

УДК 621.396

ОБОСНОВАНИЕ МАСШТАБА ЦИФРОВЫХ КАРТ МЕСТНОСТИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕННОСТИ ПОЛЯ РАДИОСИГНАЛОВ

И. А. Зикратов,

канд. техн. наук, доцент

К. В. Степаненко,

адъюнкт

Военный университет противовоздушной обороны (филиал, г. Санкт-Петербург)

Предложен подход, основанный на теории случайных полей, позволяющий обосновать полноту представления данных о подстилающей поверхности типа «шероховатый рельеф» в цифровых картах местности, используемых в специализированных геоинформационных системах проектирования радиолиний. Приведены примеры корреляционной связи результатов расчета поля рассеяния с параметрами цифровой модели местности.

The approach based on the theory of casual field is proposed. It allows to prove completeness of data presentation about a spreading surface such as « rough relief » on the digital landscape maps used in specialized geoinformation systems of radiolines designing. The examples of correlation connection of calculation results of dispersion field with parameters of digital landscape model are performed.

Интенсивный рост количества радиотехнических средств (РТС) сбора, обработки и передачи информации с использованием радиоволн различных частотных диапазонов приводит к необходимости их рационального размещения на ограниченных площадях. Основу этой задачи составляет расчет дальности действия радио и радиолокационных средств, который осуществляют с применением различных методик [1].

При определении дальности действия РТС наибольшую трудность вызывает учет влияния неровной подстилающей поверхности на величину комплексной амплитуды напряженности электромагнитного поля в точках наблюдения, находящихся под малыми углами места. Известно [2], что исследование процессов рассеивания радиоволн на земной поверхности, отличающейся многообразием форм, привело к необходимости разработки ряда математических (электродинамических) моделей подстилающей поверхности (ПП) и соответствующих им методов теории дифракции и распространения радиоволн. Повышение степени достоверности результатов расчета можно осуществлять, во-первых, путем использования точного или асимптотического математического аппарата теории дифракции и распространения радиоволн, анализ и рассмотрение которого выходит за рамки данной статьи, и, во-вторых,

за счет обоснованной степени детализации данных о свойствах ПП, оказывающих существенное влияние на рассеяние радиоволн. К основным таким свойствам относятся геометрия (рельеф) земной поверхности и величина комплексной диэлектрической проницаемости, которая определяет радиофизические свойства ПП.

Возможность для реализации указанных путей повышения точности прогнозирования напряженности поля радиосигналов РТС появилась с широким внедрением геоинформационных систем (ГИС), основанных на использовании данных о земной поверхности, представленных в цифровых картах местности (ЦКМ), и объектно-ориентированных методах их обработки, которые привели к попыткам автоматизации расчета дальности действия разработчиками радиолиний [3, 4].

В геоинформационных системах моделирование ПП осуществляется на основе цифровой картографической информации (ЦКИ), которая может формироваться по материалам аэрофотосъемки, геодезической съемки, данным GPS, топографических карт и т. д. [4] и ориентирована в основном на описание геометрии земной поверхности. В зависимости от картографической технологии изготовления ЦКМ, цифровая картографическая информация отличается масштабом и точностью представления

данных о геометрии ПП. Данные о радиофизических свойствах ПП чаще всего представляют собой сведения о характере покрытия (лес, тип водоема и т. п.), без описания их радиофизических свойств, что существенно затрудняет учет влияния комплексной диэлектрической проницаемости на величину коэффициента отражения радиоволн.

В статье предлагается подход, позволяющий получить рекомендации по выбору такого масштаба цифровой картографической информации о ПП типа «шероховатый рельеф», использование которого обеспечит снижение погрешности при расчете дальности РТС, обусловленной неполнотой исходных данных. Под поверхностью типа «шероховатый рельеф» понимается геометрия участка местности, представляющего собой совокупность статистически однородных неровностей, характерные размеры которых превышают длину волны электромагнитного колебания (крупномасштабные неровности).

Приняты два ограничения в постановке и решении задачи:

1. Рассматривается скалярное волновое поле. Очевидно, что применительно к случаю электромагнитных колебаний необходимо учитывать поляризацию излученных и рассеянных волн. Особенности решения задачи для «электромагнитного» случая авторами исследуются и будут описаны в дальнейшем.

2. В настоящей работе не рассматривается влияние мелкомасштабных неровностей, размеры которых сопоставимы с длиной волны, так как существующие в настоящее время ЦКМ не обладают данными об их характерных размерах. Известно, что влияние таких неровностей проявляется в появлении диффузной составляющей в отраженном поле. В практических расчетах влияние подобных шероховатостей учитывают введением соответствующего множителя [3].

С учетом стохастической изменчивости свойств земной поверхности и влияния на процессы рассеяния радиоволн ряда неконтролируемых факторов

(учет которых в ЦКМ не представляется возможным), оценку пригодности цифрового картографического материала целесообразно получить, на взгляд авторов, с использованием статистических методов расчета полей рассеяния. Наиболее известным среди них является метод Кирхгофа (касательной плоскости) [5]. В этом случае в качестве показателя результата прогнозирования пространственных возможностей РТС можно говорить о мере корреляционной связи рассчитанного и истинного значений комплексной амплитуды напряженности электромагнитного поля в заданной точке наблюдения.

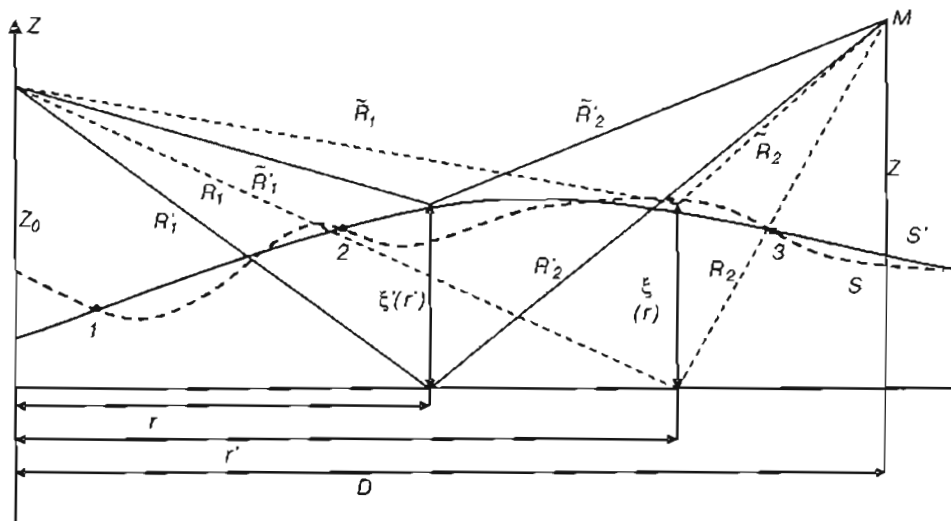
Метод Кирхгофа используют при рассмотрении рассеяния волн в том случае, когда характерные размеры неровностей на поверхности значительно превышают длину волны дифрагирующего поля и выполняется условие [5]

$$\sin(\psi) \gg \frac{1}{\sqrt{ka}}, \quad (1)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; a – характерный радиус кривизны неровностей; ψ – угол скольжения вектора падающей волны.

Пусть рассматриваемая реальная поверхность S представлена в ЦКМ с некоторой, присущей используемому масштабу картографического материала, точностью. По метрическим данным ЦКМ, в которой содержится информация о высотах рельефа местности, построена модель S' реальной поверхности S . При построении модели могут использоваться различные методы, предложенные, например, в работах [6–8].

Определим, насколько рассчитанное значение комплексной амплитуды поля $U(\mathbf{R})$ в произвольной точке наблюдения M с координатами \mathbf{R} , рассеянного на поверхности S' , будет соответствовать значению комплексной амплитуды поля в этой же точке наблюдения $U(\mathbf{R})$ при рассеянии на «эталонной»



■ Рис. 1. К постановке задачи

поверхности S . Эта задача сводится к отысканию связи между взаимной корреляцией неровностей эталонной поверхности S и ее модели S' и пространственной взаимной корреляции полей в выбранной точке наблюдения при их рассеянии на соответствующих поверхностях (рис. 1).

В радиолокации и значительной части линий связи используются длины волн, для которых в среднепересеченной местности выполняется неравенство (1). Тогда поле точечного источника в точке наблюдения M с координатами \mathbf{R} в приближении метода Кирхгофа можно представить в виде

$$U(\mathbf{R}) = U_0(\mathbf{R}) + \frac{1}{4\pi} \int_S V(r) \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{e^{ik(\hat{R}_1 + \hat{R}_2)}}{\hat{R}_1 \hat{R}_2} \right] dr, \quad (2)$$

где $U_0(\mathbf{R})$ – поле прямой волны; $V(r)$ – коэффициент отражения в точке r поверхности S ; \hat{R}_1 и \hat{R}_2 – расстояния от источника и точки наблюдения до текущей точки поверхности S , по которой производится интегрирование; n – нормаль к текущей точке поверхности.

Второе слагаемое в равенстве (2) описывает поле рассеяния на поверхности S .

Разложим \hat{R}_1 и \hat{R}_2 через вектор r , лежащий в плоскости $z = 0$, и значение высоты поверхности в этой точке $\zeta(r)$ при условии выполнения неравенств

$$k\hat{R}_1 \gg 1; \quad k\hat{R}_2 \gg 1; \quad (3)$$

$$\sin^2 \psi \frac{k\sigma^2}{R_1} \ll 1; \quad \sin^2 \chi \frac{k\sigma^2}{R_2} \ll 1, \quad (4)$$

где ψ и χ – углы скольжения падающей и отраженной волн; σ^2 – среднеквадратичная высота неровностей;

$$R_1 = \sqrt{r^2 + z_0^2}, \quad R_2 = \sqrt{(D-r)^2 + z^2}.$$

Неравенства (3) справедливы при нахождении точек излучения и наблюдения в волновой зоне. Неравенства (4) выполняются при среднеквадратической высоте характерных неровностей, значительно меньшей размера первой зоны Френеля.

Замена производной по нормали в уравнении (2) равенством $\frac{\partial}{\partial n} = (\mathbf{n}\nabla)$ приводит выражение (2) к виду

$$U(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi} \times \int_{S_0} \frac{\exp\{i[k(R_1 + R_2) - q_z \zeta(r)]\}}{R_1 R_2} V(r) \frac{(\mathbf{n}\mathbf{q})}{n_z} dr. \quad (5)$$

Здесь и далее под $U(\mathbf{R})$ понимается не полное поле в точке наблюдения, а поле рассеяния. Использование равенства $dS = \frac{dx dy}{n_z}$, где n_z – проекция вектора нормали на ось Z , позволяет перейти от интегрирования по поверхности S к интегрированию по

ее проекции S_0 на плоскость $z = 0$. При этом вектор излучения $\mathbf{q} = -k\nabla(R_1 + R_2)$ и все величины под знаком интеграла отнесены к поверхности S_0 .

Для принятых условий задачи поле $U(\mathbf{R})$ по аналогии с полем рассеяния на поверхности S описывается выражением

$$U(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi} \times \int_{S_0} \frac{\exp\{i[k(R_1' + R_2') - q_z' \zeta'(r')]\}}{R_1' R_2'} V(r') \frac{(\mathbf{n}'\mathbf{q}')}{n_z'} dr'. \quad (6)$$

Интегрирование в выражении (6) также производится по поверхности S_0 , а физический смысл величин со штрихом понятен из рис. 1.

Учитывая, что вектор нормали к текущей точке поверхности S имеет поперечную и продольную компоненты

$$\mathbf{n} = (n_z, \mathbf{n}_\perp) = \left(\frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right).$$

множитель в равенстве (5) с помощью несложных преобразований приводится к виду

$$\frac{(\mathbf{n}\mathbf{q})}{n_z} = \frac{q_z - \gamma \mathbf{q}_\perp}{\sqrt{1+\gamma^2}} \sqrt{1+\gamma^2} = q_z - \gamma \mathbf{q}_\perp, \quad (7)$$

где $\gamma = \nabla \zeta(r)$; ∇ – оператор дифференцирования. При больших значениях параметра Релея $(q_z \sigma)^2 \gg 1$, когда наибольший вклад в интеграл (5) вносят лишь точки стационарной фазы, можно полагать $\gamma = -\frac{\mathbf{q}_\perp}{q_z}$. Тогда из равенства (7) получаем окончательный результат:

$$\frac{(\mathbf{n}\mathbf{q})}{n_z} = \frac{q^2}{q_z}. \quad (8)$$

Следуя аналогичным рассуждениям, для сомножителя в подынтегральном выражении (6) получим

$$\frac{(\mathbf{n}'\mathbf{q}')}{n_z'} = \frac{q'^2}{q_z'}. \quad (9)$$

Как известно, взаимная корреляционная функция случайного поля определяется равенством

$$\overline{\tilde{U}(\mathbf{R}) \tilde{U}^*(\mathbf{R}')} = \langle U(\mathbf{R}) U(\mathbf{R}') \rangle - \langle U(\mathbf{R}) \rangle \langle U(\mathbf{R}') \rangle, \quad (10)$$

где $\tilde{U}(\mathbf{R})$ и $\tilde{U}^*(\mathbf{R}')$ – флуктуационные составляющие полей рассеяния $U(\mathbf{R})$ и $U(\mathbf{R}')$. Тогда, после подстановки (8) и (9) соответственно в интегралы (5) и (6) и использования формулы (10), выражение для взаимной корреляционной функции полей рассеяния примет вид:

$$\overline{\tilde{U}(\mathbf{R}) \tilde{U}^*(\mathbf{R}')} = \frac{1}{16\pi^2} \iint_{S_0} \frac{V(r) V(r') q^2 q'^2}{R_1 R_2 R_1' R_2' q_z q_z'} e^{ik(R_1 + R_2 - R_1' - R_2')} \times W(q_z, -q_z', \mathbf{r} - \mathbf{r}') dr dr'. \quad (11)$$

Здесь

$$W(q_z, -q'_z, \mathbf{r} - \mathbf{r}') = f_2(q_z, -q'_z, \mathbf{r} - \mathbf{r}') - f_1(q_z) f_1(-q'_z), \quad (12)$$

где $f_2(q_z, -q'_z, \mathbf{r} - \mathbf{r}') = e^{-i(q_z \xi - q'_z \xi')}$ и $f_1(q_z) f_1(-q'_z) = e^{-i q_z \xi} \cdot e^{-i q'_z \xi'}$ – соответственно двумерная и произведение одномерных характеристических функций высот неровностей поверхности и ее модели. Формула (11) аналогична выражению для пространственной корреляционной функции флуктуаций поля рассеяния на статистически неровной поверхности, представленному в работе [5], однако физический смысл переменных находящихся под знаком интеграла, иной. Отличие обусловлено постановкой задачи, в которой рассматриваются результаты рассеяния волн на разных поверхностях, а именно, на эталонной ПП и ее модели, неровности которых взаимно коррелированы, применительно к одной точке наблюдения.

Введем в формулу (11) новую переменную интегрирования $\xi = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ и разложим показатель экспоненты в ряд по степеням ξ , ограничившись линейными членами.

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 - R'_1 - R'_2 &= \\ &= \sqrt{r^2 + z_0^2} + \sqrt{(D - r)^2 + z^2} - \\ &- \sqrt{(r - \xi)^2 + z_0^2} - \sqrt{[D - (r - \xi)]^2 + z^2} = \\ &= \sqrt{(D - r)^2 + z^2} - \sqrt{D^2 - 2Dr + r^2 + z^2} + \\ &+ \left[\frac{r}{\sqrt{r^2 + z_0^2}} - \frac{\sqrt{D^2 - 2Dr + r^2 + z^2} (D - r)}{(D - r)^2 + z^2} \right] \xi \end{aligned}$$

откуда для показателя экспоненты окончательно получим:

$$k(R_1 + R_2 - R'_1 - R'_2) = k \left[\frac{r}{R_1} - \frac{(D - r)}{R_2} \right] \xi = -\mathbf{q}_\perp \xi, \quad (13)$$

Такое разложение будет справедливо при выполнении неравенств

$$\sin^2 \psi \frac{k \xi_x^2}{R} \ll 1; \quad \frac{k \xi_y}{R} \ll 1, \quad (14)$$

где $R \equiv R_1 \equiv R_2$, а ξ_x и ξ_y размеры области, существенной для интегрирования по $d\xi$. Эти размеры обусловлены расстояниями, на которых существенно убывает функция $W(q_z, q'_z, \xi)$.

В результате выражение для взаимной корреляционной функции полей рассеяния в одной и той же точке наблюдения \mathbf{R} примет вид:

$$\begin{aligned} \overline{\tilde{U}(\mathbf{R}) \tilde{U}^*(\mathbf{R})} &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}')q^2q'^2}{R_1 R_2 R'_1 R'_2 q_z q'_z} \times \\ &\times \int_{S_0} e^{-i \mathbf{q}_\perp \xi} W(q_z, q'_z, \xi) d\xi \end{aligned} \quad (15)$$

Так как локальный коэффициент отражения Френеля $V(\mathbf{r})$ является медленно меняющейся функцией расстояния, то множитель $\frac{V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}')q^2q'^2}{R_1 R_2 R'_1 R'_2 q_z q'_z}$ в выражении (15) вынесен за знак интеграла.

Используя полученные выражения, можно оценить требования к полноте цифровой картографической информации. Из выражения (15) следует, что связь параметров поля, рассеянного на реальной поверхности, с результатами расчета этих параметров в заданной точке наблюдения находится в зависимости от функции $W(q_z, q'_z, \xi)$, описывающей корреляцию неровностей эталонной поверхности S и ее модели S' , и условий наблюдения. Условия наблюдения (длина волны, координаты точек излучения и наблюдения) характеризуются вектором излучения \mathbf{q} .

Оценив расстояние ξ , на котором существенно убывает функция $W(q_z, q'_z, \xi)$, а следовательно, и $\tilde{U}(\mathbf{R}) \tilde{U}^*(\mathbf{R})$, можно обосновать минимально допустимую погрешность представления поверхности S' . Эта погрешность зависит от выбранной степени детализации исходных данных, зависящей, в свою очередь, от масштаба картографического материала ЦКМ.

Решить эту задачу можно, только зная конкретный вид закона распределения случайных неровностей. Вид закона распределения высот неровностей или их углов наклона устанавливают, либо проводя соответствующий статистический анализ топографических карт конкретного участка местности [9], либо «подбирая» искусственно сконструированные функции автокорреляции [3].

Считая, для примера, распределение высот неровностей поверхностей S и S' гауссовым, с нулевыми средними и среднеквадратическими отклонениями σ и σ' , запишем характеристические функции в виде

$$f_2(q_z, -q'_z, \mathbf{r} - \mathbf{r}') = e^{q_z q'_z \sigma \sigma' w_{SS'}(\xi) - \frac{1}{2}(q_z^2 \sigma^2 + q_z'^2 \sigma'^2)}, \quad (16)$$

$$f_1(q_z) = e^{-\frac{q_z^2 \sigma^2}{2}}; \quad f_1(q'_z) = e^{-\frac{q_z'^2 \sigma'^2}{2}}, \quad (17)$$

где $w_{SS'}(\xi)$ – взаимная корреляционная функция поверхностей S и S' .

Процесс построения поверхности S' по данным ЦКИ можно интерпретировать процедурой текущего сглаживания случайной поверхности S , параметром которой является масштаб расстояний Δ :

$$S'(x) = \frac{1}{2\Delta} \int_{x-\Delta}^{x+\Delta} S(u) du.$$

В этом случае взаимную корреляционную функцию случайных стационарных поверхностей S и S' можно найти из известного выражения [10]

$$w_{SS'}(\xi) = \int_0^\infty h(u) w_S(\xi - u) du, \quad (18)$$

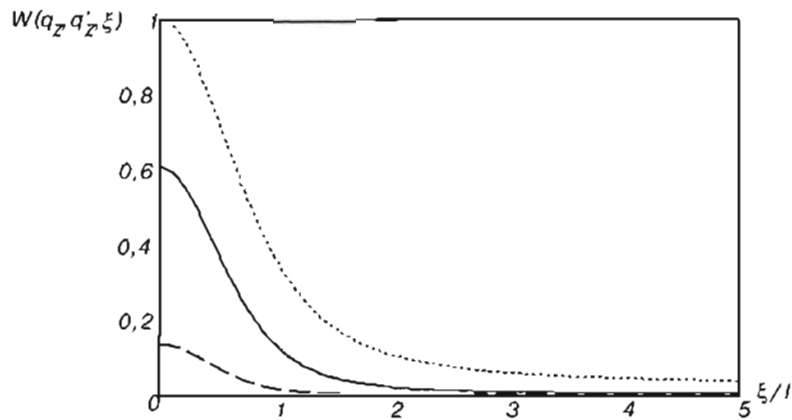


Рис. 2. Зависимость корреляционной связи величины поля рассеяния с результатами ее расчета от параметров подстилающей поверхности и условий наблюдения:

- $\delta_{pp'} = 0 \%$;
- $\delta_{pp'} = 33 \%$;
- $\delta_{pp'} = 50 \%$

где $w_S(\xi - u)$ – корреляционная функция исходной поверхности; $h(u)$ – прямоугольная импульсная характеристика линейной системы, осуществляющей текущее сглаживание:

$$h(u) = \begin{cases} 1/2\Delta, & |u| < \Delta \\ 0, & |u| > \Delta \end{cases} \quad (19)$$

Пусть поверхность S имеет гауссову корреляцию неровностей:

$$w_S(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{l^2}}, \quad (20)$$

где l – радиус пространственной корреляции неровностей поверхности (средний размер неровностей). Подставляя (19) и (20) в (18) и учитывая, что масштаб расстояний Δ имеет смысл введенной ранее переменной ξ , получим выражение для взаимной корреляционной функции поверхностей S и S' :

$$w_{SS'}(\xi) = \frac{l\sqrt{\pi}}{2\xi} \operatorname{erf}\left(\frac{\xi}{l}\right). \quad (21)$$

Используя представление функции ошибок в виде:

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3} \pm \dots \right)$$

и подставляя его в (21) и (16), получим оценку масштаба ξ , при котором существует корреляционная связь между рассеянным полем поверхности S со статистическими параметрами σ , l и результатами его расчета, зависящими от параметра σ' модели поверхности S' при заданных условиях радиолокационного наблюдения q_z , q'_z :

$$\xi \cong \pm \frac{\sqrt{3}}{\rho\rho'} \sqrt{\rho\rho'(\rho\rho' - 1)} l, \quad (22)$$

где $\rho = q_z\sigma$; $\rho' = q'_z\sigma'$.

На рис. 2 представлены графики функции $W(q_z, q'_z, \xi)$ при различных значениях статистических параметров поверхностей S и S' и условиях радиолокационного наблюдения.

На рисунке величиной $\delta_{pp'}$ обозначена выраженная в процентном соотношении разность величин $\rho = q_z\sigma$ и $\rho' = q'_z\sigma'$.

Из анализа представленных зависимостей можно сделать следующие рекомендации по выбору масштаба ЦКМ, имеющие четкую физическую интерпретацию.

Выбираемый масштаб расстояний ξ должен иметь порядок среднего размера неровностей, находящихся в пределах зоны Френеля. Уменьшение масштаба ($\xi \gg l$) приводит к возрастанию погрешности вычислений. Это связано с тем, что существенное влияние на величину взаимной корреляции полей $U(\mathbf{R})$ и $U'(\mathbf{R})$ оказывает значение погрешности $\delta_{pp'}$ определения вектора излучения \mathbf{q} , от которого зависят фазовые соотношения между прямой и отраженными волнами и, следовательно, интерференционная картина в точке наблюдения. Следовательно, стремление повысить степень достоверности определения дальности РТС под малыми углами места точки наблюдения однозначно приводит к необходимости повышения точности определения координат «зеркальных точек» (в приближении Кирхгофа), от которых зависит величина z -компоненты вектора излучения q_z , что достигается путем использования в пределах первой зоны Френеля картографической информации заведомо более крупного масштаба ($\xi \leq l$), а при отсутствии таковой – дополнительной топографической обработкой позиций.

Например, получившие наиболее широкое распространение ЦКМ, изготовленные по технологии оцифровки бумажных топографических карт, в настоящее время имеют наиболее крупный масштаб 1:100 000. Отсюда следует вывод, что данные таких ЦКМ способны обеспечить высокую степень достоверности расчета дальности действия РТС, рабо-

тающих в диапазоне коротких волн ($\lambda = 100$ м) и на более длинных волнах. Для более высоких частот расчет, основанный на картографическом материале указанного масштаба, не обеспечит построение интерференционной картины в пространстве, и может быть сведен к определению участков видимости на трассе распространения радиоволн посредством элементарных геометрических выкладок.

При больших расстояниях до точек наблюдения и излучения, когда слагаемые (17) в выражении можно считать равными, выражение (16) упрощается. В этом случае подынтегральное выражение в формуле (15) принимает смысл преобразования Фурье от характеристической функции высот неровностей, которое представляет собой энергетический спектр случайной поверхности. Следовательно, вычисляя энергетический спектр случайной поверхности, можно получать количественную оценку взаимной корреляции параметров поля рассеяния и их оценок, получаемых при расчете.

Таким образом, предложенный подход позволяет обосновать требования к масштабу и полноте представления исходных данных ЦКМ, необходимых для расчета дальности действия РТС при наличии на ПП крупномасштабных неровностей. Полученные оценки пригодности ЦКИ являются вероятностными и могут использоваться на этапе выбора масштаба ЦКМ, который зависит от способа формирования ЦКИ, с учетом точности задач, решаемых в ГИС.

Литература

1. **Радиоэлектронные системы.** Основы теории и построения. Справочник / Ширман Я. Д., Лосев Ю. И., Минервин Н. Н. и др. / Под ред. Я. Д. Ширмана – М.: ЗАО «МАК-ВИС», 1998. – 828 с.
2. **Справочник по радиолокации.** Под ред. М. Скольника. – Нью-Йорк, 1970 / Пер. с англ.; под общей ред. К. Н. Трофимова. – В 4 т. – Т. 1. Основы радиолокации. – М.: Сов. радио, 1976. – 456 с.
3. **Безлюдников О. Л., Деревянко С. А., Севостьянов С. В.** и др. Автоматизация анализа рельефа местности при расчете напряженности поля радиосигналов // Радиотехника. – 2001. – № 9. – с. 86–88.
4. **Цветков В. Я.** Геоинформационные системы и технологии. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 288 с.
5. **Басс Ф. Г., Фукс И. М.** Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. – М.: Наука, 1972. – 424 с.
6. **Семенов О. И., Васильев В. П.** Основы автоматизации проектирования поверхностей с использованием базисных сплайнов. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 167 с.
7. **Ногами М.** Методика и программное обеспечение для построения цифровой модели рельефа по карте с горизонталями / Пер. с яп. в реферативном журнале «Картография», 1992. – Тидзу. Март. – 1991. – Т. 29. – № 3. – с. 20–26.
8. **Самотонин Д. Н., Биденко С. И.** Сплайн-интерполяция влияния рельефа местности при моделировании распространения радиоволн с использованием векторных геоданных // Информационно-управляющие системы. – 2004. – № 3. – с. 22–30.
9. **Hyre Y. S., Moore R. K.** Theoretical Scattering Coefficients for Near-vertical Incidence from Contour Maps // J. Res. Natl. Bur. Std. – Vol. 65D. – N 5. – September-October. – 1961. – p. 427–432.
10. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.