УДК 519.248, 621.384.3

АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ В ИНФРАКРАСНЫХ СИСТЕМАХ

М. О. Колбанев,
доктор техн. наук, профессор
В. А. Рогачев,
канд. техн. наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций

Проблема обнаружения сигнала в общем режиме в инфракрасных системах формулируется как задача обнаружения двухпараметрического сигнала. Применение критерия Неймана — Пирсона и принципа инвариантности позволяет получить решение — модифицированную статистику Фишера. Сравнение с известными статистиками определяет диапазоны значений сигнала и уровней помех, при которых обеспечивается максимальная вероятность правильного обнаружения.

***Ключевые слова** — обнаружение, инфракрасные системы, критерий Неймана — Пирсона, модифицированная статистика Фишера.*

Введение

В инфракрасных системах при обнаружении, как правило, реализуется контрастный метод обнаружения, обусловленный наличием помехи неизвестного уровня. При этом выполняется сравнение контраста, вычисляемого по некоторому алгоритму для сигнальной и помеховой выборок, с пороговым уровнем [1].

Выбор того или иного алгоритма обнаружения в существенной мере зависит от режима, в котором находится инфракрасная система [2]. Для режимов обнаружения: ограничение внутренним шумом (определяющим в системе является внутренний шум), обнаружение случайного сигнала (в системе выполняется обнаружение случайного сигнала) и режима ограничения фоном (определяющим в системе является фоновый шум) — получены оптимальные алгоритмы обнаружения, обеспечивающие максимальную вероятность правильного обнаружения при всех амплитудах сигнала и заданной вероятности ложной тревоги [3].

Гораздо менее определенной остается ситуация с оптимальным алгоритмом обнаружения для общего режима. В этом случае выходной сигнал фотоприемника представляет собой случайный сигнал с нормальным распределением, являющийся суммой сигнала объекта, внутренней и внешней помехи. Причем внутренняя помеха имеет математическое ожидание, равное темновому току, и дисперсию, определяемую внутренним шумом. Для внешней помехи математическое ожидание равно фоновому току, а дисперсия определяется фоновым шумом, при этом математическое ожидание и дисперсия, как правило, связаны друг с другом коэффициентом пропорциональности, зависящим от типа фотоприемника.

Появление обнаруживаемого объекта в поле зрения системы вызывает изменение как математического ожидания, так и дисперсии выходного сигнала фотоприемника [3].

В случае полностью известных параметров задача достаточно легко решается с помощью критерия Неймана — Пирсона вычислением отношения правдоподобия [4].

Однако в реальных условиях, как правило, определены только объемы сигнальной и помеховой выборок, а параметры помехи и сигнала объекта полностью неизвестны.

Проблеме обнаружения сигнала объекта в инфракрасных системах в условиях априорной неопределенности и посвящена данная работа.

Формулирование подходов к решению задачи обнаружения

Поскольку обнаруживаемый сигнал объекта имеет два полезных признака — математическое ожидание и дисперсию, то задача обнаружения может быть сформулирована по-разному.

Если дисперсия сигнала объекта — «сигнальные шумы» — не учитывается как признак, то задача обнаружения формулируется как задача сравнения математических ожиданий двух выборок при неравных дисперсиях. Такая задача эквивалентна проблеме Беренса — Фишера, не имеющей непрерывного решения [5, 6].

При учете как математического ожидания, так и дисперсии, определяемых сигналом объекта, задача формулируется как задача обнаружения двух независимых параметров одновременно. Такая задача эквивалентна обнаружению многомерного (двумерного) сигнала и не имеет решения для всех амплитуд полезного сигнала (равномерно наиболее мощного — РНМ-решения) [5].

При обнаружении сигнала объекта с учетом того, что дисперсия сигнала объекта пропорциональна его математическому ожиданию, задача формулируется как задача обнаружения одного параметра. В этом случае размерность статистики больше размерности параметра и, следовательно, статистика не полна [5]. Такая задача эквивалентна обнаружению при двух функционально связанных параметрах и не имеет решений неймановской структуры [5].

Применение критерия Неймана — Пирсона

Рассмотрим, что дает применение критерия Неймана — Пирсона для обнаружения сигнала в инфракрасной системе, находящейся в общем режиме.

Синтез оптимального правила обнаружения произведем на основе распределения выходного сигнала фотоприемника, которое имеет следующий вид:

— при отсутствии сигнала объекта:

$$H_0 : x \in N(d+b, \sigma^2 + ab), y \in N(d+b, \sigma^2 + ab);$$

— при наличии сигнала объекта:

$$H_1 : x \in N(d+b, \sigma^2 + ab), y \in N(d+b+s, \sigma^2 + ab + as),$$

где d — уровень темнового тока; b — уровень фонового тока; σ^2 — дисперсия внутреннего шума; ab — дисперсия фонового шума, as — дисперсия сигнала, a — коэффициент пропорциональности между током и шумами, зависящий от типа фотоприемника; s — математическое ожидание сигнала объекта.

Совместная плотность распределения элементов сигнальной и помеховой выборок для этого класса

$$p(x, y) = C(d+b, s, \sigma^2 + ab, as) \times$$
$$\times \exp(\theta_1 T_1 + \theta_2 T_2 + \theta_3 T_3 + \theta_4 T_4),$$

где C — постоянная.

Это экспоненциальное семейство с четырьмя параметрами

$$\theta_1 = -1/(2(\sigma^2 + ab)),\ \theta_2 = -1/(2(\sigma^2 + ab + as)),$$
$$\theta_3 = (d+b)/(2(\sigma^2 + ab)),$$
$$\theta_4 = (d+b+s)/(2(\sigma^2 + ab + as))$$

и четырьмя достаточными статистиками

$$T_1 = \sum_{i=1}^{M} x_i^2,\ T_2 = \sum_{j=1}^{N} y_j^2,\ T_3 = \sum_{i=1}^{M} x_i,\ T_4 = \sum_{j=1}^{N} y_j.$$

В данном случае существует четыре достаточные статистики: две — для математического ожидания и две — для дисперсии.

В качестве мешающих параметров с априорно неизвестными значениями в данном случае выступают математическое ожидание помеховой выборки, являющееся суммой темнового и фонового тока, и дисперсия помеховой выборки, представляющая собой сумму дисперсии внутреннего и фонового шумов. Для устранения влияния мешающих параметров применим принцип инвариантности [1, 5].

Применение этого принципа основано на использовании преобразований, инвариантных относительно проверяемых гипотез. Для нормального распределения такими преобразованиями являются преобразования из группы сдвигов и масштабов [5]. В результате приходим к решающей статистике следующего вида [3]:

$$r = \left(\sum_{j=1}^{N} (y_j - \bar{x})^2 / N\right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{M} (x_i - \bar{x})^2 / (M-1)\right),$$

где $\bar{x} = \sum_{i=1}^{M} x_i / M$ — среднее значение помеховой выборки.

Данная решающая статистика для проверки выдвигаемой гипотезы о наличии сигнала представляет отношение оценки дисперсии сигнальной выборки к оценке дисперсии помеховой выборки. В отличие от обычной статистики Фишера в числителе используется оценка математического ожидания помеховой выборки, в которой отсутствует сигнал объекта. В этом случае учитывается то, что при появлении полезного сигнала произойдет увеличение как математического ожидания, так и дисперсии.

Применение теории инвариантности дает возможность получить статистику для проверки выдвинутой гипотезы, однако судить о степени ее близости к статистике, обеспечивающей максимальную вероятность правильного обнаружения при всех значениях сигнала (РНМ), можно лишь в сравнении с решающими статистиками для сходных задач.

Вычисление распределения полученной решающей статистики — модифицированной статистики Фишера — приводит к нецентральному распределению Фишера, зависящему от двух параметров: отношения дисперсии сигнальной и помеховой выборок и отношения сигнал / шум. Плотность распределения имеет следующий вид [3]:

$$p(r) = ((M-1)\rho / N)^{(M-1)/2} \exp(-N\tau / 2) \times \\ \times r^{N/2-1} \sum_{k=0}^{\infty} (1/k!)(N\tau/2)^k \times \\ \times (r + (M-1)\rho / N)^{-N/2-(M-1)/2-k} / \\ / B((M-1)/2, N/2+k)$$

где $\rho = (\sigma^2 + ab + as + \sigma^2 / M + ab / M)/(\sigma^2 + ab)$ — параметр, равный отношению дисперсий сигнальной и помеховой выборок; $\tau = s^2 / (\sigma^2 + ab + as + \sigma^2 / M + ab / M)$ — параметр, связанный с отношением сигнал / шум; $B((M-1)/2, N/2+k)$ — бета-функция.

При отсутствии сигнала объекта распределение превращается в стандартное распределение Фишера и пороговый уровень определяется из центрального распределения Фишера [5]

$$\lambda_z = F_{N,M-1}^{-1}(1-\alpha),$$

где $F_{N,M-1}^{-1}(1-\alpha)$ — квантиль распределения Фишера уровня α и с N и M степенями свободы.

Сравнение вероятностей правильного обнаружения

Для определения качества полученной статистики сравним ее вероятность правильного обнаружения со следующими статистиками:

— статистика Гаусса (при всех известных параметрах) для определения максимально возможной вероятности правильного обнаружения;

— статистика Стьюдента, учитывающая только математическое ожидание сигнала объекта;

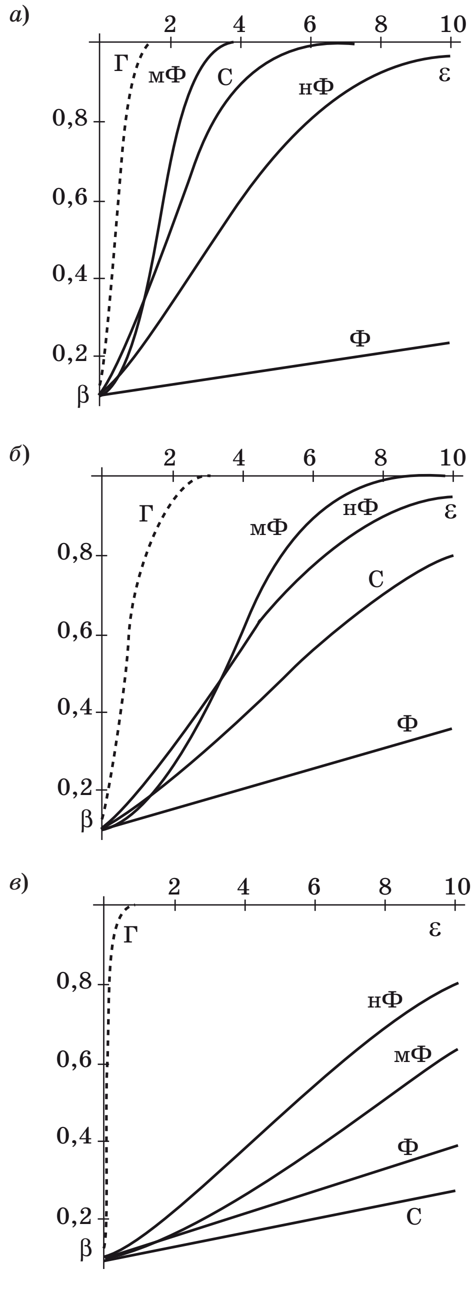
— статистика Фишера, учитывающая только дисперсию сигнала объекта;

— дважды нецентральная статистика Фишера, учитывающая математическое ожидание и дисперсию сигнала объекта, связанные друг с другом.

Вычисления вероятностей правильного обнаружения были произведены при изменении относительного уровня фонового тока в диапазоне от 0,1 до 10 и изменении нормированного коэффициента пропорциональности между средним и дисперсией в диапазоне от 0,1 до 10 для вероятности ложной тревоги 0,1; 0,01; 0,001 и объемов выборок от 10 до 100.

Как видно из приведенных графиков, при малом уровне дисперсии сигнала (рисунок, *а*) модифицированная статистика Фишера в основном обеспечивает превосходство по сравнению с остальными статистиками.

При средних уровнях дисперсии сигнала (рисунок, *б*) модифицированная статистика Фишера



■ *Вероятности правильного обнаружения β в зависимости от отношения сигнал / шум ε при a = 0,1 (а); 1 (б); 10 (в), относительном уровне фона 10, вероятности ложной тревоги 0,1 и объеме выборок, равном 10: Ф — статистика Фишера; мФ — модифицированная статистика Фишера; нФ — нецентральная статистика Фишера; С — статистика Стьюдента; Г — статистика Гаусса* также в основном обеспечивает превосходство над остальными статистиками.

При большом уровне дисперсии сигнала (рисунок, *в*) хотя модифицированная статистика Фишера и проигрывает нецентральной статистике Фишера, по-прежнему обеспечивает уверенное превышение над статистиками Стьюдента и Фишера.

Однако при небольших уровнях дисперсии сигнала и малых отношениях сигнал / шум модифицированная статистика Фишера проигрывает статистике Стьюдента и нецентральной статистике Фишера.

Заключение

Проблема обнаружения сигнала в общем режиме в инфракрасных системах формулируется как задача обнаружения двухпараметрического сигнала на фоне внутренних и внешних помех.

Для решения задачи обнаружения двухпараметрического сигнала было сформулировано три подхода.

Показано, что эти подходы не обеспечивают максимальную вероятность правильного обнаружения для всех значений сигнала и уровней помех.

Метод, основанный на достаточных статистиках, критерии Неймана – Пирсона и принципе инвариантности, позволяет получить решение — модифицированную статистику Фишера.

Сравнение с такими статистиками, как статистика Стьюдента, статистика Фишера и нецентральная статистика Фишера позволяет определить диапазоны значений сигнала и уровней помех, при которых обеспечивается максимальная вероятность правильного обнаружения.

Литература

1. **Теория** обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.
2. **Хадсон Р.** Инфракрасные системы. — М.: Мир, 1972. — 536 с.
3. **Колбанев М. О., Рогачев В. А.** Оптимизация выделения полезного сигнала в многорежимных информационных системах // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. 2010. Вып. 2. С. 92–103.
4. **Кендал М., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи. — М.: Мир, 1966, — 900 с.
5. **Леман Э. Л.** Проверка статистических гипотез. — М.: Наука, 1978. — 452 с.
6. **Линник Ю. В.** Статистические задачи с мешающими параметрами. — М.: Наука, 1966. — 252 с.