

УДК 004.94

## МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОННОГО МУАРОВОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

**А. Антал,**  
научный сотрудник  
Будапештский университет технологии и экономики

Представлена математическая модель возникновения муарового явления в электронном измерительном приборе. В классической схеме муарового оборудования первая оптическая система проецирует систему решеток на исследуемую поверхность, откуда полученное изображение посредством следующей оптической системы проецируется на интерференционную решетку. В случае муарового явления возникшая электронным методом деформированная информационная решетка поступает непосредственно в память вычислительной машины, в которой происходит обработка информации. Представленный метод может быть использован для конструкции специализированного измерительного прибора.

**Ключевые слова** – муаровый эффект, информационная решетка, измерительный прибор.

### Введение

В настоящее время муаровый эффект применяется для решения таких задач, как создание контура трехмерных объектов [1], определение недостающих или сдвинутых деталей в мультикомпонентных сборках, измерение деформаций при анализе напряжений [2], анализ вибраций [3], а также линейных [4] и угловых смещений [5]. Первые упоминания о муаровом эффекте относятся к 1859 г., когда появилась работа Фуко, посвященная применению метода анализа качества элементов оптических систем.

Муаровый эффект наблюдается, когда любые два (или более) достаточно плотных массива линий, точек или других геометрических элементов накладываются друг на друга и рассматриваются в проходящем или отраженном свете. Таким образом, если два массива состоят из непрозрачных параллельных полос, и при этом имеется несовпадение либо в шаге этих полос, либо в их ориентации, при наложении таких решеток образуется интерференционная картина [6]. Поэтому при наложении периодических решеток из непрозрачных (чередующихся черных) и прозрачных (белых) зон образуется квазиинтерференционная картина [7], полосы которой называются муаровыми [8].

Для изучения природы муарового эффекта достаточно рассмотреть случай наложения двух решеток [9], состоящих из прямых параллельных

черных и белых полос равной ширины с неодинаковыми пространственными частотами. При наложении двух таких решеток возникают черные и белые области муаровой картины.

### Измерительные приборы, работающие на основе муарового явления

Муаровый эффект предоставляет хорошие возможности для измерения тел различных форм, деформации или движущихся поверхностей. Применяемое оборудование для практических измерений связей между решетками, вызывающих муаровое явление, Виндишбауером [10] было разделено на 3 группы.

При использовании теневого оборудования [11, 12] муаровую задачу для обеих решеток (информационной и интерференционной) осуществляет одна физическая решетка вследствие негибкости связи. Однако, несмотря на то, что такое оборудование очень простое и с его помощью можно получить высококонтрастное изображение, оно достаточно тяжело в установке и трудно приспособляемое к характеру измерения. В проекционном муаровом оборудовании функция информационной и интерференционной решеток неодинакова, к тому же, находясь в разных частях прибора [13, 14], их параметры, такие как чувствительность и пространственные размеры, тоже могут быть различны. Общее свойство этих методов — возникновение муарового явления, содержащего ра-

бочую информацию внутри самого прибора, где и происходит выборка информации. На изображении, содержащем линии муара, информационная и интерференционная решетки не видны, поэтому разрешающая способность детектора и оптической системы чувствительного элемента зависят только от явления муара.

В случае муарового явления, полученного электронным методом [15], деформированная информационная решетка поступает непосредственно в память вычислительной машины, в которой происходят обработка и дискретизация данных, вследствие чего возникает муаровое явление. Это значит, что при максимальной разрешающей способности детектора происходит прием деформированной решетки и независимо от этого выбираются параметры процесса дискретизации. Оборудованию для электронного муарового явления соответствует проекционное, в котором интерференционная решетка в действительности отсутствует, и только ее виртуальный вид находится в памяти вычислительной машины.

### Математическая модель измерительного прибора

Итак, суть классической схемы работы муарового оборудования заключается в проецировании системы штриховок первой оптической системой на исследуемую поверхность с последующей проекцией полученного изображения на интерференционную решетку второй системой, вследствие чего возникает изображение, содержащее муаровые полосы, непосредственно связанные с исследуемым объектом.

В случае электронного муарового оборудования деформированная решетка дискретизируется в память вычислительной машины двумя способами. В первом случае (тип А) деформированная решетка дискретизируется с помощью виртуальной решетки, состоящей из равнопромежуточных штрихов. Во втором случае (тип Б) деформированная решетка дискретизируется решеткой, возникшей с помощью плоской поверхности, показывающей на наличие в пространстве исследуемого объекта. Достаточно просто можно найти сходство между методом типа А и проекционным, и между методом типа Б и двухэкспозиционным муаровым.

В математическом описании предположим, что вместо оптического изображения использованы центральное и точечное изображения, это означает, что фокусное расстояние системы изображения многократно меньше, чем расстояние от объекта, и глубина резкого (резкости) изображения большая. При проекции решетки в пространстве объекта возникают светлые и темные

области, которые пересекают светлые и темные участки чувствительного прибора, образованные с помощью виртуальной решетки. Соответствующие, и в среднем самые светлые, точки образуют муаровые поверхности.

### Оборудование типа А

Одну обыкновенную точку муаровой поверхности с помощью прямых  $\zeta$  и  $\varepsilon$  можно очень просто определить (рис. 1). Прямая  $\varepsilon$  может быть определена с помощью точек 2 и 3:

$$y = \frac{f_s \cos \varphi}{nT_a + f_s \sin \varphi} (x - x_b) + \Delta y, \quad (1)$$

где  $\Delta y$  — ошибка установки, т. е. расстояние между центрами оптических систем 0 и 2 в направлении  $y$ ;  $T_a$  — шаг решетки в плоскости  $\delta_s$ ;  $f_s$  — фокусное расстояние оптической системы в точке 2;  $n$  — переменная решетки;  $x_b$  — расстояние между центрами оптических систем 0 и 2 в направлении  $x$ .

Прямая  $\zeta$  определяется через точки 1 и 0:

$$y = \frac{f_0}{\xi u T_a} x,$$

где  $f_0$  — фокусное расстояние оптической системы в точке 0;  $\xi$  — соотношение пространственных частот решеток в плоскостях  $\delta_0$  и  $\delta_s$ .

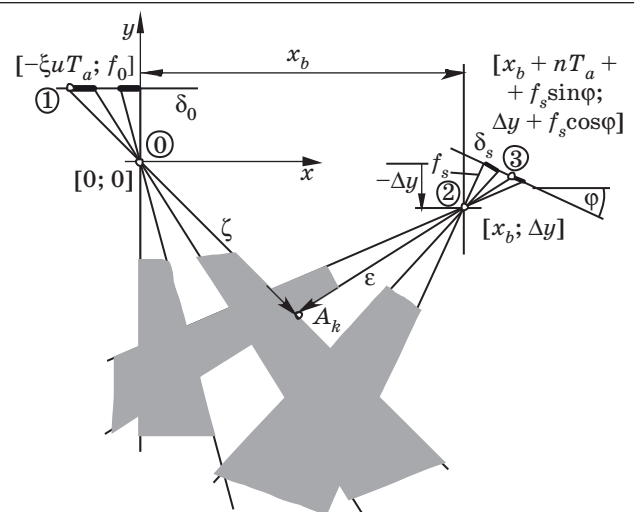
Если порядок поверхностей  $k = n - u$ , тогда прямая  $\zeta$  получает форму

$$y = \frac{f_0}{\xi(n-k)T_a} x. \quad (2)$$

На основе уравнений (1) и (2) муаровую поверхность можно описать в форме

$$a_1 x^2 + a_2 xy + a_3 y^2 + a_4 x + a_5 y + a_6 = 0,$$

коэффициенты которой представлены в табл. 1.



■ Рис. 1. Модель муарового измерительного прибора типа А

■ **Таблица 1.** Коэффициенты вторичной формы (оборудование типа А)

Коэффициент	Выражение
$a_1$	0
$a_2$	$\xi f_s \cos \varphi + f_0$
$a_3$	$-\xi k T_a - \xi f_s \sin \varphi$
$a_4$	$f_0 \Delta y$
$a_5$	$\xi f_s \Delta y \sin \varphi - \xi f_s x_b \cos \varphi + \Delta y \xi k T_a$
$a_6$	0

На основе метода, опубликованного в работе [16], вторичная форма принимает вид гиперболы, так как выражение  $(\xi f_s \cos \varphi - f_0)^2$  всегда положительно. Тогда координата центра вторичной формы

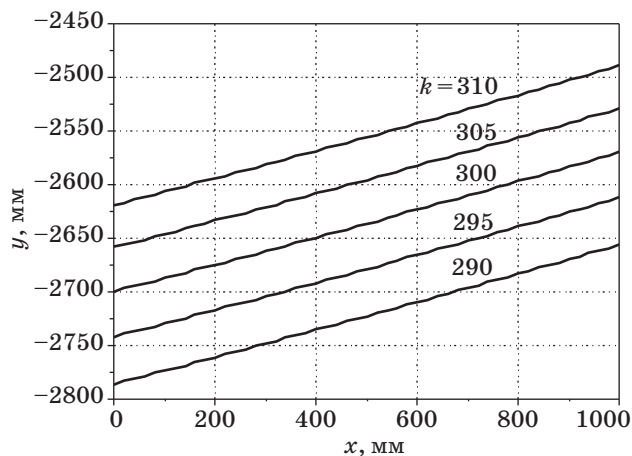
$$y_0 = \frac{f_0}{f_0 - \xi f_s \cos \varphi} \Delta y$$

и тангенсы углов асимптот равны:

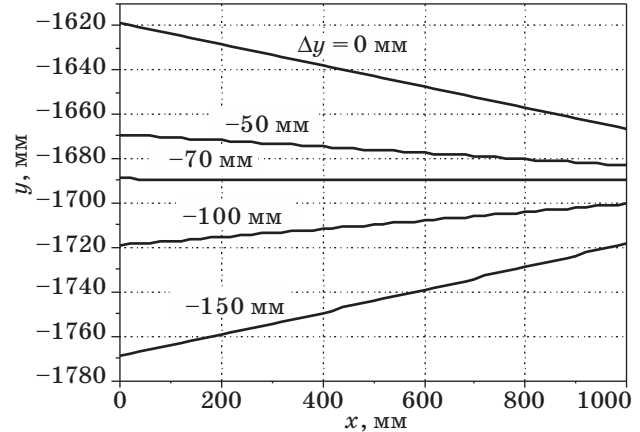
$$\operatorname{tg} \sigma_1 = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = \frac{f_0 - \xi f_s \cos \varphi}{\xi k T_a - \xi f_s \sin \varphi}. \quad (4)$$

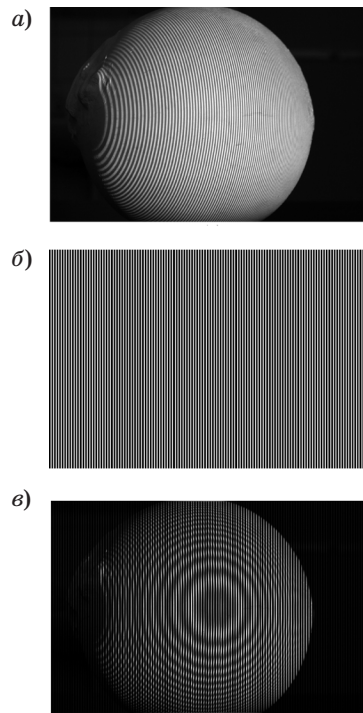
Из уравнений (3) и (4) видно, что углы асимптот гиперболы не зависят от ошибки установки ( $\Delta y$ ). На рис. 2 изображены формы муаровых поверхностей различных порядков при постоянной величине ошибки установки оборудования типа А. На рис. 3 показано выравнивание 300-го порядка муаровой поверхности при изменении величины ошибки установки оборудования типа А. Процесс возникновения муарового явления при использовании прибора типа А представлен на рис. 4.



■ **Рис. 2.** Формы муаровых поверхностей отличных порядков при постоянной величине ошибки установки оборудования типа А ( $\Delta y = 200$  мм,  $x_b = 1500$  мм,  $f_s = 25$  мм,  $f_0 = 50$  мм,  $\varphi = 16,7^\circ$ ,  $T_a = 0,05$  мм,  $\xi = 2$ )



■ **Рис. 3.** Выравнивание 300-го порядка муаровой поверхности при изменении величины ошибки установки оборудования типа А ( $x_b = 1500$  мм,  $f_s = 25$  мм,  $f_0 = 50$  мм,  $\varphi = 16,7^\circ$ ,  $T_a = 0,05$  мм,  $\xi = 2$ )



■ **Рис. 4.** Процесс возникновения муарового явления при использовании прибора типа А: а — информационная решетка; б — интерференционная решетка; в — муаровое явление

### Оборудование типа Б

Прямая  $\zeta$  может быть определена с помощью точек 1 и 2 (рис. 5):

$$y = \frac{f_s \cos \varphi}{n T_a + f_s \sin \varphi} (x - x_b) + \Delta y.$$

Координата точки  $0A_n$  находится на пересечении прямых  $\zeta_0$  и  $y = -L$ :

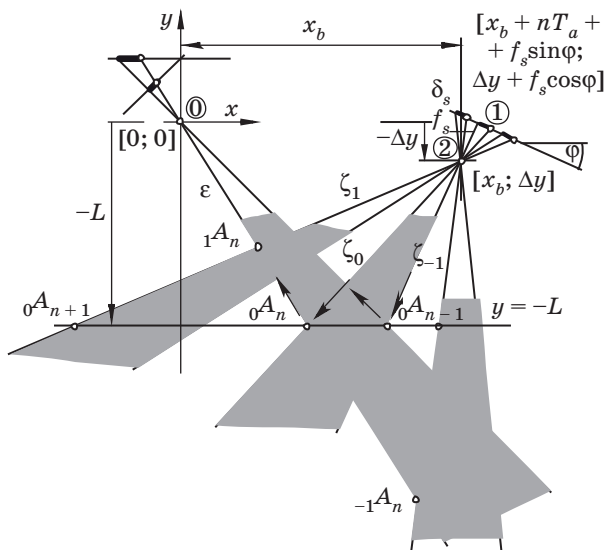


Рис. 5. Модель муарового измерительного прибора типа Б

$$L = \frac{f_s \cos \varphi}{nT_a + f_s \sin \varphi} (x - x_b) + \Delta y,$$

откуда получаем

$$x = (L - \Delta y) \frac{nT_a + f_s \sin \varphi}{f_s \cos \varphi} + x_b.$$

Решетку, находящуюся на экране ( $y = -L$ ), проектируем через точку 2. Таким образом, дискретизируя деформированную решетку с помощью интерференционной решетки (это будем использовать постоянно), получаем муаровое явление.

Интерференционную решетку полностью определяет деформированная решетка в  $y = -L$ . Так как ее место и положение не влияют на возникновение самого явления, в определении точек муаровой поверхности достаточно использовать точку 2 и точки на поверхности решетки  $y = -L$ . Уравнение прямой  $\zeta_0$  будет

$$y = \frac{Lf_s \cos \varphi}{(L - \Delta y)(nT_a + f_s \sin \varphi) + x_b f_s \cos \varphi} x. \quad (5)$$

Отсюда очевидно, что точка нулевого порядка муаровой поверхности находится на пересечении  $\zeta_0$  и  $\varepsilon$ . Подобным образом на муаровой поверхности первого порядка находятся точки пересечения  $\zeta_1$  и  $\varepsilon$ . Таким образом,  $k$ -й порядок муаровой поверхности можно описать как

$$y = \frac{f_s \cos \varphi}{(n + k)T_a + f_s \sin \varphi} (x - x_b) + \Delta y. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) просто определяется уравнение вторичной формы (коэффициенты указаны в табл. 2)

Таблица 2. Коэффициенты вторичной формы (оборудование типа Б)

Коэффициент	Выражение
$a_1$	0
$a_2$	$\Delta y f_s \cos \varphi$
$a_3$	$-\Delta y k T_a - f_s x_b \cos \varphi + L k T_a$
$a_4$	$-\Delta y f_s L \cos \varphi$
$a_5$	$L x_b f_s \cos \varphi - \Delta y L k T_a + \Delta^2 y k T_a$
$a_6$	0

$$a_1 x^2 + a_2 x y + a_3 y^2 + a_4 x + a_5 y + a_6 = 0. \quad (7)$$

Вторичная форма описывается гиперболой, так как величина выражения  $(\xi f_s \cos \varphi - f_0)^2$  тут тоже всегда положительная.

Тангенсы углов асимптот:

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = 0;$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = \frac{\Delta y f_s \cos \varphi}{f_s x_b \cos \varphi - L k T_a + \Delta y k T_a}. \quad (8)$$

Из этих уравнений видно, что одна асимптота всегда перпендикулярна в направлении  $y$  и угол (8) второй асимптоты, в отличие от случая с использованием прибора типа А, зависит от ошибки установки  $\Delta y$ . Различные порядки муаровых поверхностей при постоянной величине ошибки установки оборудования типа Б изображены на рис. 6, а различные формы муаровой поверхности 10-го порядка при изменении величины ошибки установки оборудования типа Б видны на рис. 7. Процесс возникновения муарового явления при использовании прибора типа Б изображен на рис. 8. При отсутствии ошиб-

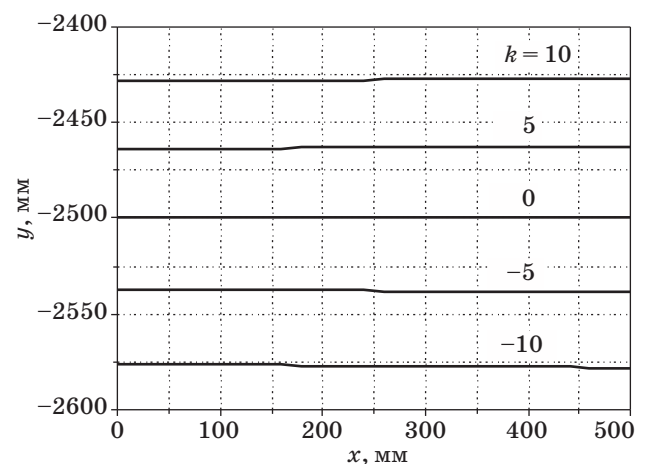
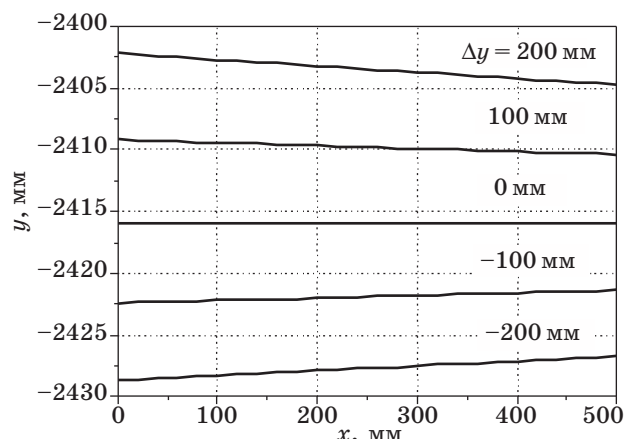
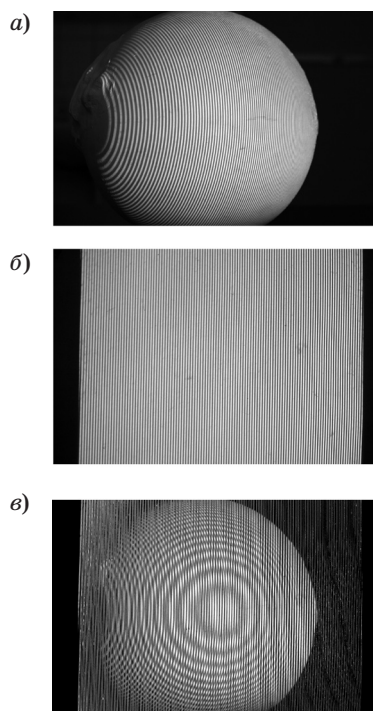


Рис. 6. Различные порядки муаровых поверхностей при постоянной величине ошибки установки оборудования типа Б ( $\Delta y = -200$  мм,  $x_b = 1500$  мм,  $f = 25$  мм,  $L = 2500$  мм,  $\varphi = 16,7^\circ$ ,  $T_a = 0,05$  мм)



■ **Рис. 7.** Различные формы муаровой поверхности 10-го порядка при изменении величины ошибки установки оборудования типа Б ( $k = 10$ ,  $x_b = 1500$  мм,  $f = 25$  мм,  $L = 2500$  мм,  $\varphi = 16,7$ ,  $T_a = 0,05$  мм)



■ **Рис. 8.** Процесс возникновения муарового явления при использовании прибора типа Б: а — информационная решетка; б — интерференционная решетка; в — муаровое явление

ки установки для всех порядков муаровых поверхностей асимптоты параллельны с осью  $x$ , следовательно, муаровые поверхности тоже параллельны. Уравнение  $k$ -го порядка муаровой поверхности имеет вид (коэффициенты указаны в табл. 3)

$$y_k = \frac{Lx_b f_s \cos \varphi}{f_s x_b \cos \varphi + LkT_a}$$

■ **Таблица 3.** Коэффициенты вторичной формы (оборудование типа Б) при отсутствии ошибки установки

Коэффициент	Выражение
$a_1$	0
$a_2$	0
$a_3$	$-f_s x_b \cos \varphi + LkT_a$
$a_4$	0
$a_5$	$Lx_b f_s \cos \varphi$
$a_6$	0

**Выводы**

На основе составленной математической модели измерительного прибора можно сделать следующие выводы.

1. Идеальные муаровые поверхности возникают только при отсутствии ошибки установки. В присутствии ошибки установки вместо плоских возникают гиперболические муаровые поверхности.

2. В практических измерениях увеличивается применимость прибора, если нулевой порядок находится близко к исследуемому объекту. В этом случае следует использовать прибор типа Б (см. рис. 5).

3. При использовании прибора типа Б муаровые поверхности нулевого порядка будут плоскостями. Разрешительная способность измерительного прибора будет лучше, если исследуемый объект находится перед муаровой поверхностью нулевого порядка и если центр проекции информационной решетки находится между объектом и центром оптической системы чувствительного прибора (см. рис. 6 и 7).

4. При использовании прибора типа Б возникающие муаровые поверхности не зависят от параметров оптической системы чувствительного прибора (см. рис. 5).

5. При использовании прибора типа А ошибка установки является средством выравнивания искаженной муаровой поверхности (см. рис. 2 и 3).

Автор выражает глубокую благодарность за финансовую поддержку в ходе выполнения проекта Государственному научному фонду ОТКА 15527 и проекту HUNOROV (HU-0045) за предоставление гранта Исландией, Лихтенштейном и Норвегией посредством механизма EEA Financial Mechanism и напрямую Венгерским национальным агентством развития. Также автор хотел бы отдельно поблагодарить Департамент исследований и технологий правительства Венгерской Республики (NKTH) за поддержку при выполнении части проекта TESH\_08-A1/2-2008-0121 (NKTH).

## Литература

1. Meadows D. M., Johnson W. O., Allen J. B. Generation of surface contours by moiré patterns // *Applied Optics*. 1970. N 9. P. 942–947.
2. Theocaris P. S. *Moiré Fringes in Strain Analysis*. Oxford: Pergamon, 1969. 442 p.
3. Der Hovanesian J., Hung Y. Y. Moiré contour—sum contour—difference, and vibration analysis of arbitrary objects // *Applied Optics*. 1971. N 10. P. 2734–2738.
4. Dovica M., Gmitterko A., Henriczyová T. Basic Study of the Mobile Minimechanism for Moving inside the Tubes with Small Diameter // *16 Intern. Kolloquium Feinwerktechnik / Technische Universität Budapest*. Budapest, 1997. P. 53–57.
5. Katuch P., Dovica M., Henriczyová T. Walking mini-robots with compliant body: Proc. of the sixth conf. on mechanical engineering. Budapest: BME, 2008. P. 1–6.
6. Merton T. Nouvelles methodes de fabrication des reseaux // *J. Phys. Radium*. 1952. N 13. P. 49–53.
7. Полухин П. И., Воронцов В. К., Кудрин А. Б., Чиенев Н. А. Деформации и напряжения при обработке металлов давлением // *Применения методов муар и координатных сеток*. — М.: Металлургия, 1974. — С. 42–45.
8. Павельева Д., Венцел К., Антал А. Сенсоры роботов 1 / Международный центр образования. Будапешт, 2004. 87 с.
9. Patorski K., Kujawska M. *Handbook of the Moiré Fringe Technique*. — Amsterdam: Elsevier, 1993. — 431 p.
10. Windischbauer G. Survey on Application of Moiré—Techniques in Medicine and Biology, Optics in Biomedical Sciences: Proc. of the Intern. Conf., Graz, Austria, September 7–11, 1981. Berlin: Springer-Verlag, 1982. P. 244–249.
11. Takasaki H. Moiré Topography // *Applied Optics*. 1970. N 9. P. 1467–1472.
12. Takasaki H. Moiré Topography // *Applied Optics*. 1973. N 12. P. 845–850.
13. Der Hovanesian J., Hung Y. Y. Moiré contour—sum, contour—difference, and vibration analysis of arbitrary objects // *Applied Optics*. 1971. N 10. P. 2734–2738.
14. Idesawa M., Yatagai T., Soma T. Scanning moiré method and automatic measurement of 3-D shape // *Applied Optics*. 1977. N 16. P. 2152–2162.
15. Paveleva D., Antal A. Computer Aided Color—encoded Moiré Contouring // *IEEE Intern. Conf. on Mechatronics*, July 3–5, 2006. P. 154.
16. Антал А. Теоретическое исследование искажающихся муаровых поверхностей // *Информационно-управляющие системы*. 2008. № 5(36). С. 5–8.