

УДК 621(075.8)

ЛОГИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНЫЕ СЕТИ

А. Е. Городецкий,

д-р техн. наук

И. Л. Тарасова,

канд. техн. наук

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

Рассматриваются методы формирования логически прозрачных сетей. Выделяются следующие классы нейронных сетей: логико-лингвистические и логико-вероятностные. Анализируются условия и проблемы создания таких сетей.

Methods of formation of logically transparent networks are considered. The following classes of neural networks are entered: logical-linguistic and logical-probabilistic. It is analyzed conditions and problems of creation of such networks.

Введение

Одним из недостатков нейронных сетей (НС), с точки зрения многих пользователей, является отсутствие объяснительного компонента получаемых результатов, т. е. из обученной НС невозможно извлечь алгоритм решаемой задачи. Конечным результатом работы алгоритма обучения является некоторый вектор весов межнейронных связей сети, в котором, в соответствии с принятым коннекционистским подходом к формализации НС, и сосредоточены все знания. Каждая компонента этого вектора представляет собой некоторое число, которое никаким образом невозможно интерпретировать.

Формирование логических нейронных сетей

Красноярской группой «НейроКомп» была сформулирована идея логически прозрачных сетей, т. е. сетей, на основе структуры которых можно построить вербальное описание алгоритма получения ответа [1]. Это достигается при помощи специальным образом построенной процедуры уменьшения сложности (прореживания) сети.

Другой подход к построению логически прозрачных сетей заключается в том, что в сети используются только два типа нейронов, осуществляющих логические операции отрицания и дизъюнкции или отрицания и конъюнкции, либо операции сложения и умножения по модулю «2». Такие нейроны можно назвать логическими. Входная информация в этом случае должна быть преобразована в логическую форму или набор логических переменных x_i ,

из которых можно создать фундаментальный вектор логической системы [2]:

$$\mathbf{F} = /x_1 x_2 \dots x_n x_1 \otimes x_2 x_1 \otimes x_3 \dots x_{n-1} \otimes x_n x_1 \otimes x_2 \otimes x_3 \dots \dots x_{n-2} \otimes x_{n-1} \otimes x_n \dots x_1 \otimes x_2 \otimes x_3 \otimes x_4 \dots \dots x_{n-3} \otimes x_{n-2} \otimes x_{n-1} \otimes x_n \dots x_1 \otimes x_2 \otimes \dots \otimes x_{n-1} \otimes x_n /^T, \quad (1)$$

по которому можно вычислить любую логическую функцию:

$$f_i = C_i F, \quad (2)$$

где C_i — идентификационная строка, состоящая из комбинации 0 и 1 и имеющая размерность вектора \mathbf{F} , например,

$$C_i = /000110 \dots 0/. \quad (3)$$

При этом обучение полученной логической нейронной сети будет состоять в поиске идентификационных строк (или связей между нейронами).

Логические переменные x_i вектора \mathbf{F} можно получить путем квантования входных величин и присвоения полученным квантам q_i имен логических переменных x_i , принимающих значения истина «1» или ложно «0». Например, если входная переменная — температура T может изменяться в пределах от -20 до $+20$ °С, то, введя квант в 10 °С, можно весь диапазон изменения температуры разбить на четыре кванта: $q_1 = [-20, -10]$, $q_2 = [-10, 0]$, $q_3 = [0, +10]$, $q_4 = [+10, +20]$ (рис. 1). Тогда кванту q_1 можно присвоить имя x_1 {очень холодно}, кванту q_2 присвоить имя x_2 {холодно}, кванту q_3 присвоить имя x_3 {прохладно} и кванту q_4 — x_4 {тепло}. Теперь, если, например, температура на входе $t = +5$ °С, то значения логических переменных будут следующими: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$. Если кванты, образующие смежные логические переменные, например «холод-

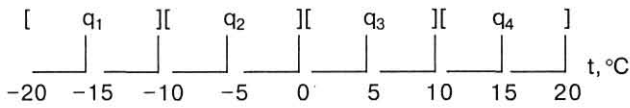


Рис. 1. Получение логических переменных

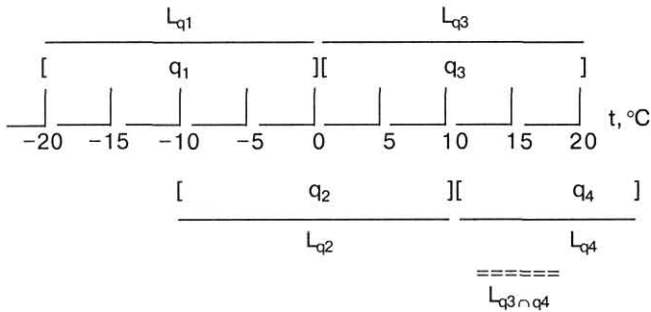


Рис. 2. Получение лингвистических переменных

но» и «прохладно», будут частично перекрываться («холодно» — [-15, +5], а «прохладно» — [-5, +15] (рис. 2), то этим квантам можно также поставить в соответствие логические переменные таких же наименований. При этом степень принадлежности входной величины x_i к тому или иному кванту (к той или иной логической переменной) характеризуется функцией принадлежности $\mu(x_i)$ подобно тому, как это делается при фазификации [1]. Полученные таким образом переменные принято называть лингвистическими.

Поэтому в дальнейшем нейронные сети, построенные из логических нейронов и использующие на входе лингвистические переменные, будем называть логико-лингвистическими нейронными сетями.

Кроме того, вместо функции принадлежности можно ввести другую характеристику степени принадлежности входной величины к тому или иному кванту. Наиболее естественно в качестве такой характеристики выбрать вероятность, вычисляемую как отношение перекрывающегося промежутка $L_{qi} \cap L_{qj}$ к протяженности кванта L_{qj} (см. рис. 2):

$$P(x_i = 1) = L_{qi} / L_{qj} \quad (4)$$

Полученные описанным способом переменные в дальнейшем будем называть логико-вероятностными, а соответствующие им нейронные сети — логико-вероятностными нейронными сетями.

Уменьшение избыточности логических нейронных сетей

Введенные выше сети являются логически прозрачными, но имеют значительную избыточность, которая может быть уменьшена, если часть логических функций f_i известна заранее и нет необходимости поиска соответствующих им идентификационных строк C_i . Кроме того, уменьшить избыточность таких НС можно также, если известны функциональные зависимости между входными величинами.

Пусть, например, имеется функциональная зависимость входных величин $Y_2(Y_1)$, показанная на рис. 3.

Для перевода линейной зависимости 1, представленной на рис. 3, в систему логических функций (уравнений), вначале надо, исходя из требуемой точности δ_i представления входных величин, разбить диапазоны их изменения: $D_1 = Y_{1\max} - Y_{1\min}$ и $D_2 = Y_{2\max} - Y_{2\min}$ на N_1 и N_2 квантов:

$$q_{1i} = [Y_{1\min} + i\delta_i; Y_{1\min} + (i + 1)\delta_i], i = 0, 1, 2, \dots, N_1; \quad (5)$$

$$q_{2j} = [Y_{2\min} + j\delta_j; Y_{2\min} + (j + 1)\delta_j], j = 0, 1, 2, \dots, N_2. \quad (6)$$

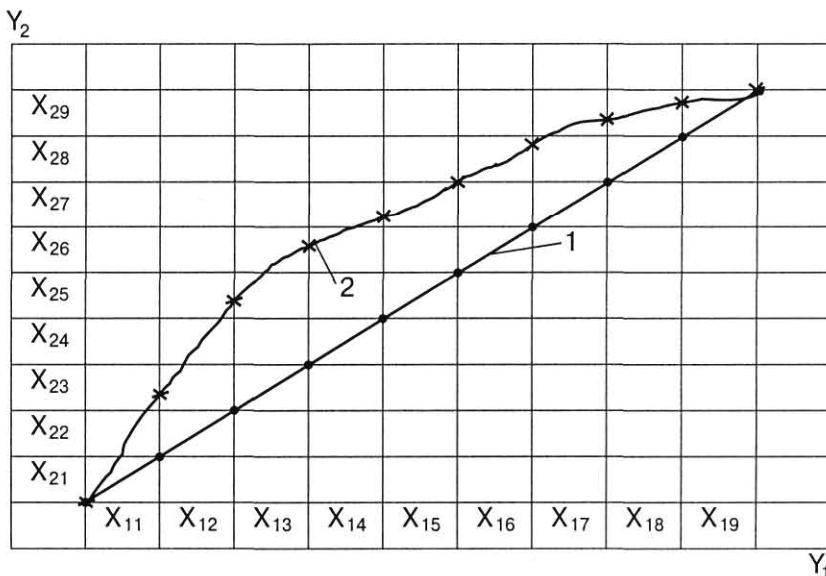


Рис. 3. Функциональные зависимости входных величин

■ Таблица 1

	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅	X ₂₆	X ₂₇	X ₂₈	X ₂₉
X ₁₁	1	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₂	0	1	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₃	0	0	1	0	0	0	0	0	0
X ₁₄	0	0	0	1	0	0	0	0	0
X ₁₅	0	0	0	0	1	0	0	0	0
X ₁₆	0	0	0	0	0	1	0	0	0
X ₁₇	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X ₁₈	0	0	0	0	0	0	0	1	0
X ₁₉	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Затем в соответствии с рис. 3 можно составить табл. 1 для вывода логических функций умножения по модулю «два» или конъюнкции между логическими переменными X_{1i} и X_{2j}, которым соответствуют кванты q_{1i} и q_{2j}:

$$Y \Rightarrow X_{1i} \otimes X_{2j}; \quad (7)$$

$$Y \Rightarrow X_{1i} \otimes X_{2j}; \quad (8)$$

либо — импликаций между X_{1i} и X_{2j}:

$$Y \Rightarrow X_{1i} \rightarrow X_{2j}; \quad (9)$$

$$Y \Rightarrow \neg X_{1i} \vee X_{2j}; \quad (10)$$

$$Y \Rightarrow X_{1i} \otimes X_{2j} \otimes X_{1i} \otimes 1. \quad (11)$$

Выбор конкретной логической функции из набора (7) — (11), отражающей приведенную на рис. 3 линейную функцию Y₂(Y₁), зависит от содержательной части решаемой задачи. В большинстве случаев указанную зависимость можно представить в виде системы из логических уравнений (11).

Очевидно, что все логические уравнения типа (7)–(11) могут быть переведены в стандартную форму (2).

В случае нелинейной зависимости Y₂(Y₁) (кривая 2 на рис. 3) нельзя каждому кванту q_{1i} поставить в соответствие один квант q_{2j} (см. также рис. 2). При этом какому-либо кванту q_{1i} может соответствовать: либо один полный квант q_{2j}, либо один неполный квант q_{2j}, либо два и более полных кванта q_{2j}, q_{2j+1}, либо один или несколько полных квантов q_{2j}, q_{2k} и один или несколько неполных квантов q_{2j-1}, q_{2k+1} и т. д. (табл. 2). При этом, если такие нелинейные зависимости, представленные на рис. 3, отображать, как и прежде, только системой логических уравнений, т. е. без учета степени принадлежности какого-либо кванта q_{2j} кванту q_{1i}, то будет

■ Таблица 2

	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅	X ₂₆	X ₂₇	X ₂₈	X ₂₉
X ₁₁	1/1	1/1	1/0,5	0	0	0	0	0	0
X ₁₂	0	0	1/0,5	1/1	1/0,2	0	0	0	0
X ₁₃	0	0	0	0	1/0,8	1/0,4	0	0	0
X ₁₄	0	0	0	0	0	1/0,6	1/0,5	0	0
X ₁₅	0	0	0	0	0	0	1/0,6	1/0,1	0
X ₁₆	0	0	0	0	0	0	0	1/0,8	0
X ₁₇	0	0	0	0	0	0	0	1/0,1	1/0,5
X ₁₈	0	0	0	0	0	0	0	0	1/0,7
X ₁₉	0	0	0	0	0	0	0	0	1/0,1

вводиться большая погрешность отображения, зависящая от вида кривой 2. Улучшить эту ситуацию можно путем введения либо вероятности P{X_{1i} → X_{2j} = 1}, либо функции принадлежности μ(Y) (Y ⇔ X_{1i} ⇔ X_{2j}), вычисляемой подобно вероятности в уравнении (4). Вычисленные величины приведены в табл. 2. (в знаменателях). Например, P{X₁₂ → X₂₃ = 1} = μ(X₁₂ → X₂₃) = 0,5.

Заключение

Нами рассмотрена простейшая монотонная гладкая возрастающая зависимость. Замена более сложных функциональных зависимостей на логические функции, очевидно, будут приводить к большим погрешностям, уменьшение которых потребует дополнительных усилий. Тем не менее, приведенные примеры показывают, что имеется принципиальная возможность построения логически прозрачных сетей, позволяющих получать решения многих практических задач с достаточной точностью при некотором увеличении их размерности и интерпретировать и объяснять получаемые результаты. Однако построение таких сетей чаще всего требует большого числа экспериментов и не всегда экономически выгодно.

Литература

1. Комарцова Л. Г., Максимов А. В. Нейрокомпьютеры. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. — 317 с.
2. Городецкий А. Е., Дубаренко В. В., Ерофеев А. А. Алгебраический подход к решению задач логического управления // А и Т. — 2000. — № 2. — С. 127–138.