

УДК.621.396.67

МЕТОД РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ИЗЛУЧЕНИЯ АПЕРТУРНЫХ АНТЕНН НА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТАХ ИЗ КОМПОЗИТОВ

А. А. Оводенко,

доктор техн. наук, профессор

В. Н. Красюк,

доктор техн. наук, профессор

В. В. Горбацкий,

ассистент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Разработан метод расчета характеристик излучения апертурных антенн для летательных аппаратов, выполненных полностью или фрагментарно из композитного материала. Учитывается технологическая особенность композита: продольное распределение комплексной диэлектрической проницаемости. Оценено влияние композитного покрытия на диаграмму направленности, проводимость антенны и на бортовой потенциал РТС.

The method of performance estimation of aperture antennas radiation for aircrafts, which are completely or partially made of composit material, was implemented. The technological property of composit longitudinal distribution of complex dielectric — is considered. The influence of composit material on polar pattern, antenna conductance and airborne system has been estimated.

Управление и получение информации с помощью дистанционно пилотируемого летательного аппарата (ДПЛА) с малым значением эффективной площади рассеяния (ЭПР) включает в себя ряд бортовых антенн, размещенных на ДПЛА, фюзеляж которого выполнен из композитов. Это усложняет расчет и проектирование таких антенн, так как пока имеются методы расчета только для металлических конструкций летательных аппаратов. Одному из методов расчета антенны как элемента информационно-управляющей системы ДПЛА и посвящается данная статья.

Использование антенн на летательных аппаратах из композитов (например, в малой авиации) может в значительной степени изменить их характеристики излучения. Степень влияния композита определяется его параметрами: комплексной диэлектрической проницаемостью (ϵ) и ее распределением как по толщине, так и по продольной координате. Композит оказывает влияние на характеристики излучения антенн различных РТС в широком диапазоне длин волн.

В настоящее время расчет характеристик излучения таких антенн производится в приближении однородного композитного покрытия на фольге (значение ϵ не зависит от координат), слоисто-однородного композитного покрытия на фольге (значение ϵ в каждом слое не зависит от координат) и неоднородного по толщине [1]. Причем последний случай сводится ко второму путем условного разбиения на l слоев, сколь угодно точно аппроксимирующих непрерывное изменение ϵ по толщине композита. Однако все эти модели не учитывают изменение ϵ по касательным (вдоль раскрыва антенны) направлениям, реально существующее у композитного материала.

В случае пространственной неоднородности композита для вычисления характеристик излучения антенн требуется решить нелинейную систему уравнений Максвелла [2]:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + \text{grad} \left\{ \text{grad} \left[\ln \epsilon(x, y, z) \vec{E} \right] \right\} + k_0^2 \epsilon(x, y, z) \vec{E} = 0, \\ \vec{H} = \frac{j}{\omega \mu_a} \text{rot} \vec{E}. \end{cases} \quad (1)$$

При произвольном распределении $\bar{\epsilon}(x, y, z)$ и возбуждении антенны найти решение этой задачи в замкнутом виде невозможно через замкнутые функции.

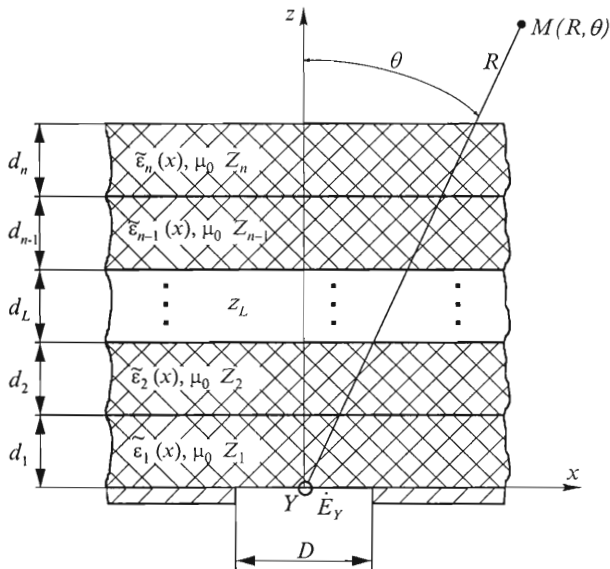
В статье рассматривается метод расчета характеристик излучения апертурных антенн, расположенных в плоской идеально проводящей бесконечной фольге с пространственно-неоднородным композитным покрытием, в случаях, если пространственная задача (1) может быть сведена к двумерной, т. е. считаем: $\bar{\epsilon}(x, y, z) = \bar{\epsilon}(x, z)$. Сначала рассмотрим излучение плоской апертуры D , покрытой таким диэлектриком. Разобьем композит на n слоев так, что в каждом из них $\bar{\epsilon}_L(x, z)$ можно считать не зависящей от координаты z , т. е. $\bar{\epsilon}_L(x, z) = \bar{\epsilon}_L(x)$. Модель излучающей системы показана на рис. 1. Электрическое поле во всех точках апертуры направлено вдоль оси y и не зависит от этой координаты, т. е. $\vec{E} = \vec{E}_y(x, z)$, $\vec{E}_x = \vec{E}_z = 0$. Для современных диэлектрических композитных материалов можно считать справедливым следующее выражение комплексной диэлектрической проницаемости по малому параметру η [1]:

$$\bar{\epsilon}_L(x, z = z_L) = \bar{\epsilon}_L^{(0)} + \eta \bar{\epsilon}_L^{(1)}(x), \quad L = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где $\bar{\epsilon}_L^{(1)}(x)$ — изменение комплексной диэлектрической проницаемости в L -м слое относительно среднего значения $\bar{\epsilon}_L^{(0)}$.

Для решения задачи перейдем к безразмерным координатам путем замены $x = k_0 x$, $y = k_0 y$, $d_L = k_0 d_L$. Тогда система (1) для излучающей апертуры при введенных допущениях сводится к волновому уравнению с переменным коэффициентом относительно $\bar{E}_y(x, z)$:

$$\frac{\partial^2 \bar{E}_{y,L}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}_{y,L}}{\partial z^2} + \bar{\epsilon}_L(x) \bar{E}_{y,L} = 0, \quad L = 1, 2, \dots, n+1. \quad (3)$$



■ Рис. 1. Модель излучающей системы

Его решение будем искать в виде асимптотического ряда:

$$\bar{E}_{y,L} = \bar{E}_{y,L}^{(0)} + \eta \bar{E}_{y,L}^{(1)} + \eta^2 \bar{E}_{y,L}^{(2)} + \dots + \eta^i \bar{E}_{y,L}^{(i)} + \dots, \quad (4)$$

где η — порядок малости изменения $\bar{E}_{y,L}$ под действием $\bar{\epsilon}_L^{(1)}(x)$.

Подставляя искомое решение (4) в уравнение (3), получим последовательность волновых уравнений с постоянными коэффициентами для нахождения приближений электрического поля в слоях композита ($L = 1, 2, \dots, n$) и свободном пространстве ($L = n + 1$):

$$\frac{\partial^2 \bar{E}_{y,L}^{(0)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}_{y,L}^{(0)}}{\partial z^2} + \bar{\epsilon}_L^{(0)}(x) \bar{E}_{y,L}^{(0)} = 0, \quad L = 1, 2, \dots, n+1, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{E}_{y,L}^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}_{y,L}^{(i)}}{\partial z^2} + \bar{\epsilon}_L^{(0)}(x) \bar{E}_{y,L}^{(i)} = f_L^{(i)}, \quad L = 1, 2, \dots, n+1, \quad (6)$$

$$\text{где } f_L^{(i)} = -\bar{\epsilon}_L^{(1)}(x) \bar{E}_{y,L}^{(i-1)}, \quad L = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Для определения решения в нулевом приближении применим к уравнению (5) преобразование Фурье:

$$\xi_L(z, h) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}_{y,L}(x, z) e^{jh x} dx, \quad (8)$$

$$\bar{E}_{y,L}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi_L(z, h) e^{-jh x} dh. \quad (9)$$

Тогда для Фурье-образа $\xi_L(z, h)$ получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi_L^{(0)}(z, h)}{\partial z^2} + \beta_L^{(0)} \xi_L^{(0)}(z, h) = 0, \quad (10)$$

где $\beta_L = \sqrt{\bar{\epsilon}_L^{(0)} - h^2}$ — постоянная распространения парциальных волн в L -м слое композита; а $\beta_0 = \beta_{n+1} = \sqrt{1 - h^2}$ — в свободном пространстве над композитом.

Для композита и свободного пространства общее решение уравнения (10) имеет вид:

$$\xi_L^{(0)} = B_L^{(0)}(h) \cos \beta_L(z - z_{L-1}) + C_L^{(0)}(h) \sin \beta_L(z - z_{L-1}),$$

$$\text{при } L = 1, 2, \dots, n,$$

$$\xi_{n+1}^{(0)} = A^{(0)}(h) e^{-j\beta_0(z - z_n)}, \quad \text{при } (L = n + 1),$$

где $A^{(0)}(h)$, $B_L^{(0)}(h)$, $C_L^{(0)}(h)$ — неизвестные параметры.

Применяя граничные условия непрерывности Фурье-образов тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах разделов слоев с различной диэлектрической проницаемостью, получим систему алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов. Ее удобно решать в матричной форме. Для этого введем обозначения:

$$\mathbf{X}_L^{(0)} = \begin{pmatrix} B_L^{(0)}(h) \\ C_L^{(0)}(h) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{D}_n^{(0)} = \begin{pmatrix} \cos \beta_n d_n & \sin \beta_n d_n \\ -j \frac{\beta_n}{\beta_0} \sin \beta_n d_n & j \frac{\beta_n}{\beta_0} \cos \beta_n d_n \end{pmatrix}, \quad (12)$$

при $L = n$,

$$\mathbf{D}_L^{(0)} = \begin{pmatrix} \cos \beta_L d_L & \sin \beta_L d_L \\ -j \frac{\beta_L}{\beta_{L+1}} \sin \beta_L d_L & j \frac{\beta_L}{\beta_{L+1}} \cos \beta_L d_L \end{pmatrix} \quad (13)$$

при $L = 1, 2, \dots, n-1$.

Тогда

$$\mathbf{D}_L^{(0)} \cdot \mathbf{X}_L^{(0)} = \mathbf{X}_{L+1}^{(0)}, \quad L = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

Последовательно $\mathbf{X}_1^{(0)}, \mathbf{X}_2^{(0)}, \dots, \mathbf{X}_{n-1}^{(0)}$ находим:

$$\mathbf{X}_{n+1}^{(0)} = \mathbf{D}^{(0)} \cdot \mathbf{X}_1^{(0)}, \quad (15)$$

где

$$\mathbf{X}_{n+1}^{(0)} = \begin{pmatrix} A^{(0)}(h) \\ -jA^{(0)}(h) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Следовательно, умножая выражение (15) на матрицу $[\mathbf{D}^{(0)}]^{-1}$ слева, получим уравнение

$$\mathbf{X}_1^{(0)} = [\mathbf{D}^{(0)}]^{-1} \cdot \mathbf{X}_{n+1}^{(0)},$$

где $\mathbf{X}_1^{(0)} = \begin{pmatrix} \xi_1^{(0)}(0, h) \\ C_1^{(0)}(h) \end{pmatrix}$, $\xi_1^{(0)}(0, h) = \frac{2}{h} \sin \left(\frac{Dh}{2} \right)$ — пре-

образование Фурье от электрического поля в раскрыве, из которого вычисляем $A^{(0)}(h)$ и $C_1^{(0)}(h)$. Далее из уравнения (14) последовательно определяем неизвестные коэффициенты $B_L^{(0)}$ и $C_L^{(0)}$. Применяя к найденному решению обратное преобразование Фурье, находим нулевое приближение поля \dot{E} в свободном пространстве и слоях композита:

$$\dot{E}_{y,n+1}^{(0)}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A^{(0)}(h) e^{-j[\beta_0(z-z_n)+hx]} dh; \quad (17)$$

$$\dot{E}_{y,n+1}^{(0)}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [B_L^{(0)}(h) \cos \beta_L(z - z_{L-1}) + C_L^{(0)}(h) \sin \beta_L(z - z_{L-1})] e^{-jhx} dh \quad (18)$$

при $L = 1, 2, \dots, n$.

Вычисленное нулевое приближение соответствует решению для апертуры, излучающей через слоисто-однородное покрытие. Для вычисления l -го и последующих приближений искомого поля запишем преобразование Фурье вида (8) для $\dot{E}_{y,L}^{(i)}$ и подставим его в уравнения (6), (7). Тогда для $i = 1, 2, \dots$ получим:

$$\frac{\partial^2 \xi_L^{(i)}(h_i, z)}{\partial z^2} + [\beta_L^{(i)}]^2 \xi_L^{(i)}(h_i, z) = \tilde{f}_L^{(i)}(h_i),$$

где $\tilde{f}_L^{(i)}(h_i) = - \int_{-\infty}^{\infty} \xi_1^{(i-1)}(x) \dot{E}_{y,L}^{(i-1)}(x, z) e^{jh_i x} dx$, $L = 1, 2, \dots, n+1$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Общее решение этого уравнения для свободного пространства есть:

$$\xi_{n+1}^{(i)}(h_i, z) = A^{(i)}(h_i) e^{-j\beta_0^{(i)}(z-z_n)}. \quad (19)$$

Так как $\tilde{f}_L^{(i)}(h_i)$ не зависит от z , то в слоях композита общее решение запишем в виде

$$\xi_L^{(i)} = [B_L^{(i)}(h) \cos \beta_L^{(i)}(z - z_{L-1}) + C_L^{(i)}(h) \sin \beta_L^{(i)}(z - z_{L-1})] + \frac{\tilde{f}_L^{(i)}}{[\beta_L^{(i)}]^2}. \quad (20)$$

Применяя к (19), (20) граничные условия непрерывности касательных компонент Фурье-образов электрического и магнитного полей, а также учитывая, что $\xi_1^{(i)}(h_i, 0) = 0$, получим систему алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов $A^{(i)}(h_i)$, $B_L^{(i)}(h_i)$, $C_L^{(i)}(h_i)$, которая в матричной форме есть:

$$\mathbf{D}_L^{(i)} \cdot \mathbf{X}_L^{(i)} + \Psi_L^{(i)} = \mathbf{X}_{L+1}^{(i)}. \quad (21)$$

Матрицы $\mathbf{D}_L^{(i)}$, $\mathbf{X}_L^{(i)}$ даются выражениями (11)–(13), а

$$\Psi_L^{(i)} = \begin{pmatrix} \frac{f_L^{(i)}}{[\beta_L^{(i)}]^2} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{f_{L+1}^{(i)}}{[\beta_{L+1}^{(i)}]^2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{при } L = 1, 2, \dots, n,$$

$$\Psi_n^{(i)} = \begin{pmatrix} \frac{f_n^{(i)}}{[\beta_n^{(i)}]^2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{при } L = n.$$

Последовательно исключая $\mathbf{X}_1^{(i)}, \mathbf{X}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{X}_n^{(i)}$, находим при $L = n$:

$$\mathbf{X}_{n+1}^{(i)} = \mathbf{D}^{(i)} \mathbf{X}_1^{(i)} + \mathbf{K}^{(i)}, \quad (22)$$

где $\mathbf{X}_1^{(i)}$ и $\mathbf{D}^{(i)}$ в i -м приближении определяются как

$$\mathbf{X}_1^{(i)} = \begin{pmatrix} 0 \\ C_1^{(i)}(h_i) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{D}_n^{(i)} \mathbf{D}_{n-1}^{(i)} \dots \mathbf{D}_2^{(i)} \Psi_1^{(i)} + \mathbf{D}_n^{(i)} \mathbf{D}_{n-1}^{(i)} \dots \mathbf{D}_3^{(i)} \Psi_2^{(i)} + \dots + \mathbf{D}_n^{(i)} \Psi_{n-1}^{(i)} + \Psi_n^{(i)}.$$

Следовательно, домножая (22) на матрицу $[\mathbf{D}^{(i)}]^{-1}$ слева, получим следующее матричное уравнение:

$$\mathbf{X}_1^{(i)} = [\mathbf{D}^{(i)}]^{-1} \cdot \mathbf{X}_{n+1}^{(i)} - [\mathbf{D}^{(i)}]^{-1} \cdot \mathbf{K}^{(i)},$$

из которого находим $A^{(i)}(h_i)$, $C_1^{(i)}(h_i)$. Далее из уравнения (21) последовательно вычисляем неизвестные коэффициенты $B_L^{(i)}(h_i)$, $C_L^{(i)}(h_i)$, необходимые для определения решения в следующем приближении, а также для нахождения коэффициента отражения в фидерном тракте антенны. В случае расчета амплитудной диаграммы направленности (ДН) вычисления в нужном приближении заканчиваются расчетом $A^{(i)}(h_i)$. Теперь, подставляя найденные коэффициенты в выражение (9), определяем искомое приближение поля \vec{E} в свободном пространстве и композите аналогично (17) и (18).

Для нахождения амплитудной ДН в дальней зоне проведем отображение $h_i = \sin \alpha$ и перейдем в систему координат (R, θ) (см. рис. 1). При этом $z - z_n = R \cos \alpha$, $\beta_0^{(i)} = \cos \alpha$, $dh_i = \cos \alpha d\alpha$. Тогда, используя линейность интеграла, получим

$$\dot{E}_{n+1}(R, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int \cos \alpha \sum_{i=0}^m \eta^i A^{(i)}(\sin \alpha) e^{-jR \cos(\alpha+\theta)} d\alpha.$$

При вычислении интеграла воспользуемся методом перевала. При $R \rightarrow \infty$ и наличии поглощения в полупространстве над фольгой ($Jm\bar{\epsilon} = -\epsilon \operatorname{tg} \delta < 0$) контур интегрирования P обходит полюса подынтегральной функции во 2-м и 4-м квадрантах комплексной плоскости α , а интеграл сходится, убывая $-\frac{1}{R}$ для любого значения α , кроме перевальной точки $\alpha = -\theta$, в которой $\dot{E}_{Y, n+1}(R, \theta) \sim \frac{1}{\sqrt{R}}$. Вкладом вытекающих, поверхностных и боковых волн, описываемых вычетами в полюсах подынтегральной функции и интегрированием по берегам разрезов двулистной римановой поверхности, при вычислении ДН пренебрегаем, так как амплитуды этих волн экспоненциально убывают при $R \rightarrow \infty$. Следовательно, искомая ДН будет

$$|\dot{E}(\theta)| = \cos \theta \left| \sum_{i=0}^m \eta^i A^{(i)}(\sin \theta) \right|. \quad (23)$$

Для оценки влияния неоднородности композита по касательным направлениям на согласование антенны вычислим удельную проводимость системы «антенна—композитное покрытие», используя методику, изложенную в работе [3]:

$$\dot{Y} = \frac{1 - \dot{R}}{1 + \dot{R}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \xi_1^* \dot{G}_{X,1} dh}{\int_{-D/2}^{D/2} \dot{E}_{Y,1}^* \dot{H}_{X,1} dx} \Bigg|_{z=+0} \Bigg|_{z=-0}.$$

Здесь \dot{R} — комплексный коэффициент отражения; $\dot{E}_{Y,1}$, $\dot{H}_{X,1}$ — тангенциальные составляющие

полей \vec{E} , \vec{H} у раскрыва антенны со стороны фидера; ξ_1 , $\dot{G}_{X,1}$ — Фурье-образы тангенциальных составляющих полей у раскрыва со стороны внешнего полупространства (при $z = +0$).

При определении $\dot{G}_{X,1}(z, h)$ воспользуемся вторым уравнением Максвелла и выразим ξ_1 , $\dot{G}_{X,1}$ при $z = +0$ через амплитуды пространственных гармоник. Тогда полная проводимость будет равна:

$$\dot{Y} = \frac{j}{2\pi} \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \beta_1 \xi_1^2(h, 0) \left[C_1^{(0)}(h) + \sum_{i=1}^m C_1^{(i)}(h_i) \right] dh_i}{\int_{-D/2}^{D/2} \dot{E}_{Y,1}^* \dot{H}_{X,1} dx}.$$

Из последнего выражения следует, что зависимость удельной проводимости от неоднородности композита по касательным направлениям можно оценить, сравнивая коэффициенты $C_1^{(0)}(h)$ и $C_1^{(1)}(h_1)$. Вычисления показали, что если $\bar{\epsilon}_L^{(0)} \geq \bar{\epsilon}_L^{(1)}$, то коэффициенты удовлетворяют соотношению $C_1^{(0)}(h) \geq C_1^{(1)}(h_1)$. Следовательно, проводимость системы «антенна—композитное покрытие» в основном определяется средним значением ϵ покрытия и его толщиной.

Проведя рассуждения для волноводов, аналогичные вышеизложенным для апертуры, получим, что в приближении излучения волны типа H_{10} алгоритм вычисления характеристик излучения тот же, за исключением Фурье-образов тангенциальных составляющих электромагнитного поля в раскрыве, которые имеют вид [4]:

$$\xi_1(h, 0) = 2\pi \frac{\sin \frac{bh}{2}}{h}; \quad \dot{G}_{X,1} = 2\pi \gamma \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\sin \frac{bh}{2}}{h} \quad \text{— для}$$

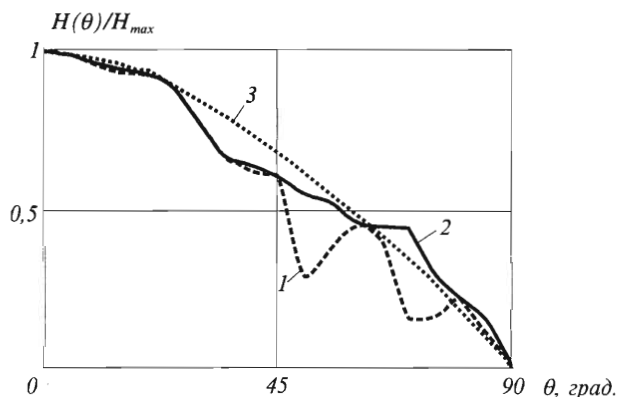
E -плоскостного волновода;

$$\xi_1(h, 0) = \frac{2\pi \cos \frac{ah}{2}}{a \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 - h^2}; \quad \dot{G}_{X,1} = \frac{2\pi \gamma \sqrt{\epsilon_0}}{a} \sqrt{\mu_0} \frac{\cos \frac{ah}{2}}{\left(\frac{\pi}{a} \right)^2 - h^2}$$

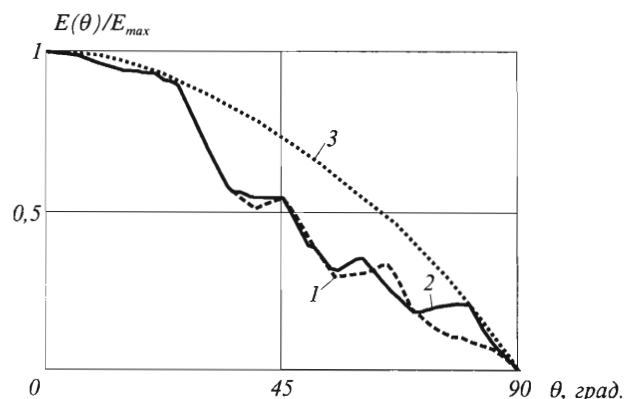
для H -плоскостного волновода,

где a , b — геометрические размеры волновода в безразмерных координатах; γ — постоянная распространения волны H_{10} в волноводе.

На рис. 2, 3 представлены нормированные амплитудные ДН соответственно в H - и E -плоскостях открытого конца волновода сечения 11×8 мм при поперечно-неоднородном (1), при поперечно-продольном неоднородном композите (2) и в отсутствии композита — при наличии фольги (3). Композит многослойный толщиной 6,2 мм. Распределение $\bar{\epsilon}(x, z)$ соответствовало усреднению измеренных параметров штатных образцов композитов. Вычисления показали, что требуемая точность решения достигается при $\eta = 1$. Поэтому в инженерных расчетах достаточно ограничиться только первым приближением ($i = 0; 1$). При выбранной неоднород-



■ Рис. 2. Нормированные амплитуды ДН в H -плоскостях



■ Рис. 3. Нормированные амплитуды ДН в E -плоскостях

ности по касательному направлению (2) ДН антенны в E -плоскости мало отличается от вычисленной без ее учета (1). Отличия в этой плоскости наблюдаются в угловом секторе $55^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$. В H -плоскости ДН шире, и степень влияния касательной неоднородности $\bar{\epsilon}$ композита выше. В частности, тангенциальная неоднородность приводит к расширению ДН на 19° по уровню половинного ослабления электрического поля.

Расчеты показали, что энергетический потенциал аппаратуры высотометрии относительно (3) уменьшается вследствие потерь в композите и ухудшения согласования антенны: без учета касательной составляющей неоднородности композита уменьшается на 8,7 дБ, с учетом составляющей — на 10,0 дБ. Незначительное отличие объясняется преимущественно осевым излучением открытого конца прямоугольного волновода. Для РТС, зоны обзора которых сосредоточены в угловых секторах, близких к плоскости ЛА (например, РТС посадки) влияние неоднородности композита по ка-

сательным к раскрытию направлениям оказывается более значительным, а на бортовой потенциал более существенным.

Литература

1. Красюк В. Н. Антенны СВЧ с диэлектрическими покрытиями.— Л.: Судостроение, 1986.— 164 с.
2. Красюк В. Н., Барыбин А. Е. Метод расчета характеристик излучения апертурных антенн с пространственно-неоднородным диэлектрическим покрытием // Теория и техника средств связи.— СПб.: Вып. 2.— 1992.— с. 48–62.
3. О вычислении характеристик волновода в металлическом экране с однородным диэлектрическим покрытием / А. Е. Барыбин, В. Н. Красюк, А. Л. Трескунов, Б. Г. Цыбаев / Прикладные задачи электродинамики.— Л.: ЛИАП, 1988.— С. 14–19.
4. Кюн Р. Микроволновые антенны.— Л.: Судостроение, 1967.— 517 с.