УДК 621.396.6

МОДЕЛЬ ГОТОВНОСТИ СЛОЖНОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В. В. Гришин,
канд. техн. наук
Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского

Техническая система управления рассматривается как сложная система, определяется понятие готовности, проводится анализ аналитических моделей готовности такой системы. Приводится формализованное описание готовности системы и предлагается аналитическая модель готовности с учетом режимов функционирования и интенсивности применения.

Technical command and control system is described as a complex system. The author gives the definition of readiness and analyzes the analytic readiness models of a complex structural system. Author proposes a new analytic readiness model. This model takes info account the functioning modes and the intensity of its application.

Под сложной технической системой управления (СТСУ) будем понимать такую техническую систему, которая характеризуется сложностью своей структурной и функциональной организации, позволяющей, с одной стороны, выполнять целый комплекс взаимосвязанных функций и, с другой стороны, устойчиво работать с допустимым уровнем надежности при отказах отдельных элементов подсистем и даже группы элементов подсистем [1].

Для сложной технической системы не существует общепринятого понятия отказа, так как внутренние изменения в структуре системы из-за отказа ее отдельных элементов приводят, как правило, лишь к некоторому ухудшению ее надежности, а не к полному отказу системы. В этих условиях для анализа состояния системы следует использовать такое ее эксплуатационное свойство, как готовность, которое характеризует приспособленность СТСУ к переводу из любого исходного состояния в состояние непосредственного применения по назначению и нахождению в этом состоянии заданное время.

Под математической моделью готовности сложной ТСУ, выполняющей некоторую целевую задачу, будем понимать формализованное описание, которое отображает систему с учетом особенностей формирования и реализации ее готовности к выполнению целевой задачи и при исследовании дает полную информацию о готовности системы в заданных условиях функционирования и режимах применения.

По принципам построения математические модели делят на аналитические, имитационные и комбинированные [2].

Аналитическое моделирование заключается в получении аналитической математической модели и исследовании, выполняемом с использованием этой модели непосредственно или с помощью ЭВМ. Аналитические модели широко используются при расчетах эксплуатационно-технических характеристик ТСУ. Главное достоинство аналитического моделирования заключается в возможности получения на его основе фундаментальных результатов, которые могут быть распространены как на различные случаи применения моделируемой системы, так и на случаи рассмотрения других систем данного класса.

В качестве основных аналитических моделей, описывающих функционирование СТСУ, следует выделить: модели теории отношений; простейшие сетевые модели; автоматные модели; модели цепей Маркова; модели массового обслуживания; модели дифференциальных динамических систем; модели математического программирования [3].

Проведем формализованное описание готовности сложной технической системы управления. Каждая подсистема сложной ТСУ в любой момент времени интервала ее функционирования находится в определенном состоянии. В общем случае j-я подсистема системы, состоящей из m комплектов, может находиться в n_j различных состояниях, которые не удается свести к двум состояниям – работоспособности и отказа. Тогда система в целом будет характеризоваться траекторией в более сложном пространстве состояний с числом состояний

$$M = \prod_{j=1}^{m} n_j.$$

Так как готовность СТСУ определяется надежностью ее подсистем и их взаимосвязью, то формализованное описание готовности системы можно представить в виде

$$P_г(t) = \left\langle S, R, T_O, T_B; t \right\rangle, \quad (1)$$

где $S = \left\{\bar{s}^1, \bar{s}^2, \ldots, \bar{s}^m\right\}$, $\bar{s}^l = \left\{s_1, s_2, \ldots, s_{k_l}\right\}$, $l = \overline{1, m}$ – вектор, характеризующий структуру системы, состоящую из m подсистем; $R = \{1, 2, \ldots, r\}$ – вектор, характеризующий режимы функционирования;

$T_O = \left[\tau_{Oli}\right]$ – матрица наработок между отказами подсистем, где $l = \overline{1, m}$ – номер подсистемы, $i = \overline{1, n}$ – номер отказа;

$T_B = \left[\tau_{Bli}\right]$ – матрица времен восстановлений подсистем, где $l = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, n}$;

t – время (наработка).

Порядок расчета готовности сложной системы управления состоит в выполнении следующих действий:

производится разбиение сложной системы на отдельные подсистемы;

задается схема соединения подсистем;

вычисляются показатели надежности подсистем;

вычисляются вероятности всех возможных состояний системы;

определяется показатель готовности системы.

Пусть подсистемы, входящие в структуру системы, могут находиться только в одном из двух состояний: работоспособности и отказа, при этом отказы подсистем происходят независимо друг от друга.

Обозначим через s_j, где

$$s_j = \begin{cases} 1, \text{если подсистема } j \text{ работоспособна;} \\ 0, \text{если подсистема } j \text{ неработоспособна,} \end{cases}$$

m-мерный вектор ($s_j = \{s^1, \ldots, s^l, \ldots, s^m\}$), характеризующий состояние системы, определяемое состоянием подсистем.

Тогда система, состоящая из m подсистем, каждая из которых имеет два состояния, может находиться в одном из 2^m различных состояний. Состояния подсистем определяются их наработками между отказами $\bar{\tau}_{Ol}$ и временами восстановлений $\bar{\tau}_{Bl}$, $l = \overline{1, m}$. Введем обозначение состояний системы (s, $o_{j1}, o_{j2}, \ldots, o_{jl}$), когда l подсистем – $j_1, j_2, \ldots, j_l$ – неработоспособны. Обозначим через $G = \{(j_1, \ldots, j_l) \mid 1 \le j_1 < < \ldots < j_l < m, l \in J\}$ множество возможных наборов индексов неработоспособных подсистем. Если все подсистемы работоспособны, то множество $G = \{0\}$.

Пусть $H_{j1, \ldots, jl}$ $(j_1, \ldots, j_l) \in G$ – вероятность того, что система находится в состоянии (s, $o_{j1}, o_{j2}, \ldots, o_{jl}$), $(j_1, j_2, \ldots, j_l) \in G$; H_0 – вероятность того, что система находится в состоянии (1, 1, ..., 1), когда все подсистемы работоспособны. Сумма вероятностей всех возможных состояний системы составляет полную группу событий, поэтому выполняется равенство

$$H_0 + \sum_{j1 \in G} H_{j1} + \sum_{(j1,\, j2) \in G} H_{j1,\, j2} + \cdots + \sum_{(j1,\, \ldots,\, jl) \in G} H_{j1,\, \ldots,\, jl} + \cdots + \sum_{(j1,\, \ldots,\, jn-1) \in G} H_{j1,\, \ldots,\, jm-1} + H_{1,\, 2,\, \ldots,\, m} = 1.$$

Обозначим $\Phi_{j1, \ldots, jl}$ – показатель условной вероятности работоспособности системы в состоянии (s, $o_{j1}, o_{j2}, \ldots, o_{jl}$), $(j_1, j_2, \ldots, j_l) \in G$, определяемый векторами S и R.

Тогда показатель готовности системы можно определить по формуле:

$$P_г = \sum_{(j1,\, \ldots,\, jl) \in G} \Phi_{j1,\, \ldots,\, jl} H_{j1,\, \ldots,\, jl}, \quad (2)$$

где суммирование производится по всему множеству G.

Назовем такой показатель *структурно-функциональным коэффициентом готовности*, так как Φ_j учитывает структуру, а H_j – функционирование СТСУ при данной структуре. Значения показателя готовности существенно зависят от значений коэффициентов $\Phi_{j1, \ldots, jl}$ $(j_1, \ldots, j_l) \in G$, которые в общем случае могут принимать произвольные значения между нулем и единицей.

В ряде случаев оказывается, что, несмотря на большое число состояний системы, все они могут быть разбиты на малое число классов, каждый из которых характеризуется одним и тем же коэффициентом показателя условной работоспособности. Тогда готовность системы вычисляется по формуле

$$P_г = \sum_{k=1}^{n} \Phi_{Gk} \sum_{(j1,\, \ldots,\, jl) \in Gk} H_j, \quad (3)$$

где Φ_{Gk} – значение коэффициента условной работоспособности; n – число таких уровней; G_k – множество тех состояний, для которых коэффициент условной работоспособности равен Φ_{Gk}.

Таким образом, совокупность состояний подсистем сложной ТСУ в некоторый фиксированный момент времени t определяет состояние системы в этот момент времени, а совместное изменение состояний всех подсистем определяет функционирование системы во времени. Поэтому для моделирования готовности сложной ТСУ используем модель в виде цепи Маркова [4].

Полное описание готовности требует определения: процесса возникновения отказов аппаратуры; структурной логической схемы системы; правил и стратегий проведения восстановительных работ; состояний, которыми характеризуется отказ системы.

Для того чтобы учесть возможность резервирования, режимы функционирования и интенсивность применения, предлагается использовать модель готовности, представленную на рис. 1. Такая модель по своей сути является структурно-функциональной моделью готовности сложной ТСУ.

На рис. 1 введены следующие обозначения:

состояния *1, 2, 3, 4* – соответственно «применение», «готовность к применению», «подготовка к применению», «ожидание подготовки к применению» в режиме полной работоспособности (ПР) (СТСУ работоспособна и может применяться без ограничений);

состояния *5, 6, 7, 8* – соответственно «применение», «готовность к применению», «подготовка к применению», «ожидание подготовки к применению» в режиме «Факультатив» (*Ф*) (СТСУ используется по целевому назначению с пониженным уровнем надежности в ожидании восстановления; в состоянии *8* проводится восстановление отказавших резервных комплектов);

состояния *9, 10* – соответственно «подготовка к восстановлению» и «восстановление» в режиме «Задержка» (З) (СТСУ неработоспособна и восстанавливается);

λ – интенсивность отказов, μ – интенсивность восстановления; β – интенсивность обслуживания заявок на управление; γ – интенсивность подготовки к применению; α – интенсивность поступления заявок на управление; ν – интенсивность включения аппаратуры; q – интенсивность подготовки к восстановлению; k – коэффициент, характеризующий степень нагрузки резервных комплектов подсистем (k = 0...1); индекс «н» используется для обозначения нерезервированных комплектов.

Для марковского процесса вероятности состояний системы описываются с помощью линейных дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\dot{P}_k(t) = -\left[\sum_{j=1}^{n} \lambda_{kj}(t)\right] P_k(t) + \sum_{i=1}^{n}\left[\lambda_{ik}(t) P_i(t)\right], \qquad (4)$$

где $P_i(t)$, $[i = 1...n]$ и $\dot{P}_i(t)$, $[i = 1...n]$ – вероятности 1-го, 2-го, ..., n-го состояний системы и производные по времени от этих вероятностей, соответственно; $\lambda_i(t)$, $[i = 1...n]$ – интенсивности наступления событий; n = 10.

При простейших потоках интенсивности наступления событий не зависят от времени, тогда

$$\dot{P}_k(t) = -\left[\sum_{j=1}^{n} \lambda_{kj}\right] P_k(t) + \sum_{i=1}^{n}\left[\lambda_{ik} P_i(t)\right]. \qquad (5)$$

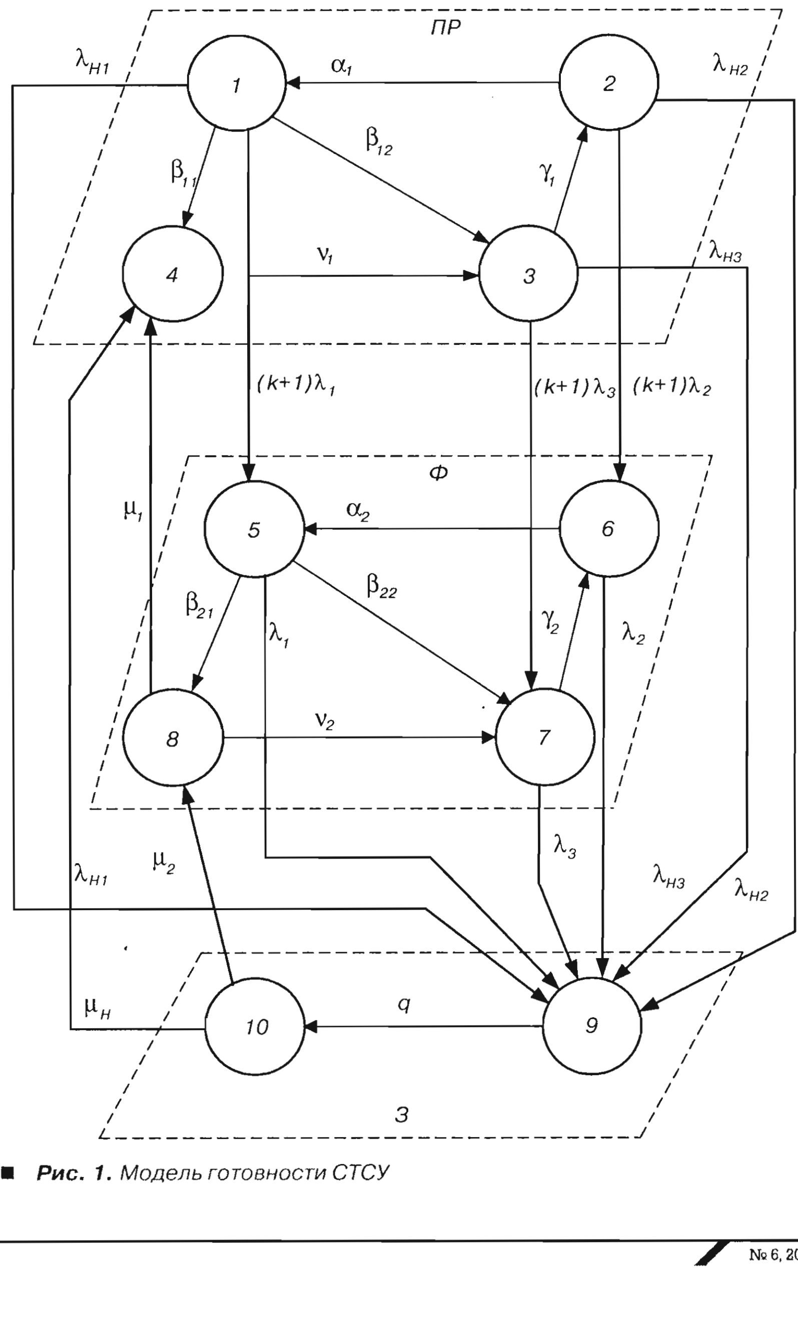
В стационарном режиме ($t \to \infty$) система дифференциальных уравнений превращается в систему алгебраических уравнений:

$$-\left(\sum_{j=1}^{n} \lambda_{kj}\right) P_k + \sum_{i=1}^{n}(\lambda_{ik}) P_i = 0 \qquad (6)$$

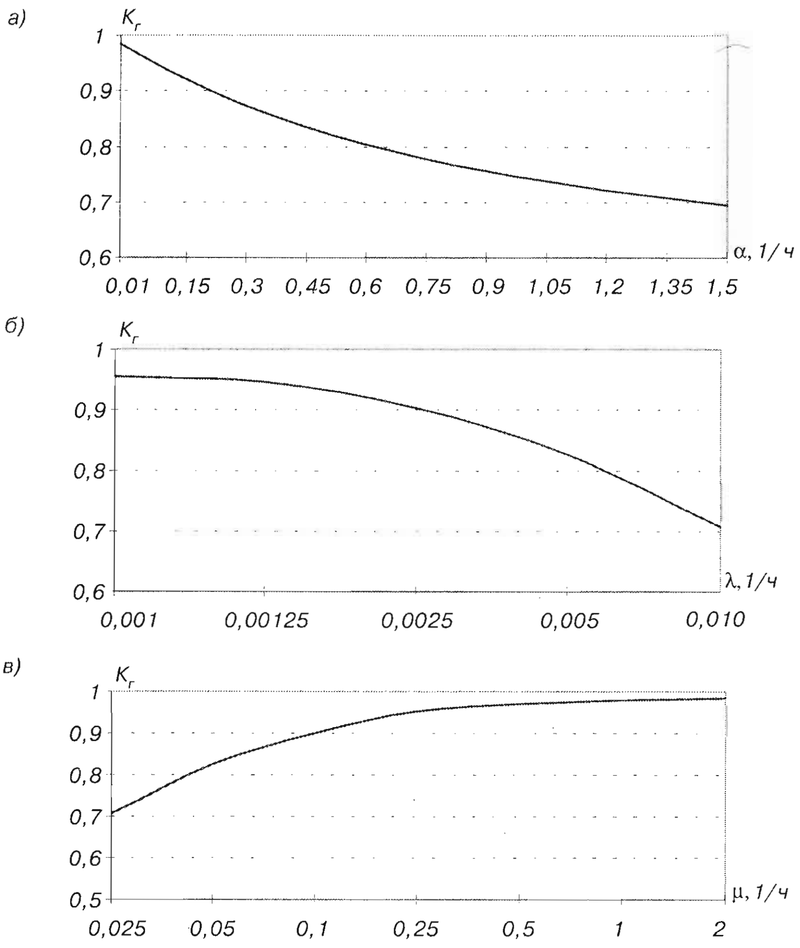
при условии нормировки: $\sum P_K = 1$, $k = 1...n$.

В матричной форме систему (6) можно записать как

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{B}, \qquad (7)$$



■ ***Рис. 1.*** *Модель готовности СТСУ*



■ ***Рис. 2.*** *Зависимости коэффициента готовности СТСУ от интенсивности применения (а), интенсивности отказов (б), интенсивности востановления (в)*

где **A** – матрица интенсивностей переходов; **P** – вектор-столбец вероятностей состояний; **B** – вектор-столбец свободных членов.

Если определитель матрицы **A** не равен нулю, то система уравнений имеет единственное решение:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}. \qquad (8)$$

В такой модели готовность определяется как вероятность того, что СТСУ будет работоспособна, подготовлена к применению и не занята обслуживанием «заявок на управление». Поэтому стационарный коэффициент готовности в этом случае равен

$$K_г = P_2 + P_6. \qquad (9)$$

Предложенная модель позволяет учесть значительное количество факторов, влияющих на готовности системы, и на этой основе расчитывать структурно-функциональный коэффициент готовности в стационарном режиме. Исходными данными для модели являются статистические данные об эксплуатационных процессах исследуемой СТСУ. Модель дает возможность исследовать готовность сложных ТСУ и может быть использована для планирования применения и мероприятий по поддержанию готовности этих систем на требуемом уровне.

На рис. 2 приведены графики зависимостей стационарного коэффициента готовности СТСУ от интенсивностей применения, отказов и восстановления, полученные с использованием рассматриваемой модели при наличии необходимых исходных данных. Представленные графики позволяют сделать выводы: с увеличением интенсивности применения системы коэффициент готовности по экспоненте убывает до своего минимального значения, соответствующего максимально возможной интенсивности применения; с увеличением интенсивности отказов аппаратуры коэффициент готовности уменьшается и стремится к нулю; с увеличением интенсивности восстановления аппаратуры коэффициент готовности увеличивается и стремится к единице.

Литература

1. **Калинин В. Н., Резников Б. А., Варакин Е. И.** Теория систем и оптимального управления. Ч.1. Основные понятия, математические модели и методы анализа систем: Уч. пособ. для вузов. – МО СССР, 1989. – 319 с.
2. **Резников Б. А.** Системный анализ и методы системотехники. Ч.1. Методология системных исследований. Моделирование сложных систем. – МО СССР, 1990. – 522 с.
3. **Миронов А. Н.** Теоретические основы и методы многомодельного прогнозирования долговечности сложных военно-технических систем космического назначения. – МО РФ, 2000. – 429 с.
4. **Тихонов В. И., Миронов М. А.** Марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.