

УДК 621.391.372

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ПОИСКА СИГНАЛОВ ПОРОГОВЫМ ОБНАРУЖИТЕЛЕМ

Г. Н. Мальцев,

доктор техн. наук, профессор

А. Н. Сакулин,

заместитель начальника факультета радиоэлектроники

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского

Рассмотрена модель последовательного поиска сигнала по неизвестному параметру в дискретном пространстве поиска. Исследованы зависимости вероятности правильного обнаружения и среднего времени поиска сигнала от вероятностей ложного обнаружения и пропуска сигнала в одной ячейке поиска и числа ячеек. На примере анализа характеристик обнаружения сигнала в обычном (одноэтапном) и двухэтапном последовательных обнаружителях показана возможность использования рассмотренной модели для сравнения эффективности различных типов обнаружителей.

Ключевые слова — поиск и обнаружение сигнала, характеристики обнаружения, среднее время поиска, одноэтапный обнаружитель, двухэтапный обнаружитель.

Введение

Широкий класс информационных и измерительных радиотехнических систем, в частности радиолокационных [1, 2] и радионавигационных [3, 4], на первом этапе работы (поиск объекта, входение в связь) функционируют как поисковые системы обнаружения. На этом этапе необходимо обнаружить факт наличия сигнала и провести оценку его параметров (задержки, частоты, направления прихода) с точностью до ширины полосы захвата следящих устройств, осуществляющих точную оценку параметров и слежение за ними в процессе последующих этапов работы в основном режиме функционирования системы (измерений, приема информации). Поэтому эффективное применение таких систем по назначению в значительной степени зависит от качества поиска и обнаружения сигнала при входении в связь.

Указанная ситуация характерна, например, для приема сложных фазоманипулированных сигналов на основе псевдослучайных последовательностей (ПСП), широко используемых в современных спутниковых системах радионавигации и радиоперехвата [4, 5]. При входении в связь приемное устройство работает как после-

довательный обнаружитель и путем подстройки по задержке опорной ПСП осуществляет поиск и обнаружение по задержке принимаемого сигнала. Особое значение режим поиска и обнаружения ПСП по задержке приобретает при использовании длинных и сверхдлинных ПСП с числом элементов до нескольких десятков тысяч и более, когда поиск сигнала по временному сдвигу становится достаточно длительной операцией, предшествующей собственно передаче информации или навигационным определениям.

В настоящей работе на основе модели последовательного поиска, описываемой обобщенным ориентированным графом, исследуются характеристики порогового обнаружения сигнала по неизвестному параметру, априорная область неопределенности которого может быть разбита на конечное число областей (ячеек), образующих дискретное пространство поиска. Поиск и обнаружение сигнала осуществляются в условиях шума, вследствие чего возможны ошибки — пропуски и ложные обнаружения сигнала. В качестве статистических характеристик обнаружителя рассматриваются вероятность правильного обнаружения сигнала и среднее время обнаружения. В терминах теории обобщенных задач поиска [6] данными характеристиками определяются

надежность (точность) осуществления поиска и величина поисковых усилий, затрачиваемых на процесс поиска, соответственно, а область неопределенности неизвестного параметра сигнала определяет поисковое пространство.

Граф состояний обнаружителя и основные соотношения для характеристик обнаружения

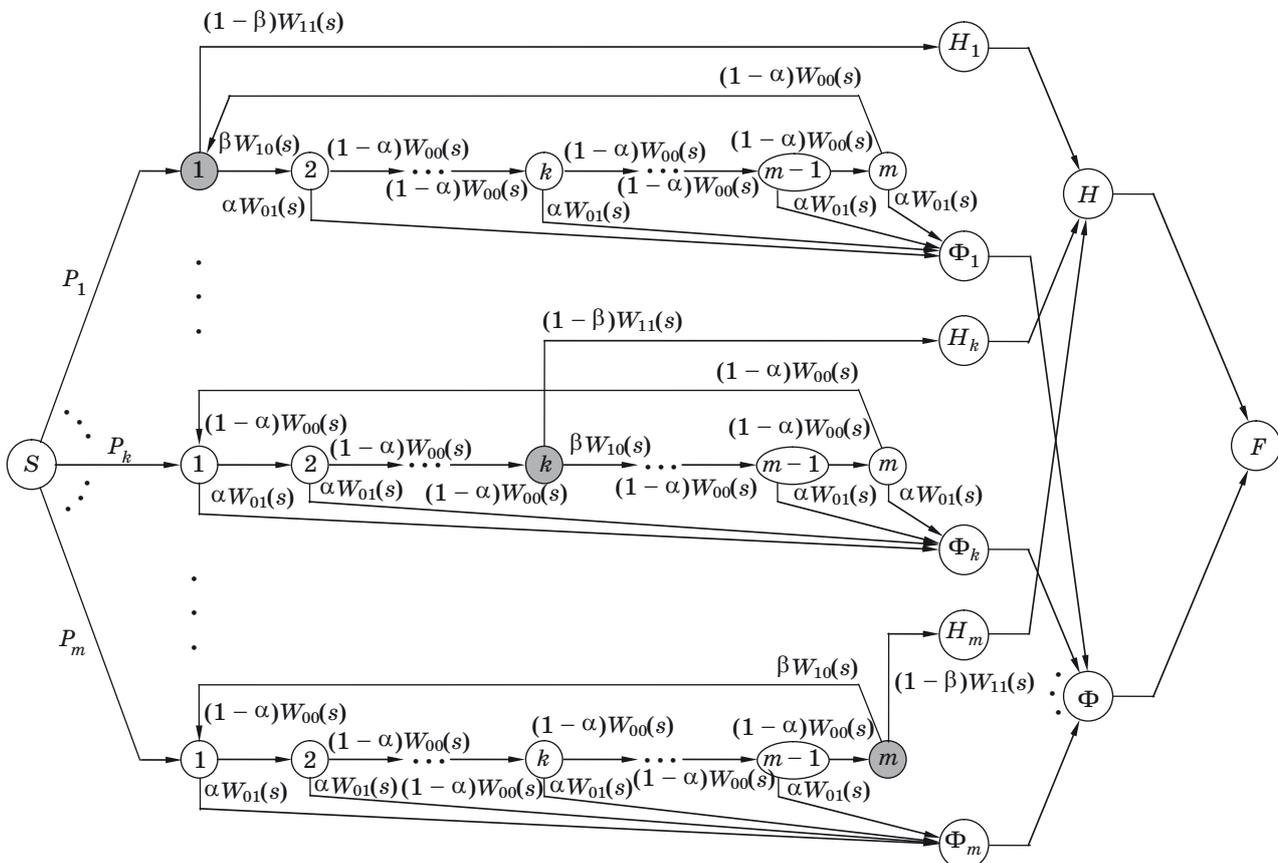
В общем случае исходным состоянием ориентированного графа, описывающего процесс поиска по соответствующему параметру, является состояние начала поиска сигнала (начало просмотра первой ячейки), а результирующими поглощающими состояниями являются состояния, соответствующие окончанию поиска правильным и ошибочным обнаружением сигнала. Каждая временная ячейка соответствует дискретному значению неизвестного параметра, например задержки принимаемой ПСП, интервал дискретизации при этом соответствует длительности символа ПСП. Под пустой ячейкой понимается область значений параметра, не соответствующая значению параметра принимаемого сигнала, а под сигнальной ячейкой — область значений параметра,

соответствующая значению параметра принимаемого сигнала.

Ориентированный граф состояний обобщенной процедуры последовательного поиска сигнала в конечном числе m ячеек показан на рис. 1 [7]. На графе обозначены: S — исходное состояние, F — результирующее состояние, α и β — вероятности соответственно ложного обнаружения и пропуска сигнала в одной ячейке поиска, $W_{ij}(s)$ — преобразования Лапласа от плотностей распределения вероятностей времени анализа ячеек ($i, j = \{0; 1\}$), P_k — вероятность наличия сигнала в k -й ячейке, H_k — состояние правильного обнаружения сигнала в k -й ячейке, Φ_k — состояние ошибочного обнаружения сигнала в k -й ячейке ($k = 1, \dots, m$), H — состояние правильного обнаружения сигнала по результатам анализа всех ячеек, Φ — состояние ошибочного обнаружения сигнала по результатам анализа всех ячеек. Для вероятностей P_k выполняется условие нормировки

$$\sum_{k=1}^m P_k = 1.$$

В функции $W_{ij}(s)$ равенство нулю или единице первого индекса i указывает на то, что анализируется пустая или сигнальная ячейка соответ-



■ Рис. 1. Ориентированный граф состояний обобщенной процедуры последовательного поиска сигнала

ственно, а второй индекс j равен нулю, когда принимается решение об отсутствии сигнала, и равен единице, когда принимается решение о наличии сигнала. Определяя передаточные функции $H(s)$ и $\Phi(s)$ графа, соответствующие переходам в состояния правильного и ошибочного обнаружения сигнала, по результатам анализа всех ячеек и используя свойства преобразования Лапласа [8], можно получить аналитические выражения для интересующих статистических характеристик последовательного поиска сигнала: вероятность правильного обнаружения — $P_{об} = H(s)|_{s=0}$, среднее время обнаружения — $T_{п.ср} = -\left[\frac{dH(s)}{ds}\right]_{s=0} + \left[\frac{d\Phi(s)}{ds}\right]_{s=0}$.

Передаточные функции $H(s)$ и $\Phi(s)$ графа, изображенного на рис. 1, при переходе в поглощающие состояния H и Φ имеют следующий вид [7]:

$$H(s) = \frac{(1-\beta)W_{11}(s)}{1-\beta(1-\alpha)^{m-1}W_{10}(s)W_{00}^{m-1}(s)} \times \sum_{k=1}^m P_k(1-\alpha)^{k-1}W_{00}^{k-1}(s); \quad (1)$$

$$\Phi(s) = \frac{\alpha W_{01}(s)}{1-(1-\alpha)W_{00}(s)} \times \left[1 - \frac{1-\beta W_{10}(s)}{1-\beta(1-\alpha)^{m-1}W_{10}(s)W_{00}^{m-1}(s)} \times \sum_{k=1}^m P_k(1-\alpha)^{k-1}W_{00}^{k-1}(s) \right]. \quad (2)$$

Входящие в выражения (1) и (2) вероятности наличия сигнала в k -й ячейке P_k задаются с учетом априорной информации о параметрах принимаемого сигнала; вероятности ложного обнаружения и пропуска сигнала в одной ячейке α и β определяются уровнями сигнала и помехи на входе приемника и величиной порога обнаружения.

После преобразований окончательные выражения для вероятности правильного обнаружения сигнала и среднего времени поиска могут быть представлены в следующем виде:

$$P_{об} = \frac{1-\beta}{1-\beta(1-\alpha)^{m-1}} \sum_{k=1}^m P_k(1-\alpha)^{k-1}; \quad (3)$$

$$T_{п.ср} = \frac{\tau_0}{\alpha} - \frac{(1-\beta)\tau_0 - \alpha\tau_1}{\alpha[1-\beta(1-\alpha)^{m-1}]} \sum_{k=1}^m P_k(1-\alpha)^{k-1}, \quad (4)$$

где τ_0 и τ_1 — среднее время анализа пустой и сигнальной ячеек соответственно.

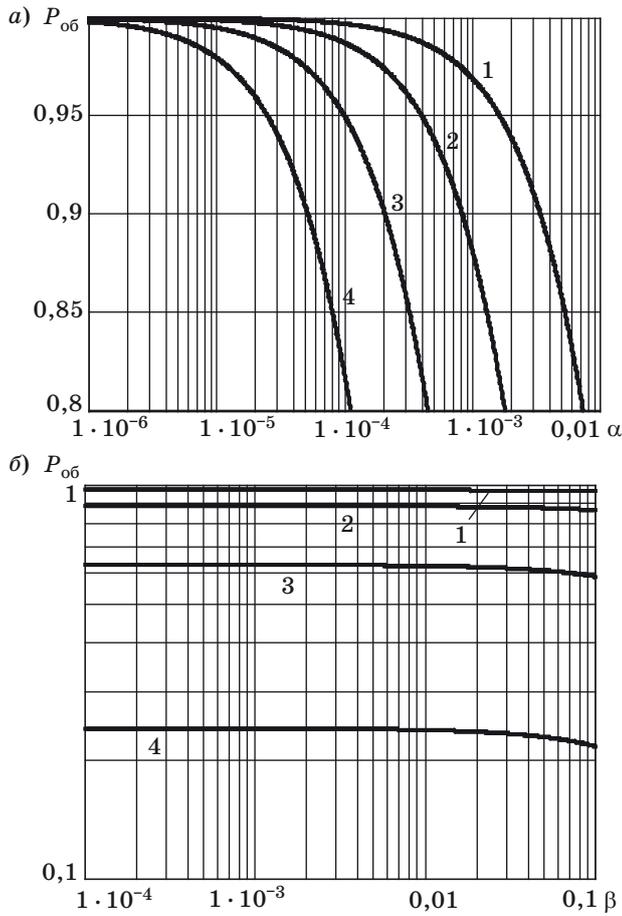
Выражения (3) и (4) для вероятности правильного обнаружения $P_{об}$ и среднего времени поиска $T_{п.ср}$ позволяют при заданных вероятностях α и β

провести анализ эффективности порогового обнаружителя при самых общих предположениях о распределении времен анализа ячеек и априорных данных о параметрах принимаемого сигнала. Практический интерес представляет определение статистических характеристик обнаружения сигнала в различных условиях приема и при различном числе ячеек поиска. Для этого с помощью выражений (3) и (4) могут быть получены зависимости величин $P_{об}$ и $T_{п.ср}$ от вероятностей ложного обнаружения α , пропуска сигнала β и от числа ячеек поиска m , позволяющие сравнивать характеристики обнаружения для различных схем обнаружителей и величин α и β при заданном энергетическом потенциале системы.

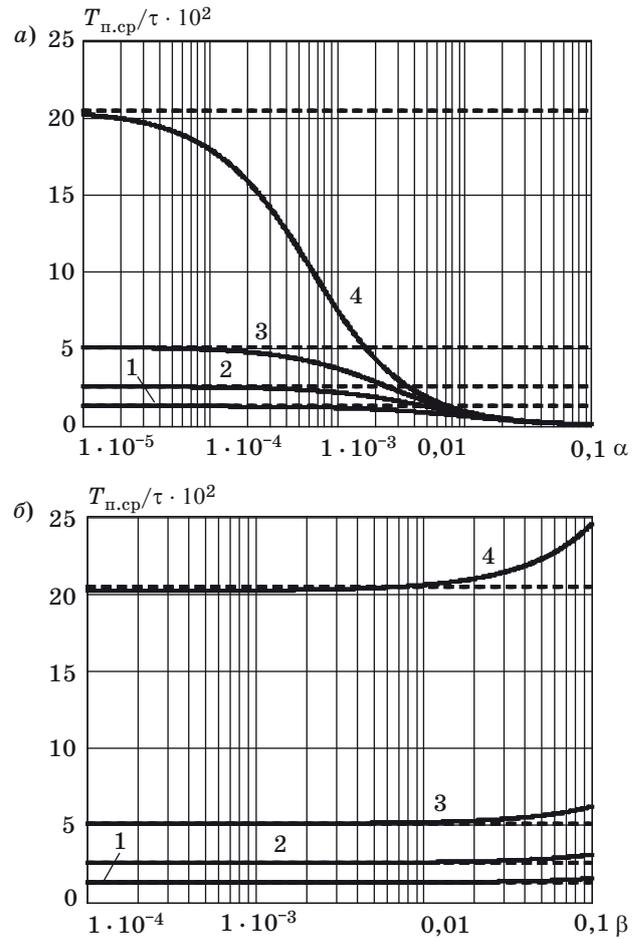
Исследование характеристик обнаружения при последовательном поиске сигналов

Были рассчитаны зависимости $P_{об}$ и $T_{п.ср}$ от параметров α , β и m , представленные на рис. 2, 3, а, б. Полагалось, что время анализа каждой ячейки составляет $\tau = \tau_0 = \tau_1$ и что нахождение сигнала в каждой из анализируемых ячеек равновероятно: $P_k = 1/m$. Представленные графики иллюстрируют характер зависимости анализируемых величин $P_{об}$ и $T_{п.ср}$ от параметров α , β и m . Величина $T_{п.ср} / \tau$ представляет собой среднее число шагов поиска сигнала. Значения числа ячеек поиска m выбирались соответствующими различным длинам ПСП типа M -последовательностей, используемых в качестве модулирующих функций при формировании сложных фазоманипулированных сигналов в системах связи и радиоуправления [9, 10].

Как и следовало ожидать, качество обнаружения ухудшается с увеличением вероятностей α и β , а при фиксированных α и β — с увеличением m . Из графиков (см. рис. 2) видно, что вероятность правильного обнаружения $P_{об}$ наиболее критична к величине вероятности ложного обнаружения α , а при фиксированных значениях вероятностей ложного обнаружения и пропуска сигнала уменьшается с увеличением числа ячеек поиска m . Для достижения $P_{об} \approx 1$ принципиально необходимо уменьшение величины α до значений, близких к 0, в то же время изменение в определенном диапазоне вероятности пропуска сигнала β незначительно влияет на величину $P_{об}$. Для рассмотренных значений m от 63 до 4095 требуемые для высокого качества обнаружения сигнала значения α изменяются от 10^{-3} до 10^{-5} , а значения β — от 10^{-2} до 10^{-3} . Данное соотношение между требуемыми значениями α и β отражает критичность процесса последовательного поиска к величине ложных тревог, поскольку ложная тревога может произойти в каждой из $m - 1$ пу-



■ **Рис. 2.** Зависимости вероятности правильного обнаружения $P_{об}$ от вероятности: а — ложного обнаружения сигнала в одной ячейке α при вероятности пропуска сигнала $\beta = 10^{-3}$ и различном числе ячеек поиска m ; б — пропуска сигнала в одной ячейке β при вероятности ложного обнаружения сигнала $\alpha = 10^{-5}$ и различном числе ячеек поиска m : 1 — $m = 63$, 2 — $m = 255$, 3 — $m = 1023$, 4 — $m = 4095$



■ **Рис. 3.** Зависимости среднего числа шагов поиска $T_{п.ср} / \tau \cdot 10^2$ от вероятности: а — ложного обнаружения сигнала в одной ячейке α при вероятности пропуска сигнала $\beta = 10^{-3}$ и различном числе ячеек поиска m ; б — пропуска сигнала в одной ячейке β при вероятности ложного обнаружения сигнала $\alpha = 10^{-5}$ и различном числе ячеек поиска m : 1 — $m = 255$, 2 — $m = 511$, 3 — $m = 1023$, 4 — $m = 4095$

стных ячеек, не содержащих сигнал, а пропуск сигнала — только в одной сигнальной ячейке.

Среднее время поиска $T_{п.ср}$ с уменьшением вероятностей α и β стремится к показанному на графиках (см. рис. 3) штриховыми линиями теоретическому пределу, определяемому при $P_k = 1/m$ величиной $(m + 1)\tau/2$. С увеличением вероятности ложного обнаружения α происходит уменьшение $T_{п.ср}$, обусловленное ранними ложными обнаружениями, а с увеличением вероятности пропуска сигнала β происходит увеличение $T_{п.ср}$, обусловленное поздним завершением процесса поиска из-за пропусков сигнала.

Приведенные зависимости позволяют определить требуемые для заданного качества обнаружения сигнала значения вероятностей пропуска сигнала и ложных тревог.

Пример сравнительного анализа одноэтапного и двухэтапного обнаружителей

Возможность использования полученных результатов для сравнения различных схем пороговых обнаружителей рассмотрим на примере сравнения характеристик обнаружения обычного обнаружителя и двухэтапного обнаружителя с контрольным этапом. В обычном (одноэтапном) обнаружителе решение о наличии сигнала в анализируемой ячейке принимается один раз по окончании времени ее анализа, после чего при отсутствии обнаружения осуществляется переход к следующей ячейке. В двухэтапном обнаружителе с контрольным этапом, предложенном для повышения надежности обнаружения сигналов [7, 8], анализ каждой ячейки осуществляется

в два этапа. Если на первом этапе в анализируемой ячейке произошло обнаружение сигнала, то включается обнаружитель второго (контрольного этапа), который должен подтвердить обнаружение. Если на первом этапе в анализируемой ячейке не произошло обнаружение сигнала или на контрольном этапе не произошло подтверждение обнаружения сигнала, то осуществляется переход к следующей ячейке.

В случае обычного обнаружителя вероятности α и β определяются в соответствии с известными выражениями для характеристик обнаружения сигналов [1, 2] и зависят от отношения сигнал/шум (ОСШ) на входе приемного устройства и величины порога обнаружения. В случае двухэтапного обнаружителя результирующие вероятности ложного обнаружения и пропуска сигнала α и β могут быть выражены через вероятности ложного обнаружения α_1, α_2 и пропуска сигнала β_1, β_2 на первом и контрольном этапах соответственно:

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2; \quad (5)$$

$$\beta = \beta_1 + (1 - \beta_1) \beta_2. \quad (6)$$

Входящие в выражения (5) и (6) вероятности $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ для двухэтапного обнаружителя определяются с учетом распределения времени анализа ячеек между первым и вторым этапами обнаружения. Последнее условие означает, что при фиксированном энергетическом потенциале системы и когерентном накоплении сигнала ОСШ на первом и втором этапах в сумме должны быть равны ОСШ, которое имело бы место в обычном одноэтапном обнаружителе при том же времени анализа ячейки τ .

Отметим, что среди двухэтапных обнаружителей различают обнаружители с идеальным и реальным контрольным этапом [8]. В обнаружителе с идеальным контрольным этапом на втором этапе обнаружения решение, принятое на первом этапе, подтверждается безошибочно. В этом случае $\alpha_2 = \beta_2 = 0, \alpha = 0, \beta = \beta_1$ и $P_{об} = 1$. Однако в реальных радиотехнических системах при конечном времени анализа ячеек энергия принимаемого сигнала и ОСШ на обоих этапах обнаружения также будут конечными, при этом вероятности пропуска сигнала и ложного обнаружения отличны от нуля. Поэтому обнаружитель с идеальным контрольным этапом может рассматриваться лишь как некоторый предельный случай, а на практике приходится иметь дело с обнаружителями с реальным контрольным этапом, у которых $\alpha_2 > 0, \beta_2 > 0$ и $P_{об} < 1$. Кроме того, при определении вероятностей $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ необходимо учитывать ограничения, накладываемые на энергетический потенциал системы конечным временем обнаружения сигнала. Если энергии сигнала, приходящейся на время анализа одной ячей-

ки τ , соответствует некоторое ОСШ q , то реальным условиям обнаружения сигналов соответствует определение вероятностей α_1 и β_1 для ОСШ $q_1 = qa$ и вероятностей α_2 и β_2 — для ОСШ $q_2 = q(1 - a)$, где параметр a принимает значения в интервале от 0 до 1 и характеризует распределение времени анализа ячейки τ между первым и вторым этапами обнаружения.

Проведенный анализ показал, что при соответствующем выборе параметра a и фиксированном ОСШ $q = q_1 + q_2$ в двухэтапном обнаружителе с контрольным этапом обеспечивается выигрыш в вероятности правильного обнаружения сигнала $P_{об}$ по сравнению с обычным одноэтапным обнаружителем. Вероятности ложных обнаружения и пропуска сигналов в зависимости от ОСШ рассчитывались в гауссовом приближении для случая выбора порога по критерию идеального наблюдателя [11], при этом вероятности α, β для одноэтапного обнаружителя определялись для ОСШ q , а для двухэтапного обнаружителя полагалось $a = 0,5$ и вероятности $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ определялись для ОСШ $q = q/2$.

Выигрыш в достоверности обнаружения, достигаемый при переходе от одноэтапного к двухэтапному обнаружению, может быть выражен в вероятности правильного обнаружения и в ОСШ. Выигрыш в вероятности правильного обнаружения определяется при фиксированном ОСШ, а выигрыш в ОСШ определяется при фиксированной вероятности правильного обнаружения аналогично определению энергетического выигрыша от кодирования [11, 12]. Число ячеек поиска m в обоих случаях полагается фиксированным, при этом «платой» за увеличение достоверности обнаружения является увеличение среднего времени поиска.

В табл. 1 приведены значения выигрыша B_1 в вероятности правильного обнаружения $P_{об}$ при переходе от одноэтапного к двухэтапному обнаружению при различных значениях ОСШ q для $m = 4095$. Выигрыш определялся по формуле $B_1 = P_{об2}/P_{об1}|_{q_0=\text{const}}$, где $P_{об1}, P_{об2}$ — вероятность правильного обнаружения в одноэтапном и двухэтапном обнаружителе соответственно. В таблице также показаны достижимые при выбранных значениях q вероятности правильного обнаружения $P_{об2}$. Выигрыш B_1 уменьшается с увеличением ОСШ q и в рассмотренном диапазоне значений q достигает 84 %.

■ Таблица 1

q	B_1	$P_{об2}$
20	1,844	0,133
30	1,253	0,756
40	1,023	0,977
50	1,002	0,998

■ Таблица 2

$P_{об}$	B_2	q_{02}
0,8	3,5	31
0,85	3,0	32
0,9	2,5	34
0,95	2	37

В табл. 2 приведены значения выигрыша B_2 в ОСШ q при переходе от одноэтапного к двухэтапному обнаружению при различных значениях вероятности правильного обнаружения $P_{об}$ для $m = 4095$. Выигрыш определялся по формуле $B_2 = (q_{01} - q_{02})|_{P_{об}=\text{const}}$, где q_{01} , q_{02} — ОСШ, при котором достигается вероятность правильного обнаружения $P_{об}$ в одноэтапном и двухэтапном обнаружителе соответственно. В таблице также показаны значения ОСШ q_{02} , при которых достигаются выбранные значения $P_{об}$. Выигрыш B_2 уменьшается с увеличением вероятности правильного обнаружения и в рассмотренном диапазоне значений $P_{об}$ составляет 5–11 %.

Литература

1. Коростелев А. А. и др. Теоретические основы радиолокации / Под ред. В. Е. Дулевича. — М.: Сов. радио, 1978. — 608 с.
2. Акимов П. С. и др. Обнаружение радиосигналов / Под ред. А. А. Колосова. — М.: Радио и связь, 1989. — 288 с.
3. Шебшаевич В. С. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. В. С. Шебшаевича. — М.: Радио и связь, 1993. — 408 с.
4. Бакитько Р. В. и др. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — М.: Радиотехника, 2005. — 688 с.
5. Тузов Г. И. и др. Адресные системы управления и связи. Вопросы оптимизации / Под ред. Г. И. Тузова. — М.: Радио и связь, 1993. — 384 с.
6. Альсведе Р., Вегенер И. Задачи поиска: пер. с нем. — М.: Мир, 1982. — 368 с.
7. Борисов В. И. и др. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов моду-

Заключение

Рассмотренная модель поиска позволяет исследовать характеристики различных последовательных обнаружителей, используемых в информационных и измерительных радиотехнических системах, и допускает достаточно широкие возможности учета условий обнаружения, связанных с энергетическим потенциалом системы, наличием априорной информации о параметрах принимаемого сигнала, по которым осуществляется поиск, и типом обнаружителя. На примере сравнительного анализа характеристик одноэтапного и двухэтапного обнаружителей показана возможность выбора параметров и типа обнаружителя, обеспечивающих выигрыш в достоверности обнаружения при фиксированном энергетическом потенциале системы. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании широкого класса радиотехнических систем, применение которых связано с реализацией режимов поиска и обнаружения сигналов по одному или нескольким параметрам в дискретном пространстве поиска.

ляцией несущей псевдослучайной последовательностью / Под ред. В. И. Борисова. — М.: Радио и связь, 2003. — 640 с.

8. Журавлев В. И. Поиск и синхронизация в широкополосных системах. — М.: Радио и связь, 1986. — 240 с.
9. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. — М.: Радио и связь, 1985. — 384 с.
10. Галантерник Ю. М., Гориш А. В., Калинин А. Ф. Командно-измерительные системы и наземные комплексы управления космическими аппаратами. — М.: МГУЛ, 2003. — 200 с.
11. Игнатов В. А. Теория информации и передачи сигналов. — М.: Радио и связь, 1991. — 280 с.
12. Вернер М. Основы кодирования: пер с нем. — М.: Техносфера, 2008. — 288 с.