УДК 621.375

ШУМОВАЯ ТЕМПЕРАТУРА АНТЕННОГО ОКНА

Л. Кордеро[1],
аспирант
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Решается задача оценки шумовой температуры антенного окна. Антенное окно рассматривается в виде круглого волновода с теплозащитой, находящегося в условиях высоких температур. Получено выражение для расчета шумовой температуры.

Ключевые слова — *шумовая температура, антенное окно, круглый волновод, теплозащита, плазма.*

Зависимости, характеризующие шумовую температуру антенного окна (АО), закрытого теплозащитным материалом (ТЗМ) и плазмой, совершенно необходимы при решении задачи повышения эффективности функционирования бортовых радиотехнических систем возвращаемых космических аппаратов (уменьшения времени перерыва радиосвязи на траектории спуска или устранения перерыва).

Проведем анализ флюктуационного электромагнитного поля, излучаемого средой, расположенной в свободном пространстве. Выразим напряженности E_1 и H_1 флюктуационного поля, порожденного случайно распределенными плотностями электрических и магнитных токов j_{e1} и j_{m1}, через плотности этих токов и через детерминированное (дифракционное) поле. Будем считать, что для рассматриваемой среды существует решение уравнений Максвелла, т. е. определяются напряженности дифракционного электромагнитного поля E_{0e} и H_{0e} (функции Грина), которые создаются детерминированным током I с плотностью [1]

$$j_{e1} = I\delta(r - r_a), \qquad (1)$$

где δ — дельта-функция; r — радиус корреляции; r_a — текущий радиус.

Для решения поставленной задачи используем теорему взаимности, которая в данном случае связывает напряженности и плотности токов флюктуационного и дифракционного полей [2]:

$$\int_v (E_1 j_{0e} - H_1 j_{0m}) \mathrm{d}^3 r = \int_v (E_{0e} j_{e_1} - H_{0e} j_{m_1}) \mathrm{d}^3 r. \qquad (2)$$

[1] Научный руководитель — доктор технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения *В. Ф. Михайлов*.

Используя (1) для дифракционного поля, найдем напряженности электрического флюктуационного поля $E(r)$. Считая $j_{0m} = 0$, левую часть уравнения (2) преобразуем к виду

$$E(r_1) = \int_v E_1 I \delta(r - r_1) \mathrm{d}^3 r.$$

Поскольку поле создается током с плотностью j_{0e}, правая часть уравнения (2) примет вид

$$E(r_1) = \int_v (E_{0e}(r_1) j_{e_1}(r_1) - H_{0e}(r_1) j_{m_1}(r_1)) \mathrm{d}^3 r.$$

Аналогично компонента напряженности магнитного флюктуационного поля по теореме взаимности с использованием детерминированного поля E_{0m} и H_{0m}, созданного магнитным током с плотностью j_{0m}:

$$H(r_2) = \int_v (E_{0m}(r_2) j_{e_2}(r_2) - H_{0m}(r_2) j_{m_2}(r_2)) \mathrm{d}^3 r.$$

Мощность шумов будет представлять произведение комплексно-сопряженной электрической и магнитной компонент флюктуационного поля, усредненных по равновесному ансамблю [2]:

$$P = \langle E(r) H^*(r) \rangle$$

или

$$\int_v \int_v E_{0e}(r_1) E_{0m}(r_2) \left\langle j_{e_1}(r_1) j_{e_2}(r_2) \right\rangle + H_{0e}(r_1) H_{0m}(r_2) \times$$
$$\times \left\langle j_{m_1}(r_1) j_{m_2}(r_2) \right\rangle - E_{0e}(r_1) H_{0m}(r_2) \left\langle j_{e_1}(r_1) j_{m_2}(r_2) \right\rangle -$$
$$- H_{0e}(r_1) E_{0m}(r_2) \left\langle j_{m_1}(r_1) j_{e_2}(r_2) \right\rangle \mathrm{d}^2 r_1 \mathrm{d}^3 r_2. \qquad (3)$$

В соответствии с флюктуационно-диссипативной теоремой рассмотрим функцию корреляции с размерами, меньше размеров микронеоднородности. Тогда функция корреляции будет зависеть только от разности векторов

$$r = \bar{r}_1 - \bar{r}_2.$$

Также будем считать, что величина радиуса корреляции значительно меньше длины волны излучающего объекта и стремится к нулю. Тогда компоненты плотности токов по одному и тому же направлению обладают δ-корреляцией, и в результате получим следующие соотношения [3]:

$$\left\langle j_{e_1}(r_1) j^*_{e_2}(r_2) \right\rangle = i\frac{2\omega}{\pi} kT(r_1)[\varepsilon(r_1) - \varepsilon^*(r_2)]\delta(r_1 - r_2); \quad (4)$$

$$\left\langle j_{m_1}(r_1) j^*_{m_2}(r_2) \right\rangle = i\frac{2\omega}{\pi} kT(r_1)[\mu(r_1) - \mu^*(r_2)]\delta(r_1 - r_2), \quad (5)$$

где k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура.

При этом ортогональные компоненты плотности токов вообще не коррелированны и значения этих функций корреляции равны нулю:

$$\left\langle j_{e_1}(r_1) j^*_{m_2}(r_2) \right\rangle = 0; \quad (6)$$

$$\left\langle j_{m_1}(r_1) j^*_{e_2}(r_2) \right\rangle. \quad (7)$$

Отметим, что [4]

$$E^*_1(r_1)E^*_2(r_2) = |E(r)|^2; \quad (8)$$

$$H^*_1(r_1)H^*_2(r_2) = |H(r)|^2; \quad (9)$$

$$\varepsilon(r_1) - \varepsilon^*(r_2) = \varepsilon(r_1) - i\frac{4\pi\sigma(r_1)}{\omega} - \left(\varepsilon(r_2) + i\frac{4\pi\sigma(r_2)}{\omega}\right) \approx \frac{8\pi\sigma(r_1)}{\omega}.$$

Здесь σ — электропроводность среды.

Окончательно выражение флюктуационной мощности из (3) с учетом (4)—(9) можно записать в виде

$$P = \Delta\frac{\omega}{4\pi}\int_v kT(r_1)\left[\frac{\omega}{2}\int_v \frac{4\pi\sigma(r_2)}{\omega}|E(r_1)|^2\delta(r_1 - r_2)\mathrm{d}v\right] +$$

$$+\left[\frac{\omega}{2}\int_v \frac{4\pi\tau(r_2)}{\omega}|H(r_1)|^2\delta(r_1 - r_2)\mathrm{d}v\right]\mathrm{d}v = \Delta\frac{\omega}{4\pi}\int_v kT(r_1)P_n\mathrm{d}v.$$

Здесь $\frac{4\pi\sigma(r)}{\omega}|E(r)|^2$ — энергия электрического поля; $\frac{4\pi\tau(r)}{\omega}|H(r)|^2$ — энергия магнитного поля.

После преобразования получим

$$P = \frac{\Delta\omega}{4\pi}\int_v kT(r)[\mathrm{d}Q^e(r,\omega) + \mathrm{d}Q^m(r,\omega)]\mathrm{d}v, \quad (10)$$

где $\mathrm{d}Q^e(r, \omega)$, $\mathrm{d}Q^m(r, \omega)$ — плотности энергии электрического и магнитного детерминированного полей соответственно.

Переходя к шумовым температурам, выражение для среды с параметрами, изменяющимися по одной координате z, преобразуем к виду [5]

$$T(\omega) = \left(1 - |R|^2 \int_{z_1}^{z_2} T(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}[P_\omega(z)]\mathrm{d}z\right), \quad (11)$$

где z_1, z_2 — пределы интегрирования, т. е. границы среды; R — коэффициент отражения от границы среды; $\frac{\mathrm{d}P_\omega(z)}{\mathrm{d}z}$ — энергетический коэффициент поглощения электромагнитной волны; $P_\omega(z)$ — мощность единичного поля, проходящая в направлении z.

В случае равномерно нагретой среды выражения (10) и (11) соответственно примут вид:

$$P(\omega) = \frac{kT\Delta\omega}{2\pi}A(\omega); \quad T(\omega) = TA(\omega).$$

Здесь $A(\omega)$ — энергетический коэффициент поглощения, который может быть определен для конкретной среды из закона сохранения энергии: $A(\omega) = 1 - |T|^2(\omega) - |R|^2(\omega)$, где $|T|^2(\omega)$ — энергетический коэффициент прохождения.

Таким образом, для определения шумовой температуры среды необходимо рассчитать дифракционное вспомогательное поле E_{0e} и H_{0e}, найти тепловые потери дифракционного поля в элементе объема $A(\omega)$ и вычислить интеграл от температуры как функции объема среды.

Проведем анализ для среды, расположенной в направляющей системе (в волноводе) или излучающей в волновод. Для чего представим электрическую и магнитную напряженности флюктуационного поля, возбуждаемого произвольной средой, в виде суммы напряженностей n мод падающей и отраженных волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси z:

$$E_b(x,y,z) = \sum_{n-1}^{m}[b_n E_n(x,y)\exp(i\gamma_{bn}z) +$$

$$+ b_n E_n(x,y)\exp(-i\gamma_{bn}z)];$$

$$H_b(x,y,z) = \sum_{n-1}^{m}[b_n H_n(x,y)\exp(i\gamma_{bn}z) +$$

$$+ b_n H_n(x,y)\exp(-i\gamma_{bn}z)],$$

где n — номер моды; b_n — амплитуда n-й моды; γ_{bn} — постоянная распространения в волноводе n-й моды.

Средняя мощность шумов в волноводе запишется в виде [2]

$$P = \frac{\Delta\omega}{2}\mathrm{Re}\iint\left\langle E_b(x,y)H^*_b(x,y)\right\rangle\mathrm{d}s = \frac{\Delta\omega}{2}\sum_{n-1}^{m}b_n\frac{\Delta\omega}{2}P_x(\omega).$$

Рассуждая как и для свободного пространства, определим дифракционное поле в волноводе, возбуждаемое электрическим и магнитным токами с плотностью j_{be} и j_{bm}. Выражения для напряженности на n-моде запишутся в виде

$$E_{0n} = \frac{\gamma_{be}|Z_n|}{\sqrt{2}\exp(i\gamma_{bn}z_0)\delta(z-z_1)};$$

$$H_{0n} = \frac{\gamma_{bm}|Z_n|}{\sqrt{2}\exp(i\gamma_{bn}z_0)\delta(z-z_1)},$$

где Z_n — волновое сопротивление волновода для n-моды; z_0 — размер по оси z.

Используя лемму Лоренца и проведя преобразования как для свободного пространства, учитывая при этом, что радиус корреляции— функция координат x, y, z, выражение для шумовой температуры на n-моде волновода получим в виде

$$T_n(\omega) = \int\limits_v T(z)\left[\mathrm{d}Q_n^e(r,\omega) + \mathrm{d}Q_n^m(r,\omega)\right].$$

Здесь $\mathrm{d}Q_n^e(r,\omega)$ и $\mathrm{d}Q_n^m(r,\omega)$ — плотности энергии электрического и магнитного полей на n-моде соответственно.

Суммарная шумовая температура волновода равна сумме шумовых температур на отдельных его модах:

$$T_{\sum b} = \sum_{n=1}^{m} T_n.$$

На основании (11) для плоскослоистой среды, шумовое излучение которой возбуждает в волноводе волну n-моды и электрические параметры которой изменяются по одной координате (а именно z), выражение для шумовой температуры волны этого типа имеет вид

$$T_n = (1-|R|_n^2)\int\limits_0^l T(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}[P_n(z)\mathrm{d}z],$$

где $|R|_n = \dfrac{Y - \dfrac{l}{Z_n}}{Y + \dfrac{l}{Z_n}}$ — модуль коэффициента отражения на границе раздела шумящей среды, здесь Y — волновая проводимость среды на данном типе волны; l — толщина среды; $Z_n = \dfrac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon - \dfrac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}}}$.

Полученные аналитические соотношения показывают, что шумовая температура среды в волноводе является суммой шумовых температур отдельных мод.

Получим выражение шумовой температуры круглого волновода с волной H_{nm}, в излучающей апертуре которого на ТЗМ расположен слой расплавленного диэлектрика. Будем считать, что по координатам в плоскости апертуры этот слой имеет постоянную термодинамическую температуру и комплексную диэлектрическую проницаемость, неравномерность по этим характеристикам присутствует только в осевом направлении волновода. В соответствии с (11) в этом случае шумовую температуру слоя расплава для одной моды можно записать в виде

$$T_{\text{р.ш}} = \int\limits_0^{l_\text{р}} T(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\exp(-2\gamma_\text{р}z)\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{r_1}(H_\perp)^2 r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r\right]\mathrm{d}z, \qquad (12)$$

где $l_\text{р}$ — толщина слоя расплава; $\gamma_\text{р}$ — коэффициент поглощения расплава; r_1 — радиус волновода; $H_\perp$ — нормальная составляющая поля.

Используя выражение для полной мощности в круглом волноводе для волны H_{nm}, выражение (12) преобразуем к виду

$$T_{\text{р.ш}} = \frac{\pi k\beta z_1}{2(\nu_{nm})^2}\left(1-\frac{n^2}{(\nu_{nm})^2}\right)J_n^2(\nu_{nm})\int\limits_0^{l_\text{р}} T(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\exp(-2\gamma_\text{р}z)\right]\mathrm{d}z, \qquad (13)$$

где β — фазовый коэффициент распространения; $J_n(\nu_{nm})$ — функция Бесселя n-рода; ν_{nm} — корень производной функции Бесселя n-рода.

Для случая, когда $T(z) = \mathrm{const}$ и $\gamma_\text{р} = \mathrm{const}$, формула (13) примет вид

$$T_{\text{р.ш}} = B_{nm}T_\text{р}(1-\exp(-2\gamma_\text{р}l_\text{р})), \qquad (14)$$

где $B_{nm} = \dfrac{\pi}{2(\nu_{nm})^2}\left(1-\dfrac{n^2}{(\nu_{nm})^2}\right)J_n^2(\nu_{nm})$ — амплитудный коэффициент, учитывающий тип волны в волноводе.

Из (13) и (14) шумовая температура слоя расплава, расположенного в круглом волноводе с типом волны H_{nm}, с введением коэффициентов отражения в волноводе от границ расплава $R_{\text{р}1}$ и $R_{\text{р}2}$ запишется в виде

$$\mathrm{T}_{\text{р.ш}} = \frac{B_{nm}T_\text{р}(1-|R_{\text{р}_1}|^2)(1-\exp(-2\gamma_\text{р}l_\text{р}))(1-|R_{\text{р}_2}|^2\exp(-2\gamma_\text{р}l_\text{р}))}{1-|R_{\text{р}_1}|^2|R_{\text{р}_2}|^2\exp(-2\gamma_\text{р}l_\text{р})}.$$

Полученное выражение позволяет определить шумовую температуру АО в условиях интенсивного нагрева, а значит — отношение сигнал/шум, что дает сведения для оценки времени потери радиосвязи на траектории спуска космического аппарата.

Литература

1. **Миттра Р., Ли С.** Аналитические методы теории волноводов. — М.: Мир, 1974. — 478 с.
2. **Каценеленбаум Б. З.** Высокочастотная электродинамика. — М.: Наука, 1966. — 240 с.
3. **Тучков Л. Т.** Естественные шумовые излучения в радиоканалах. — М.: Сов. радио, 1968. — 152 с.
4. **Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.** Теория волн. — М.: Наука, 1979. — 383 с.
5. **Башаринова А. Е.** СВЧ-излучение низкотемпературной плазмы. — М.: Сов. радио, 1974. — 256 с.