербурге».

Программой Конференции «РИ-2002» предусмотрено посещение XI Международной специализированной выставки «ИНВЕКОМ» и ряда специализированных выставок в области информационных технологий, организуемых выставочным объединением «Рестэк».

ПРОГРАММА КОНФЕРЕНЦИИ ВКЛЮЧАЕТ СЛЕДУЮЩИЕ ТЕМАТИЧЕСКИЕ НАПРАВЛЕНИЯ

1. Региональная политика информатизации.
2. Теоретические проблемы информатизации.
3. Междисциплинарные исследования в информатике.
4. Телекоммуникационные сети и технологии.
5. Информационная безопасность.
6. Правовые проблемы информатизации.
7. Инновационная политика в сфере информатизации.
8. Информационно-аналитическое обеспечение органов государственной власти.
9. Информационное обеспечение финансово-кредитной сферы и бизнеса.
10. Средства массовой информации.
11. Информационные технологии в производстве.
12. Информационные технологии в агросфере.
13. Информационные технологии на транспорте.
14. Информационные технологии в научных исследованиях.
15. Информационные технологии в образовании.
16. Информационные технологии в здравоохранении.
17. Информационные технологии в экологии.
18. Информационные технологии в издательской деятельности и полиграфии.
19. Информационные технологии в исследовании океана.
20. Круглый стол: Региональная целевая программа «Электронный Санкт-Петербург (2002–2006 годы)».

УСЛОВИЯ УЧАСТИЯ В КОНФЕРЕНЦИИ

Для участия в работе Конференции необходимо выслать в адрес Оргкомитета:

1. Заявку предприятия (организации) на участие в работе VIII Санкт-Петербургской Международной Конференции «РИ-2002».

2. Тезисы доклада на русском или английском языке объемом не более одной страницы формата А4 без формул, рисунков и ссылок на литературу.

При оформлении тезисов следует придерживаться следующей схемы расположения текста:

Фамилия И. О. (строчные буквы)
Страна, город, организация (строчные буквы)
НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА (прописные буквы)
<Текст тезисов доклада>

3. Электронный вариант тезисов доклада на дискете (предварительно переданный по электронной почте: lai@iias.spb.su или spiiiran@iias.spb.su) должен быть подготовлен в виде файла с расширением «.rtf» в редакторе «Word» с использованием нормального шрифта «Arial» размера 12 через один интервал без шрифтовых выделений, переносов в словах и разбивки на страницы.

4. Копию платежного поручения предприятия (организации) с банковской отметкой о перечислении организационного целевого взноса Санкт-Петербургскому Обществу информатики, вычислительной техники, систем связи и управления (СПОИСУ).

Заявки предприятий (организаций) на участие в Конференции «РИ-2002» принимаются до 20 ноября 2002 года включительно. Тезисы, поступившие в Оргкомитет до **25 октября 2002 г.**, будут опубликованы до начала Конференции.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ ВЗНОС

Для участия в работе Конференции необходимо перечислить организационный целевой взнос в рублях, соответствующий 30 у. е. (по курсу ЦБ РФ на момент платежа), который будет расходоваться на подготовку и проведение Конференции, издание Программы Конференции, тезисов докладов и других информационных материалов.

В платежном поручении следует указать:

Получатель: СПОИСУ, ИНН 7813148260.

Р/с 40703810627000003078 в Приморском филиале ОАО «Банк Санкт-Петербург», к/с 30101810900000000790, БИК 044030790. КПП 781301001.

Назначение платежа: Организационный целевой взнос предприятия в фонд Конференции «РИ-2002» согласно информационному письму № Р-01/2002 (представитель — ФИО). НДС не облагается.

АДРЕС И КОНТАКТНЫЕ ТЕЛЕФОНЫ

Заявки предприятий (организаций) на участие в работе Конференции и тезисы докладов следует направлять по адресу:

199178, Санкт-Петербург, В. О., 14-я линия, д. 39. Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Оргкомитет VIII Санкт-Петербургской Международной Конференции «Региональная информатика-2002 (РИ-2002)».

Контактные телефоны: (812) 328-19-19, 328-33-11

Факс: (812) 328-44-50

e-mail: lai@iias.spb.su spiiiran@iias.spb.su

<http://www.spiiras.nw.ru/conf.htm>