УДК 519.71

МЕТОД ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В. Г. Курбанов,
канд. физ.-мат. наук
Институт проблем машиноведения РАН

Предлагается логико-вероятностный метод для определения надежности технических систем, в котором последние описываются вектором отказа с компонентами, характеризирующимися наборами импликантов с задаваемыми интервально вероятностями истинности. В процессе анализа учитываются только импликанты с минимально нижней и максимально верхней границами, что позволяет отказаться от интервальных методов вычисления вероятностей высказываний и, соответственно, упростить алгоритм вычисления предельной оценки надежности технических систем.

Ключевые слова *— импликант, надежность, логическая функция, логико-вероятностный метод.*

Введение

Использование методов и технологий обработки знаний для организации интеллектуального диагностирования сложных технических объектов, особенно в экстремальных условиях и при высоком уровне помех, весьма актуально. В связи с этим представляется важным создание моделей прогнозирования отказов интеллектуальных систем и разработка алгоритмов для оценки надежности интеллектуальных технических систем.

Постановка задачи

Рассмотрим техническую систему, состоящую из N частей. Нужно по характеристикам системы определить ее надежность. Пусть система характеризуется кортежем

$$<S, U, \mathbf{Y}, t>,$$

где S — состояние системы; U — управление; $\mathbf{Y}$ — вектор поломки; t — время. Используем правила-продукты для выявления причины отказа разных частей системы. Пусть $\mathbf{y} = (y_1, y_2, ..., y_n)$ — вектор отказа технической системы, y_i^j — причина отказа, $i = 1, 2, ..., n$; $j = 1, 2, ..., N$ — число вариантов, т. е. отказу соответствует следующее сочетание показателей (характеристик) частей технической системы: $y_{i1} \vee y_{i2} \vee ... \vee y_{im} \to y_i$. Причина выхода из строя y_i^j выражается следующими логическими уравнениями:

$$\begin{gathered} y_{i1}^1 \vee y_{i2}^1 \vee \ldots \vee y_{im}^1 \to y_i^1; \\ y_{i1}^2 \vee y_{i2}^2 \vee \ldots \vee y_{im}^2 \to y_i^2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{i1}^N \vee y_{i2}^N \vee \ldots y_{im}^N \to y_i^N, \end{gathered} \tag{1}$$

здесь i — номер отказа; m — число показателей. Пусть $p_i^j(y_i)$ — вероятность отказа y_i^j, $p_i^j(y_i) \in [0, 1]$. Задача состоит в том, чтобы найти то сочетание y_i^j, которое максимизирует функцию (надежность системы):

$$P(y_1 \wedge y_2 \wedge \cdots \wedge y_n) \to \max_{p_i}. \tag{2}$$

Метод решения задачи

Сначала отметим, что каждому отказу y_i^j ($i = 1, 2, ..., n$, $j = 1, 2, ..., N$) соответствует множество (отрезки) вероятностей $Q_i = [q_{i1}, q_{iN}]$, где $0 \le q_{i1} \le 1$, $0 \le q_{iN} \le 1$. Создадим два множества, элементы которых принадлежат множеству Q_i:

$$\begin{gathered} Q_{\min} = \{q_{11}, q_{21}, ..., q_{n1}\} \text{ и} \\ Q_{\max} = \{q_{1N}, q_{2N}, ..., q_{nN}\}. \end{gathered} \tag{3}$$

Используя метод из работы [1], систему (1) сведем к системе

$$\mathbf{AS} = \mathbf{b}, \tag{4}$$

где $\mathbf{A}$ — прямоугольная двоичная матрица размерностью $[n, m]$, $n > m$; $\mathbf{S}$ — фундаментальный вектор логической системы размерностью n; $\mathbf{b}$ — двоичный вектор размерностью n.

Метод [1] позволяет сводить исходные системы в форме конечных автоматов к линейным системам алгебраических уравнений в форме, известной как линейные последовательностные машины (ЛПМ) [2]. Это дает возможность перейти от имитационных методов исследования к аналитическим методам линейной алгебры по mod2. В этом случае эксперименты над моделями не проводятся. Численные оценки определяются беспоисковыми способами, а результаты представляются в аналитической форме.

Представление моделей в форме ЛПМ имеет принципиальное значение, так как позволяет задачи, для которых неизвестно решение за полиномиальное время, привести к задачам, для которых известны эффективные алгоритмы решения. По терминологии С. Кука [3], это означает свести задачу к подклассу P так называемых NP-полных задач. В теории NP-полноты задач дискретной оптимизации, разработанной С. Куком, проблема сводимости одной задачи к другой за полиномиальное время, как функции числа шагов от ее размерности (n), является одной из важнейших. Линеаризация систем уравнений логического типа, содержащих конъюнкции из компонентов вектора состояний, позволяет за счет его расширения упорядочить причинно-следственные связи в комбинаторных задачах математического программирования и сравнительно просто определить их сложность, а также оценить логическую замкнутость и непротиворечивость исходной нелинейной системы логических уравнений.

И. И. Жегалкин [4, 5], основываясь на алгебре Буля, упростил законы оперирования с логическими сложением и умножением и свел эти операции к действиям, на которые распространяются арифметические законы ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности.

Таким образом, при решении систем логических уравнений их арифметизация легко осуществляется переводом логической функции (ЛФ) из булева базиса в базис Жегалкина, а при интерпретации полученных решений — обратно в булевый базис. При этом любая ЛФ [4] может быть представлена в форме полинома Жегалкина (канонической полиноминальной новой форме) единственным образом посредством компонентов вектора $\mathbf{S}$ в качестве ее аргументов. Таким же образом можно аргументы вероятностной функции из (2) представить в базисе Жегалкина. Можно показать, что при представлении любой ЛФ в качестве произведения идентификационной строки на фундаментальный вектор вероятность этой функции можно рассматривать как алгебраическую сумму, каждый элемент которой вычисляется независимо от других компонентов, только по его порядковому номеру.

Рассмотрим две задачи:

$$P(y_1 \wedge y_2 \wedge \dots \wedge y_n) \to \max_{p_i \in Q_{\min}} \quad (5)$$

$$\mathbf{A}_1\mathbf{S}_1 = \mathbf{b}_1 \quad (6)$$

и

$$P(y_1 \wedge y_2 \wedge \dots \wedge y_n) \to \min_{p_i \in Q_{\max}} \quad (7)$$

$$\mathbf{A}_2\mathbf{S}_2 = \mathbf{b}_2, \quad (8)$$

где строки из систем уравнений (6) и (8) выбираются так, чтобы соответствовали элементам из множеств $Q_{\min}$ и $Q_{\max}$. Назовем систему уравнений (5), (6) нижней граничной, а систему уравнений (7), (8) — верхней граничной задачей оценки надежности технической системы. Множество допустимых решений (5), (6) обозначим через $M_{\min}$, а (7), (8) — через $M_{\max}$. Элементы этих множеств находятся путем проверки удовлетворения строк из (6) и (8) соответственно в (5) и (7). Далее оптимизация целевых функций (5) и (7) производится на множествах $M_{\min}$ и $M_{\max}$. Для этого вычисляются вероятности элементов из множеств $M_{\min}$ и $M_{\max}$. Среди них находятся минимум (максимум) вероятностей $\overline{p}$ ($\hat{p}$). Они являются решениями для верхней (нижней) граничной задачи оценки надежности технической системы. Следовательно, решения (1), (2), т. е. надежность системы P находится между минимумом и максимумом $\overline{p}$ и $\hat{p}$. Для интерпретации решений, т. е. выявления того сочетания событий, которому соответствуют данные вероятности, можно использовать графический метод. Для этого по оси абсцисс нужно отложить номера сочетаний событий, а по оси ординат — соответствующие вероятности, характеризующие надежности.

Заключение

Вышеизложенный метод позволяет свести задачу надежности технической системы, когда вероятности поломки частей системы даны в виде множества (отрезков), к нижней граничной и верхней граничной задачам оценки надежности и соответственно получить гарантированные оценки надежности системы.

Литература

1. **Дубаренко В. В., Курбанов В. Г.** Метод приведения систем логических уравнений к форме линейных последовательностных машин //Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. № 4. С. 37–41.
2. **Гилл А.** Линейные последовательностные машины. — М.: Наука, 1974. — 335 с.
3. **Кук С. А.** Сложность процедур вывода теорем // Кибернетический сборник. Новая серия. М.: Мир, 1975. Вып. 12. С. 5–15.
4. **Жегалкин И. И.** О технике вычислений предложений в символической логике // Мат. сб. 1927. Т. 34. Вып. 1. С. 305–338.
5. **Жегалкин И. И.** Арифметизация символической логики // Мет. сб. 1928. Т. 35. Вып. 3, 4. С. 9–28.