УДК 621.391

ОПТИМАЛЬНЫЙ АНСАМБЛЬ НЕЛИНЕЙНЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ СИНХРОННЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ С КОДОВЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ АБОНЕНТОВ

К. Ю. Цветков,
доктор техн. наук, профессор
В. М. Коровин,
канд. техн. наук
Д. В. Косаревич,
соискатель
Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского

Представлены результаты построения ансамблей оптимальных дельта-коррелированных сложных дискретных сигналов в базисе Виленкина–Крестенсона, которые могут быть использованы в широкополосных системах связи с кодовым множественным доступом.

Ключевые слова *— ансамбли сложных дискретных сигналов, базис Виленкина–Крестенсона, широкополосные системы связи, кодовый множественный доступ.*

Введение

Для широкополосных систем передачи информации (СПИ) с кодовым множественным доступом принципиальными вопросами являются оценивание и управление уровнем взаимных помех [1–3], а также выбор типа сложных сигналов, в частности, по виду их корреляционных функций [1] и ряду других свойств [4–6].

В работах [1–3] установлены соотношения между авто- и взаимнокорреляционными функциями, а также количеством сложных сигналов в ансамбле. Результаты работ [1–3] применимы к СПИ с асинхронным и синхронным кодовым множественным доступом и ориентированы на базис Фурье с естественным для этого базиса оператором циклического сдвига [7].

На периодах $N = n^s$, $n \ge 2$, $s \ge 1$, существует дискретный базис Виленкина—Крестенсона (В-К). Согласно работе [7], на указанных периодах этот базис является обобщением базиса Фурье (случай $s = 1$) и базиса Уолша (случай $n = 2$). Естественным для базиса В-К оператором сдвига является n-ичный сдвиг. Это обстоятельство позволяет ввести в базисе В-К понятия и определения теории сложных дискретных сигналов, аналогичные существующим в базисе Фурье [7, 8].

В данной статье построены ансамбли бинарных дельта-n-коррелированных сигналов с основанием $n = 2$ на периодах $N = 2^{2s}$, $s \ge 2$ (как известно [5], дельта-коррелированных в традиционном смысле бинарных сигналов при $N > 4$ не существует). Результаты, полученные для базиса В-К, ориентированы в первую очередь на синхронные СПИ с кодовым множественным доступом [7, 9].

Предварительные сведения

Следующие стандартные обозначения используются далее постоянно: Z — множество всех целых чисел; m: n — множество целых чисел $\{m, m + 1, ..., n\}$; $\lfloor\beta\rfloor$ — целая часть вещественного числа β; $<k>_n : = k - \lfloor k / n\rfloor n$ — остаток от деления целого числа k на натуральное n.

Обозначим через C_N множество комплекснозначных N-периодических функций целочисленного аргумента $x = x(j)$, $j \in Z$. Элементы этого множества будем называть сигналами. В C_N обычным образом вводятся операции умножения на комплексное число и сложения двух сигналов:

$$y = cx \Leftrightarrow y(j) = cx(j),\ j \in Z;$$

$$y = x_1 + x_2 \Leftrightarrow y(j) = x_1(j) + x_2(j),\ j \in Z,$$

при этом C_N становится линейным пространством.

Введем стандартным образом скалярное произведение и норму:

$$<x,y>=\sum_{j=0}^{N-1} x(j)\overline{y(j)},\ \|x\|=<x,x>^{1/2}.$$

Обозначим через F_N: $C_N \to C_N$ дискретное преобразование Фурье. По определению, сигнал $X = F_N(x)$ имеет компоненты

$$X(k)=\sum_{j=0}^{N-1} x(j)\omega_N^{-kj},\ k\in Z,$$

где $\omega_N = \exp(2\pi i/N)$ — корень N-й степени из единицы.

Нам потребуется единичный N-периодический импульс — сигнал $\delta_N(j)$, равный единице, когда j делится на N, и равный нулю при остальных $j \in Z$. Очевидно, что

$$\delta_N(-j)=\delta_N(j).$$

Сигналам x и y сопоставим функцию взаимной корреляции R_{xy}:

$$R_{xy}(j)=\sum_{k=0}^{N-1} x(j+k)\overline{y(k)},\ j\in Z.$$

Функция R_{xx} называется автокорреляционной функцией сигнала x. Отметим, что $R_{xx}(0) = \|x\|^2$.

Сигнал x называется дельта-коррелированным, если $R_{xx}(j) = \|x\|^2\delta_N(j)$. Сигналы x и y называются некоррелированными, если $R_{xy}(j) = 0$.

Для корреляционных функций сложных дискретных сигналов x, y, u, v справедливы следующие соотношения [1–6]:

$$\sum_{j=0}^{N-1} R_{xu}(j+l)\overline{R_{yv}(j)}=\sum_{j=0}^{N-1} R_{xy}(j+l)\overline{R_{uv}(j)},\quad \text{где } l\in Z; \tag{1}$$

$$\sum_{j=0}^{N-1} R_{xy}(j+l)\overline{R_{xy}(j)}=\sum_{j=0}^{N-1} R_{xx}(j+l)\overline{R_{yy}(j)},\quad \text{где } l\in Z; \tag{2}$$

$$\sum_{j=0}^{N-1} |R_{xy}(j)|^2=\sum_{j=0}^{N-1} R_{xx}(j)\overline{R_{yy}(j)}. \tag{3}$$

Формула (3) непосредственно используется при выводе границы Сидельникова—Сарвате [1, 2]. Пусть P — совокупность (ансамбль) из m сигналов, заданных на периоде длины N. Будем считать, что $\|x\|^2 = N$ для всех $x \in P$. Положим

$$R_c=\max\left\{|R_{xy}(j)| : x,y\in P,\ x\neq y,\ j\in 0:N-1\right\};$$

$$R_a=\max\left\{|R_{xx}(j)| : x\in P,\ j\in 1:N-1\right\}.$$

Граница Сидельникова—Сарвате имеет вид

$$\frac{R_c^2}{N}+\frac{N-1}{N(m-1)}\frac{R_a^2}{N}\geq 1. \tag{4}$$

Введя обозначение $R_{\max} = \max\{R_c,\ R_a\}$, получим неравенство Велча [3]

$$\frac{R_{\max}^2}{N}\geq\frac{N(m-1)}{Nm-1}. \tag{5}$$

Основные соотношения для корреляционных функций сложных дискретных сигналов в базисе Виленкина—Крестенсона

Получим аналогичные (1)–(5) соотношения в базисе В-К.

В дальнейшем считаем, что $N = n^s$, $n, s \geq 2$. Для числа k из множества $0 : N - 1$ запись в n-ичном коде $k = (k_{s-1}, k_{s-2}, ..., k_0)_n$ означает, что

$$k = k_{s-1}n^{s-1} + k_{s-2}n^{s-2} + ... + k_0.$$

Здесь $k_\alpha \in 0 : n - 1$ при всех $\alpha \in 0 : s - 1$. Возьмем еще $j \in 0 : N - 1$, $j = (j_{s-1}, j_{s-2}, ..., j_0)_n$ и положим

$$\{k,j\}_s=\sum_{\alpha=0}^{s-1} k_\alpha j_\alpha.$$

Сигналы

$$v_k(j)=\omega_n^{\{k,j\}_s},\ k = 0, 1, ..., N-1 \tag{6}$$

называются дискретными функциями В-К [7, 8]. Формулой (6) сигналы $v_k(j)$ определены на основном периоде $j = 0, 1, ..., N - 1$. Далее они продолжаются N-периодически на все целые $j \in Z$.

Возьмем $k = (k_{s-1}, ..., k_0)_n$, $j = (j_{s-1}, ..., j_0)_n$ и положим $p_\alpha = <k_\alpha + j_\alpha>_n$, $m_\alpha = <k_\alpha - j_\alpha>_n$, $\alpha \in 0 : s - 1$. Число $p = (p_{s-1}, ..., p_0)_n$ получено в результате поразрядного сложения по модулю n чисел k и j, представленных своими n-ичными кодами. Этот факт записывается в виде $p=k\underset{n}{\oplus}j$. Число $m = (m_{s-1}, ..., m_0)_n$ получено в результате поразрядного вычитания по модулю n чисел k и j. Это записывается так: $m=k\underset{n}{-}j$. Нетрудно убедиться, что операции поразрядной арифметики обладают теми же групповыми свойствами, что и обычные операции сложения и вычитания.

Сигналам x, $y \in C_N$ сопоставим функцию взаимной n-корреляции:

$$R_{xy}^{(n)}(j)=\sum_{k=0}^{N-1} x\left(j\underset{n}{\oplus}k\right)\overline{y(k)},\ j=0,1,...,N-1. \tag{7}$$

Функцию $R_{xx}^{(n)}$ назовем функцией n-автокорреляции сигнала x. Отметим, что

$$R_{xx}^{(n)}(0)=R_{xx}(0)=\|x\|^2.$$

Сигнал x назовем дельта-n-коррелированным, если $R_{xx}^{(n)}(j)=\|x\|^2\delta_N(j)$. Сигналы x и y назовем n-некоррелированными, если $R_{xy}^{(n)}(j)\equiv 0$.

Приведем доказанную в работе [6] лемму.

Лемма 1. Пусть $l \in 0:N-1$. Для сигналов x, y, u, $v \in C_N$ справедливо утверждение

$$\sum_{j=0}^{N-1} R_{xy}^{(n)}\left(j\underset{n}{\oplus}l\right)\overline{R_{uv}^{(n)}(j)}=\sum_{j=0}^{N-1} R_{xu}^{(n)}\left(j\underset{n}{\oplus}l\right)\overline{R_{yv}^{(n)}(j)}. \quad (8)$$

Следствие: Положив в (8) $u = x$ и $v = y$, получим

$$\sum_{j=0}^{N-1} R_{xy}^{(n)}\left(j\underset{n}{\oplus}l\right)\overline{R_{xy}^{(n)}(j)}=\sum_{j=0}^{N-1} R_{xx}^{(n)}\left(j\underset{n}{\oplus}l\right)\overline{R_{yy}^{(n)}(j)}. \quad (9)$$

В частности, при $l = 0$

$$\sum_{j=0}^{N-1}\left|R_{xy}^{(n)}(j)\right|^2=\sum_{j=0}^{N-1} R_{xx}^{(n)}(j)\overline{R_{yy}^{(n)}(j)}. \quad (10)$$

Как показано в работе [11]:

$$\frac{[R_c^{(n)}]^2}{N}+\frac{N-1}{N(m-1)}\frac{[R_a^{(n)}]^2}{N}\ge 1, \quad (11)$$

где P — ансамбль, состоящий из m сигналов, заданных на множестве $\{0, 1, ..., N-1\}$ при $N = n^s$:

$$R_c^{(n)}=\max\left\{|R_{xy}^{(n)}(j)|:\ x,y\in P, x\ne y, j\in 0:N-1\right\};$$

$$R_a^{(n)}=\max\left\{|R_{xx}^{(n)}(j)|: x\in P, j\in 1:N-1\right\}.$$

При $R_{\max}^{(n)}=\max\left\{R_c^{(n)},R_a^{(n)}\right\}$ получим

$$\frac{\left(R_{\max}^{(n)}\right)^2}{N}\ge\frac{N(m-1)}{Nm-1}. \quad (12)$$

Соотношения (11) и (12) представляют собой обобщение в базисе В-К неравенств (4) и (5), которые получаются как частный случай при $s = 1$.

Оптимальные ансамбли сигналов

Неравенство (12) показывает, что $R_a^{(n)}$ и $R_c^{(n)}$ не могут быть одновременно сколь угодно малыми величинами. Исследуем два крайних случая, когда одна из этих величин равна нулю, а вторая принимает наименьшее возможное значение.

Количество попарно n-некоррелированных сигналов в C_N не превосходит N, поскольку из n-некоррелированности сигналов следует, в частности, их ортогональность. Если в ансамбле P имеется N попарно n-некоррелированных сигналов, то $R_c^{(n)}=0$.

Простейшей иллюстрацией этого является ансамбль, состоящий из дискретных функций В-К (6). Действительно, в силу ортогональности и мультипликативности базисных функций [7, 8] при k, $k' \in 0:N-1$ имеем

$$\sum_{l=0}^{N-1} v_k\left(j\underset{n}{\oplus}l\right)\overline{v_{k'}(l)}=$$

$$=v_k(j)\sum_{l=0}^{N-1} v_k(l)\overline{v_{k'}(l)}=N\omega_n^{\{k,\,j\}_s}\delta_N(k-k'). \quad (13)$$

Значит, $R_{v_k v_{k'}}^{(n)}(j)\equiv 0$ при $k \ne k'$. При этом $R_{v_k v_k}^{(n)}(0)=N$. В согласии с (13) $\left|R_{v_k v_k}^{(n)}(j)\right|\equiv N$.

Другим крайним случаем являются ансамбли, состоящие из дельта-n-коррелированных сигналов. Если ансамбль P состоит из дельта-n-коррелированных сигналов x, удовлетворяющих условию $\|x\|^2=N$, то $R_a^{(n)}=0$ и, согласно (11), $R_c^{(n)}\ge\sqrt{N}$. Отметим, что последняя оценка не зависит от количества сигналов в ансамбле. Она обращается в равенство, если

$$\left|R_{xy}^{(n)}(j)\right|\equiv\sqrt{N}\ \text{ для всех } x,\ y\in P,\ x\ne y. \quad (14)$$

Регулярный класс дельта-n-коррелированных сигналов образуют обобщенные сигналы Франка—Крестенсона [9, 10]. Они строятся следующим образом. Рассмотрим матрицу В-К

$$\mathbf{A}_N[j_1, j_0]=v_{j_1}(j_0),\ j_1, j_0\in 0:N-1$$

и построим на ее основе матрицу $\mathbf{G}_N$ с элементами

$$\mathbf{G}_N[j_1, j_0]=a(j_1)\mathbf{A}_N\left[\pi(j_1),\, j_0\underset{n}{\oplus}p(j_1)\right],$$

где $a(j_1)$ — комплексные коэффициенты; π — перестановка чисел 0, 1, ..., $N-1$ и $p(j_1)$ — некоторые числа из множества $0:N-1$.

Сигнал Франка—Крестенсона $\varphi(j)$ принадлежит пространству C_{N^2} и на основном периоде $\{0, 1, ..., n^{2s}-1\}$ определяется так:

$$\varphi(j_1N+j_0)=\mathbf{G}_N[j_1, j_0],\ j_1, j_0\in 0:N-1$$

или подробнее

$$\varphi(j_1N+j_0)=a(j_1)\omega_n^{\{\pi(j_1),\,j_0\}_s}\omega_n^{\{\pi(j_1),\,p(j_1)\}_s}. \quad (15)$$

В статье [10] доказана следующая теорема.

Теорема. Для того чтобы сигнал φ вида (15) являлся дельта-n-коррелированным и удовлетворял условию $\|\varphi\|^2=N$, необходимо и достаточно, чтобы $|a(j_1)|\equiv 1$ при $j_1\in 0:N-1$.

Варьируя параметры a, π, p в формуле (19) при ограничении $|a(j_1)|\equiv 1$, можно строить ансамбли, состоящие из заведомо дельта-n-коррелированных сигналов. При этом можно выбирать параметры таким образом, чтобы выполнялось условие (14).

Особо выделим бинарные сигналы — дискретные периодические функции, принимающие только два значения: +1 и –1. Характерным примером бинарных сигналов являются дискретные функции Уолша — частный случай дискретных функций В-К при $n = 2$:

$$w_k(j) = (-1)^{\{k,\, j\}_s},\ k,\, j \in 0 : N-1.$$

Любой бинарный сигнал x удовлетворяет условию $\|x\|^2 = N$, поэтому для ансамблей бинарных сигналов справедливы соотношения (4) и (11). Однако на периодах $N > 4$ оптимальных ансамблей, реализующих точную границу неравенства (4) с $R_a = 0$, не существует, поскольку не существует дельта-коррелированных бинарных сигналов [5]. В то же время на периодах $N = 2^{2s}$ существуют бинарные дельта-2-коррелированные сигналы, например сигналы Франка—Уолша

$$\psi(j_1 N + j_0) = (-1)^{p(j_1)}\, w_{\pi(j_1)}(j_0),\ j_1, j_0 \in 0 : 2^{s-1}. \quad (16)$$

Дельта-2-коррелированность сигналов (16) следует из теоремы. Для задания сигналов (16) на основном периоде используется альтернативная форма записи

$$\psi = \Big((-1)^{p(0)}\, w_{\pi(0)},\ (-1)^{p(1)}\, w_{\pi(1)}, \ldots,$$
$$(-1)^{p(2^s-1)}\, w_{\pi(2^s-1)}\Big).$$

Выбором перестановки π и модулятора фазы p можно обеспечить построение ансамбля бинарных сигналов, реализующего точную границу неравенства (11) с $R_a^{(n)} = 0$ и $R_c^{(n)} = \sqrt{N}$ при $n = 2$. Например, на периоде $N = 16$ этим свойством будет обладать ансамбль из трех сигналов

$$\begin{aligned} \psi_0 &= (w_0, w_1, w_2, w_3);\\ \psi_1 &= (w_0, w_2, w_3, w_1);\\ \psi_2 &= (w_0, w_3, w_1, w_2). \end{aligned} \quad (17)$$

На периоде $N = 64$ таких сигналов будет уже семь:

$$\begin{aligned} \psi_0 &= (w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7);\\ \psi_1 &= (w_0, w_2, w_4, w_6, w_3, w_1, w_7, w_5);\\ \psi_2 &= (w_0, w_3, w_6, w_5, w_7, w_4, w_1, w_2);\\ \psi_3 &= (w_0, w_4, w_3, w_7, w_6, w_2, w_5, w_1);\\ \psi_4 &= (w_0, w_5, w_1, w_4, w_2, w_7, w_3, w_6);\\ \psi_5 &= (w_0, w_6, w_7, w_1, w_5, w_3, w_2, w_4);\\ \psi_6 &= (w_0, w_7, w_5, w_2, w_1, w_6, w_4, w_3). \end{aligned} \quad (18)$$

В случае больших периодов N подбор подходящей перестановки π методом полного перебора оказывается чрезмерно трудоемким. Мы предлагаем существенно сузить класс рассматриваемых перестановок, ограничившись параметризованным семейством.

Лемма 2 [11]. Зафиксируем число $q \in 1 : N-1$ и построим отображение

$$\pi(k) = 2k,\ \pi\left(\frac{N}{2} + k\right) = 2k \underset{2}{\oplus} q,\ k \in 0 : \frac{N}{2} - 1. \quad (19)$$

Если q — нечетное, то отображение π вида (19) является перестановкой множества $\{0, 1, ..., N-1\}$.

Возьмем перестановку π вида (19) при некотором нечетном q и рассмотрим отображения $\pi^2(k) = \pi(\pi(k))$, $\pi^3(k) = \pi(\pi^2(k))$, ... Нетрудно видеть, что $\pi^\alpha(k)$ при любом натуральном α также является перестановкой. Положим по определению $\pi^0(k) = k$. Построенной таким образом системе перестановок можно сопоставить ансамбль сигналов

$$\psi_\alpha = \left(w_{\pi^\alpha(0)}, w_{\pi^\alpha(1)}, \ldots, w_{\pi^\alpha(2^s-1)}\right),$$
$$\alpha = 0, 1, 2, \ldots. \quad (20)$$

Анализ свойств сигналов вида (20) при малых s показывает, что можно подобрать значение параметра q в формуле (19) таким образом, что сигналы ψ_α при $\alpha = 0, 1, ..., 2^s - 2$ будут попарно различны и при этом взаимная 2-корреляция любых двух сигналов ансамбля будет равняться 2^s (т. е. $\sqrt{N}$) по абсолютной величине. Такие ансамбли состоят из заведомо дельта-2-коррелированных сигналов и реализуют точную границу неравенства (11) с $R_a^{(2)} = 0$ и $R_c^{(2)} = \sqrt{N}$. Например, при $q = 3$ таким образом были построены ансамбли (17) и (18) на периодах $N = 16$ и $N = 64$ соответственно.

В общем случае можно сформулировать следующую гипотезу.

S	$N = 2^s$	q
2	4	3
3	8	3, 5
4	16	3, 9
5	32	5, 9, 15, 23, 27, 29
6	64	3, 27, 33, 39, 45, 51
7	128	3, 9, 15, 17, 29, 39, 43, 57, 63, 65, 75, 83, 85, 101, 111, 113, 119, 125
8	256	29, 43, 45, 77, 95, 99, 101, 105, 113, 135, 141, 169, 195, 207, 231, 245
9	512	17, 27, 33, 45, 51, 89, 95, 105, 111, 119, 125, 135, 149, 163, 165, 175, 183, 189, 207, 209, 219, 245, 249, 275, 277, 287, 291, 305, 315, 335, 347, 353, 363, 365, 371, 383, 389, 399, 437, 441, 455, 459, 461, 469, 473, 483, 489, 507
10	1024	9, 27, 39, 45, 101, 111, 129, 139, 197, 215, 231, 243, 255, 269, 281, 291, 305, 317, 323, 343, 363, 389, 399, 407, 417, 455, 485, 503, 507, 531, 533, 549, 567, 579, 591, 603, 633, 639, 649, 693, 705, 723, 735, 765, 791, 797, 801, 825, 839, 845, 853, 857, 867, 893, 909, 915, 945, 987, 1011, 1017

Гипотеза. На каждом периоде длины $N = 2^{2s}$, $s \geq 2$, существует по крайней мере один ансамбль P, состоящий из $\sqrt{N}-1$ бинарных сигналов, удовлетворяющих условиям

$$\left|R_{xx}^{(2)}(j)\right| = N\delta_N(j) \text{ для всех } x \in P;$$

$$\left|R_{xy}^{(2)}(j)\right| \equiv \sqrt{N} \text{ для всех } x, y \in P, x \neq y.$$

В таблице приведены значения параметра q, подтверждающие выдвинутую гипотезу.

Заметим, что объем полученного ансамбля сигналов составляет $N^{3/2}$, где N — период сложного дискретного сигнала.

Заключение

Построены новые оптимальные ансамбли сложных дискретных сигналов для решения задач синхронного кодового уплотнения. В отличие от ортогональных систем Уолша, традиционно применяемых в технологии CDMA, полученные ансамбли состоят из сложных сигналов со свойствами: структурная непредсказуемость у этих сигналов равна периоду, потери при обработке в n-фильтре минимальны, количество сигналов в ансамбле превышает период.

Литература

1. **Сидельников В. М.** О взаимной корреляции последовательностей // ДАН СССР. 1971. Т. 196. № 3. С. 531–534.
2. **Sarwate D. V.** Bounds on Crosscorrelation and Autocorrelation of Sequences // IEEE Transactions on Information Theory. Nov. 1979. Vol. IT-25. N 6. P. 720–724.
3. **Welch L. R.** Lower bounds on the maximum crosscorrelation properties // IEEE Transactions on Information Theory. May 1974. Vol. IT-20. P. 397–399.
4. **Pursley M. B.** Performance Evaluation for Phase-Coded Spread Spectrum Multiple Access Communication. P. 2. Code Sequence Analysis // IEEE Trans. 1977. Vol. COM-25. N 8. P. 800–803.
5. **Ипатов В. П.** Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами. — М.: Радио и связь, 1992. — 152 с.
6. **Габидулин Э. М., Афанасьев В. Б.** Кодирование в радиоэлектронике. — М.: Радио и связь, 1986. — 176 с.
7. **Трахтман А. М., Трахтман В. А.** Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. — М.: Сов. радио, 1975. — 239 с.
8. **Малоземов В. Н., Машарский С. М.** Обобщенные вейвлетные базисы, связанные с дискретным преобразованием Виленкина—Крестенсона // Алгебра и анализ. 2001. Т. 13. Вып. 1. С. 111–157.
9. **Малоземов В. Н., Цветков К. Ю.** Об оптимальных парах сигнал—фильтр // Проблемы передачи информации. 2003. Т. 39. Вып. 2. С. 50–61.
10. **Малоземов В. Н., Машарский С. М., Цветков К. Ю.** Сигнал Франка и его обобщения // Проблемы передачи информации. 2001. Т. 37. Вып. 2. С. 18–26.
11. **Цветков К. Ю.** О взаимной корреляции дискретных сигналов в обобщенном базисе Виленкина—Крестенсона // Современное состояние и перспективы развития технологии автоматизированного управления и связи: тр. Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского / ВКА имени А. Ф. Можайского. СПб., 2007. Вып. 621. С. 132–144.