УДК 621.396.06

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭХО-СИГНАЛОВ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, НАБЛЮДАЕМЫХ БОРТОВЫМИ ЛОКАТОРАМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

А. Е. Сесин,
заместитель генерального директора
ФГУП ОКБ «Электроавтоматика»
Д. А. Шепета,
канд. техн. наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Предлагается математическая модель эхо-сигналов морской поверхности, наблюдаемых в стробе дальности бортовых локаторов летательных аппаратов. Модель построена на основе экспериментальных данных, что позволяет моделировать работу бортовых комплексов летательных аппаратов в условиях, приближенных к натурным испытаниям.

Ключевые слова *— математическая модель, корреляционная функция, локационный сигнал, морская поверхность.*

Введение

Математические модели эхо-сигналов морской поверхности необходимы как при синтезе, так и при анализе работы бортовых локаторов летательных аппаратов (ЛА), осуществляющих поиск, обнаружение и сопровождение надводных объектов. В работе рассматриваются пространственно-временные корреляционные функции эхо-сигнала морской поверхности, наблюдаемого в стробе дальности бортового локатора ЛА. Предлагаемые аналитические выражения, используемые для аппроксимации корреляционных функций, основаны на экспериментальных данных и многомерной логарифмически-нормальной модели флюктуаций огибающей эхо-сигнала.

Математическая модель эхо-сигналов морской поверхности

Локационный сигнал, отраженный от протяженного объекта, в частности от морской поверхности, является случайным процессом. При импульсном режиме локации с периодом $T_{\text{РЛС}}$ этот сигнал, наблюдаемый в стробе дальности приемного устройства длительностью τ_g, представляет собой отрезки случайного узкополосного процесса длительностью τ_g, следующие с периодом повторения $T_{\text{РЛС}}$.

При построении математической модели узкополосного процесса можно построить модели либо двух квадратур ($U(t)$, $V(t)$), либо огибающей $A(t)$ и фазы $\Phi(t)$ эхо-сигнала. Поскольку в научной литературе, посвященной экспериментальным исследованиям, приводятся данные только об огибающей эхо-сигналов морской поверхности, то рассмотрим процесс ($A(t)$, $\Phi(t)$), заменив непрерывную реализацию процесса ее дискретным аналогом $(A(t), \Phi(t)) = \{A(t = (i-1)\Delta T), \Phi(t = (i-1)\Delta T)\}$, $i = 1, 2, \dots$, где ΔT — интервал дискретизации.

Для определения математической модели необходимо задать многомерную совместную плотность (функцию) распределения случайных величин ($\mathbf{A}_N$, $\mathbf{\Phi}_N$) при произвольном наборе индексов, где $\mathbf{A}_N$, $\mathbf{\Phi}_N$ — N-мерные векторы. В научных источниках отсутствуют какие-либо сведения о функциональном виде плотности распределения $w(\mathbf{A}_N, \mathbf{\Phi}_N)$, но имеются данные об одномерных законах распределения огибающей эхо-сигнала $w(A)$ и о корреляционно-спектральных характеристиках огибающей [1–3]. Что же касается статистических характеристик вектора фаз, то в экспериментальных работах они практически не представлены. Поэтому при выборе вида

$w(\mathbf{A}_N, \mathbf{\Phi}_N)$ остается опираться лишь на сведения о виде $w(A)$ и на корреляционно-спектральные характеристики огибающей эхо-сигнала.

В качестве $w(A)$ использовались различные плотности распределения, наиболее распространены аппроксимации $w(A)$ в виде распределения Релея, Релея—Райса, хи-квадрат, Накагами, логарифмически-нормального распределения и некоторых других. Наибольшее распространение получило логарифмически-нормальное распределение, которое не только хорошо согласуется с многочисленными экспериментальными данными [1– 3], но и позволяет синтезировать эффективные алгоритмы моделирования флюктуаций огибающей сигнала [4, 5]. Поэтому в качестве плотности распределения огибающей эхо-сигнала морской поверхности принимаем логарифмически-нормальный закон распределения.

Плотность распределения огибающей локационного сигнала, отраженного от поверхности моря

Рассмотрим двойную индексацию отсчетов огибающей: отсчет A_{ij} — j-й отсчет огибающей в i-м стробе дальности, $i = 1, 2, ...; j = 1, 2, ..., M$, т. е. отсчет A_{ij} обусловлен отражением i-го локационного импульса длительностью $\tau_з$ от j-й дорожки дальности; $M = E[\tau_g/\Delta T]$ — количество отсчетов огибающей в стробе приемника, взятых через интервал дискретизации ΔT; $E[\cdot]$ — функция Антье.

Такая двойная индексация удобна как при рассмотрении физики процесса, так и при синтезе алгоритмов моделирования, т. е. при построении имитационной модели. При рассмотрении корреляционно-спектральных характеристик огибающей сигнала достаточно использовать двумерную маргинальную плотность распределения, которую запишем в виде [2, 5]

$$w(A_{ij}, A_{nm}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{ij}\sigma_{nm}A_{ij}A_{nm}\sqrt{1-r_{ijnm}^2}}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{ijnm}^2)}\left[\frac{1}{\sigma_{ij}^2}\ln^2\frac{A_{ij}}{\bar{A}_{ij}}+\frac{1}{\sigma_{nm}^2}\ln^2\frac{A_{nm}}{\bar{A}_{nm}}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-2r_{ijnm}\frac{1}{\sigma_{ij}}\ln\frac{A_{ij}}{\bar{A}_{ij}}\frac{1}{\sigma_{nm}}\ln\frac{A_{nm}}{\bar{A}_{nm}}\right]\right\},$$

где $\bar{A}_{ij}$ и σ_{ij} — параметры распределения, связанные с математическим ожиданием $\tilde{A}_{ij}$ и дисперсией $\tilde{\sigma}_{ij}^2 = \tilde{D}_{ij}$ распределения соотношениями [2, 6]

$$\begin{cases} \bar{A}_{ij} = \tilde{A}_{ij} / \sqrt{1+(\tilde{\sigma}_{ij} / \tilde{A}_{ij})^2}; \\ \sigma_{ij}^2 = \ln(1+(\tilde{\sigma}_{ij} / \tilde{A}_{ij})^2) = \ln(1+K_{ij}{}^2), \end{cases}$$

где $K_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij} / \tilde{A}_{ij}$ — коэффициент вариации логарифмически-нормального распределения, а $\tilde{A}_{ij}$ — определяется по формулам радиолокации. Параметр

$$r_{ijnm} = \frac{\ln(1+K_{ij}K_{nm}R_{ijnm})}{\sqrt{\ln(1+K_{ij}^2)\ln(1+K_{nm}^2)}}, \qquad (1)$$

а R_{ijnm} — коэффициент корреляции между j-м отсчетом огибающей i-го строба и m-м отсчетом огибающей n-го строба, $i, n = 1, 2, ...; j, m = 1, 2, ..., M$. Физический смысл параметра r_{ijnm} — коэффициент корреляции между логарифмом j-го отсчета огибающей эхо-сигнала при i-м зондировании и логарифмом m-го отсчета огибающей при n-м зондировании. Соответственно, при $i = n$ и $j = m$ коэффициенты корреляции $R_{ijnm} = R_{ijij} = R_{nmnm} = 1$ и $r_{ijnm} = r_{ijij} = r_{nmnm} = 1$.

В научных источниках по экспериментальным исследованиям эхо-сигналов морской поверхности, как правило, содержатся сведения не о пространственно-временных характеристиках сигнала, а лишь о сечениях пространственно-временной корреляционной функции. Приводятся сведения о пространственной корреляционной функции $R^{(п)}(\Delta l)$ и о временной корреляционной функции $R^{(в)}(\tau)$, где Δl — расстояние по горизонтали между двумя участками (дорожками дальности) морской поверхности, а τ — временной интервал между эхо-сигналами одного и того же участка морской поверхности [2, 3].

В дальней зоне наблюдения корреляция между j-м и m-м отсчетами эхо-сигнала в пределах строба τ_g, $j, m = 1, 2, ..., M$, определяется в основном только пространственным разнесением участков морской поверхности, обусловливающих эти отсчеты эхо-сигнала. Поэтому можно считать, что $R_{ijim} = R^{(п)}(\Delta l)$ является пространственной корреляционной функцией, т. е.

$$R_{ijim} = R^{(п)}(\Delta l = |j-m|\Delta T c / (2\cos\bar{\theta}_i)) =$$
$$= R^{(п)}(\tau' = |j-m|\Delta T) = R^{(п)}(\tau'), \qquad (2)$$

$R^{(п)}(\tau')$ — пространственная нормированная корреляционная функция или функция коэффициентов корреляции внутрипериодных флюктуаций (флюктуаций сигнала в пределах строба τ_g), $\tau' = |j - m|\ \Delta T$ — расстояние между отсчетами в стробе приемного устройства; c — скорость света. В выражении (2) принято, что в дальней зоне наблюдения морской поверхности угол визирования $\theta_{ij} \approx \bar{\theta}_i$ для $i = 1, 2, ...; j = 1, 2, ..., M$.

При неподвижной антенне или при слежении за наблюдаемым участком морской поверхности корреляционная функция $R_{ijnj} = R_j^{(в)}(\tau) = R^{(в)}(\tau)$ является временной корреляционной функцией

$$R_{ijnj} = R^{(в)}(\tau = |i-n|T_{РЛС}) = R^{(в)}(\tau),$$

т. е. корреляционной функцией межпериодных флюктуаций. В дальней зоне наблюдения в пределах строба τ_g расстояния между отсчетами эхо-сигнала $\tau' = |j - m|\ \Delta T \le \tau_g << T_{\text{РЛС}}$, поэтому временная корреляционная функция в пределах строба практически равна единице: $R_{ijim} = R_i^{(\text{в})}(\tau' = |j-m|\Delta T) \le R_i^{(\text{в})}(\tau_g) \approx R^{(\text{в})}(\tau_g) \approx 1$ для $i = 1, 2, ...; j = 1, 2, ..., M$.

Таким образом, при указанных выше условиях выполняются соотношения

$$\begin{cases} R_{ijnj} = R_{imnm} = R_{in}^{(\text{в})} = R^{(\text{в})}(|i-n|T_{\text{РЛС}}) = R^{(\text{в})}(\tau); \\ R_{ijim} = R_{njnm} = R_{jm}^{(\text{п})} = R^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T) = R^{(\text{п})}(\tau'). \end{cases} \quad (3)$$

При выполнении соотношений (3) будут с большой точностью выполняться и равенства для отсчетов логарифма огибающих, т. е. для параметров r_{ijnm}:

$$\begin{cases} r_{ijnj} = r_{imnm} = r_{in}^{(\text{в})} = r^{(\text{в})}(|i-n|T_{\text{РЛС}}) = r^{(\text{в})}(\tau); \\ r_{ijim} = r_{njnm} = r_{jm}^{(\text{п})} = r^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T) = r^{(\text{п})}(\tau'). \end{cases} \quad (4)$$

Выполнение равенств (4) значительно упрощает синтез алгоритмов моделирования флюктуаций эхо-сигналов морской поверхности. Будем считать, что равенства (4) точные без наложения каких-либо условий, тогда равенства (3) также будут выполнены с большой точностью в дальней зоне, для которой, как указано выше, $\theta_{ij} \approx \bar{\theta}_i$ и $R^{(\text{в})}(\tau_g) \approx 1$, $i = 1, 2, ...; j = 1, 2, ..., M$.

Восстановить пространственно-временную корреляционную функцию эхо-сигналов морской поверхности R_{ijnm} по ее сечениям невозможно. Однако ее можно определить таким образом, что ее сечения будут совпадать с сечениями действительной пространственно-временной корреляционной функции, и кроме того, она будет связана с пространственно-временной корреляционной функцией логарифма огибающей соотношением (1). Определим R_{ijnm} в виде [4, 5]

$$R_{ijnm} = \frac{1}{K_{ij}K_{nm}}\left(\exp\left(r_{ijnm} \times \right.\right.$$

$$\left.\left.\times\sqrt{\ln(1+K_{ij}^2)\ln(1+K_{nm}^2)}\right)-1\right) = \frac{1}{K_{ij}K_{nm}} \times$$

$$\times\left(\exp\left(r_{jm}^{(\text{п})} r_{in}^{(\text{в})}\sqrt{\ln(1+K_{ij}^2)\ln(1+K_{nm}^2)}\right)-1\right). \quad (5)$$

Такая аппроксимация позволяет точно (без методической ошибки) воспроизводить пространственно-временные сечения пространственно-временной корреляционной функции, а также использовать для синтеза имитационных моделей эхо-сигналов морской поверхности метод многомерных нелинейных формирующих фильтров, что резко повышает скорость процесса моделирования [4]. При этом статистические характеристики имитационной модели совпадают с известными экспериментальными характеристиками эхо-сигналов морской поверхности.

Пространственная корреляционная функция локационного сигнала, отраженного от поверхности моря

Рассмотрим сначала пространственную корреляционную функцию $R_{jm}^{(\text{п})} = R^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T) = R^{(\text{п})}(\tau')$, где $\tau' = |j - m|\ \Delta T$. В дальней зоне $\theta_{ij} = \bar{\theta}_i$ и $K_{ij} = K_i$, т. е. при любом i коэффициент вариации от номера дорожки дальности не зависит, поэтому

$$R_{ijim} = \frac{1}{K_{ij}K_{im}}\left(\exp\left(r_{ijim}\sqrt{\ln(1+K_{ij}^2)\ln(1+K_{im}^2)}\right)-1\right) =$$

$$= \frac{1}{K_i^2}\left(\exp\left(r_{jm}^{(\text{п})}\sqrt{\ln(1+K_i^2)\ln(1+K_i^2)}\right)-1\right) =$$

$$= \frac{1}{K_i^2}\left((1+K_i^2)^{r_{jm}^{(\text{п})}} - 1\right).$$

В научных источниках для сантиметрового диапазона волн приведена зависимость коэффициента корреляции эхо-сигнала в стробе дальности $R^{(\text{п})}(\tau' = \tau_з) = R^{(\text{п})}(\tau_з)$ между отсчетами огибающей, отстоящими на длительность зондирующего импульса $\tau_з$ [2, 5]:

$$R^{(\text{п})}(\tau_з) = 1 - \left(0{,}3 - 7\cdot 10^{-3}\cdot\bar{\theta}_i + 0{,}18\sin\psi_i - \frac{0{,}02}{W_i}\right)\frac{\tau_з}{1{,}5},$$

где $\bar{\theta}_i$ и ракурс волн ψ_i — в градусах; волнение моря W_i — в баллах; $\tau_з$ — в микросекундах. Формулой можно пользоваться при следующих ограничениях: $0{,}5° \le \bar{\theta}_i \le 10°$, $0° \le \psi_i \le 180°$, 1 балл $\le W_i \le$ 6 баллов, 1 мкс $\le \tau_з \le$ 3 мкс. Поскольку можно считать, что за время работы системы ψ_i и W_i существенно не меняются, то при малых $\bar{\theta}_i$ коэффициент корреляции $R^{(\text{п})}(\tau_з)$ не зависит от номера строба, поэтому индекс i здесь опущен и $R_i^{(\text{п})}(\tau_з) = R^{(\text{п})}(\tau_з)$.

Аппроксимируем пространственную корреляционную функцию $R_{jm}^{(\text{п})} = R^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T)$ кривой, определенной выражением (5):

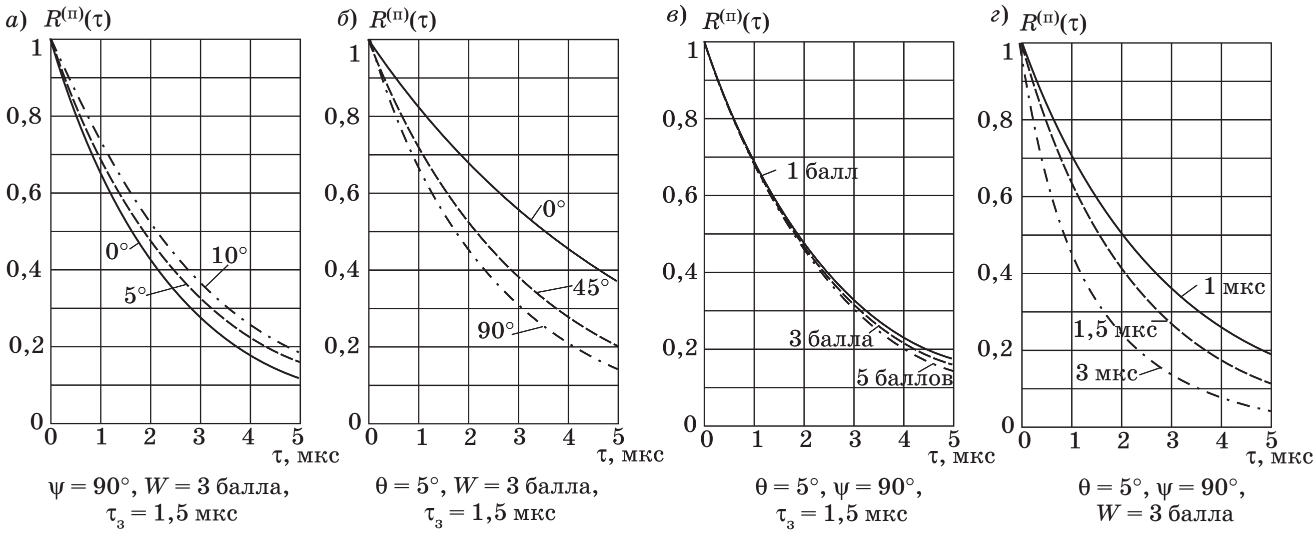
$$R_{jm}^{(\text{п})} = \frac{1}{K_{ij}K_{im}}\left[\exp\left(\sqrt{\ln(1+K_{ij}^2)\ln(1+K_{im}^2)}\,r_{jm}^{(\text{п})}\right)-1\right],$$

где $r_{jm}^{(\text{п})} = r^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T)$ — функция, соответствующая корреляционной функции нормального марковского процесса. В дальней зоне $K_{ij} = K_{im} = K_i$, можно считать даже $K_{ij} = K_{im} = K_i = K$, что для неподвижной антенны выполняется точно, поэтому

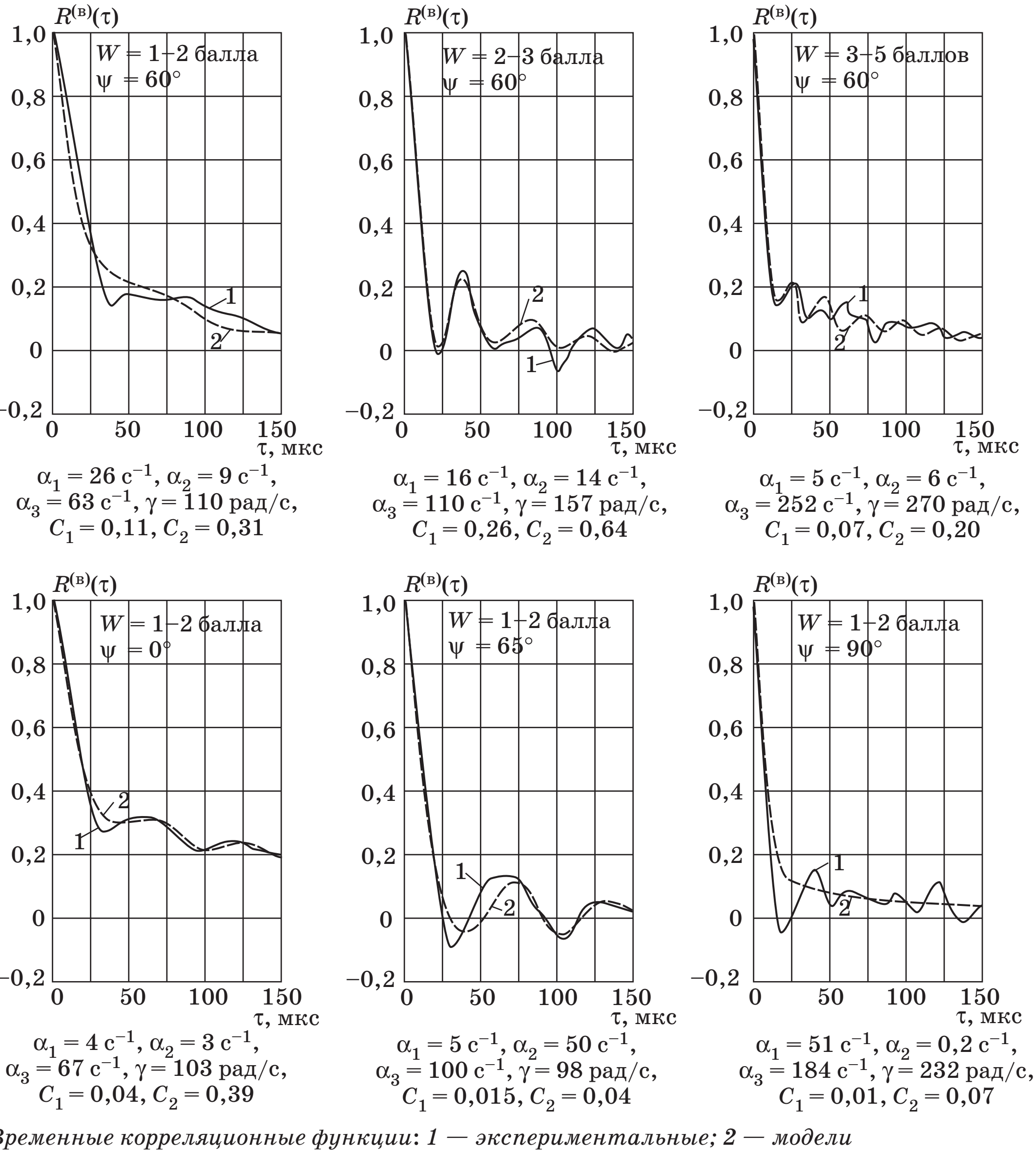
$$R_{jm}^{(\text{п})} = R^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T) =$$

$$= \frac{1}{K_i^2}\left[\exp(r_{jm}^{(\text{п})}\ln(1+K_i^2))-1\right] = \frac{1}{K_i^2}\left[(1+K_i^2)^{r_{jm}^{(\text{п})}}-1\right].$$

Для марковского процесса первого порядка $r_{jm}^{(\text{п})} = r(\tau')$ имеет вид



■ ***Рис. 1.*** *Пространственные корреляционные функции $R^{(п)}(\tau)$ в зависимости от θ (а); ψ (б); W (в); τ (г)*



■ ***Рис. 2.*** *Временные корреляционные функции: 1 — экспериментальные; 2 — модели*

$$r_{jm}^{(\text{п})} = r^{(\text{п})}(|j-m|\Delta T) = r^{(\text{п})}(\tau') =$$
$$= \exp(-\alpha|j-m|\Delta T) = \exp(-\alpha\tau'),$$

где α — некоторый коэффициент, который определяется из вышеприведенных выражений приравниванием $\tau' = \tau_з$:

$$\alpha = -\frac{1}{\tau_з}\ln\frac{\ln(1+K_i^2 R^{(\text{п})}(\tau_з))}{\ln(1+K_i^2)}.$$

Расчеты $\tau_{0,5}^{(\text{п})}$ и $R^{(\text{п})}(\tau_з)$ показывают, что в дальней зоне α можно считать константой, слабо зависящей от условий наблюдения морской поверхности. На рис. 1, *а—г* представлены пространственные корреляционные функции эхо-сигналов морской поверхности, рассчитанные по приведенным выше выражениям.

Временная корреляционная функция локационного сигнала, отраженного от поверхности моря

Перейдем теперь к рассмотрению временных корреляционных функций $R_{in}^{(\text{в})} = R^{(\text{в})}(|i-n|T_{\text{РЛС}}) = R^{(\text{в})}(\tau = |i-n|T_{\text{РЛС}}) = R^{(\text{в})}(\tau)$ — корреляционных функций межпериодных флюктуаций огибающей эхо-сигнала морской поверхности. Аппроксимируем $R_{in}^{(\text{в})}$ кривой, соответствующей выражению (5):

$$R_{in}^{(\text{в})} = R^{(\text{в})}(|i-n|T_{\text{РЛС}}) = R^{(\text{в})}(\tau) =$$
$$= \frac{1}{K_i K_n}\left[\exp\left(\sqrt{\ln(1+K_i^2)\ln(1+K_n^2)}\, r^{(\text{в})}(\tau)\right) - 1\right],$$

где в качестве $r^{(\text{в})}(\tau)$, отражающей характерные особенности кривых, целесообразно использовать кривую вида [5]

$$r^{(\text{в})}(\tau) = C_1 e^{-\alpha_1|\tau|}\cos(\gamma\tau) + C_2 e^{-\alpha_2|\tau|} + C_3 e^{-\alpha_3|\tau|}, \quad (6)$$

где C_1, C_2, C_3, α_1, α_2, α_3, γ — неотрицательные константы, причем $C_1 + C_2 + C_3 = 1$.

Экспериментальные кривые $R^{(\text{в})}(\tau)$ и их аппроксимации приведены на рис. 2.

Заключение

Математические модели эхо-сигналов морской поверхности, основанные на экспериментальных данных, позволяют исследовать работу бортовых локаторов ЛА в условиях, максимально приближенных к натурному эксперименту. При построении подобных моделей в качестве данных эксперимента в распоряжении исследователя имеются данные об одномерном законе распределения вероятностей и о корреляционно-спектральных характеристиках флюктуаций огибающей.

При аппроксимации корреляционных функций эхо-сигналов морской поверхности необходимо учитывать закон распределения огибающей. Например, для логарифмически-нормальной модели экспоненциальными и экспоненциально-косинусными кривыми следует аппроксимировать флюктуации логарифма огибающей, а не сами корреляционные функции. Подобная аппроксимация, в частности, позволяет синтезировать имитационные модели флюктуаций огибающей, свободные от методических ошибок.

Из предложенных в работе моделей следует, что эхо-сигналы морской поверхности, соответствующие ее участкам, разнесенным в пространстве на расстояние, гораздо большее длительности зондирующего сигнала, коррелированны, что хорошо согласуется с известными экспериментальными фактами.

Литература

1. **Кулемин Г. П.** Радиолокационные помехи от моря и суши РЛС сантиметрового и миллиметрового диапазонов // Тр. Междунар. науч.-техн. конф. (докл.) / АН Украины; НПО Квант. Киев, 1994. Вып. 1. С. 23–29.
2. **Тверской Г. Н., Терентьев Г. К., Харченко И. П.** Имитаторы эхо-сигналов судовых радиолокационных станций. — Л.: Судостроение, 1973. — 228 с.
3. **Trunc G. V., Gejrge S. F.** Detection of Targets in Non-Gaussion Sea Clutter // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1970. Vol. AES-6. N 5. P. 620–628.
4. **Шепета А. П.** Синтез нелинейных формирующих фильтров для моделирования входных сигналов локационных систем // Тр. Междунар. науч.-техн. конф. (докл.) / АН Украины; НПО Квант. Киев, 1994. Вып. 1. С. 81–85.
5. **Бессонов А. А., Сесин А. Е., Шепета А. П.** Математические и имитационные модели эхо-сигналов морской поверхности // Национальная ассоциация авиаприборостроителей. Аэрокосмическое приборостроение России. Сер. 2. Авионика. 2005. Вып. 4. С. 52–69.
6. **Давидчук А. Г., Сесин А. Е., Шепета Д. А.** Марковская модель флюктуаций амплитуд и длительностей эхо-сигналов крупных надводных объектов // Национальная ассоциация авиаприборостроителей. Аэрокосмическое приборостроение России. Сер. 2. Авионика. 2005. Вып. 5. С. 20–28.