УДК 623 4 084

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ОПТИМАЛЬНОГО АРХИТЕКТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ КОРАБЕЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РАЗЛИЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Г. А. Коржавин,
канд. техн. наук, генеральный директор
Федеральное государственное унитарное предприятие «ЦНИИ "Гранит"»

Приводится математическая модель, лежащая в основе построения наиболее перспективных вариантов архитектурного построения корабельных систем управления (КСУ).

The mathematical model being the basis of the development of the most perspective versions of the architectural construction of shipborne control systems (SCS) is listed.

Постановка задачи оценки оптимальности архитектурного обеспечения корабельных систем управления

В настоящее время можно выделить следующие задачи, решаемые математической моделью оценки оптимального архитектурного обеспечения корабельных систем управления (КСУ) [1]:

– обеспечение количественной оценки любого варианта архитектурного построения КСУ;

– выбор (отбор) одного-двух наиболее перспективных вариантов построения КСУ на конкретном ограниченном множестве его архитектурных структур;

– обеспечение обоснованного распределения алгоритмов КСУ по его вычислительным средствам.

КСУ, являясь сложными системами управления [1, 2], имеют сложную структуру, состоящую из нескольких функциональных контуров управления В связи с этим при проектировании КСУ задача его архитектурного построения распадается на две задачи:

1) определение облика КСУ на верхнем уровне – уровне выбора укрупненного облика его вычислительных контуров;

2) определение облика КСУ на нижнем уровне – уровне выбора структуры каждого из вычислительных контуров.

Решение задачи выбора структуры КСУ осуществляется в два этапа (на верхнем и нижнем уровнях). В соответствии с вышеизложенным задача распределения алгоритмов по вычислительным средствам КСУ также решается в два этапа: 1) распределение задач по вычислительным контурам КСУ; 2) распределение задач по вычислительным средствам каждого контура КСУ.

В качестве основных критериев, лежащих в основе проектирования современных и перспективных КСУ, используются [1–3]:

– эффективностный критерий, связанный с выполнением КСУ поставленных перед ней задач;

– временной критерий, связанный с учетом сроковых ограничений на разработку КСУ:

– модернизационный критерий, определяющий модернизационный запас КСУ,

– стоимостный критерий, определяющий стоимость КСУ;

– массогабаритные и энергетические критерии, характеризующие соответствующие параметры КСУ

Любой из критериев, лежащих в основе проектирования КСУ, практически (см. [2, 3]) является аддитивным критерием контуров, из которых состоит КСУ, где контур характеризуется набором решаемых задач, а также вычислительными средствами, отнесенными к контуру.

Математическая модель оценки архитектурного обеспечения КСУ верхнего уровня – уровня определения ее контуров

На верхнем уровне архитектурного обеспечения КСУ определяются:

– число вычислительных контуров;

– общие характеристики каждого контура,

– алгоритмический состав задач каждого контура.

Задача верхнего уровня распадается на две математические модели:

1) модель определения оптимального по критерию стоимости набора вычислительных контуров КСУ и их основных характеристик (объем памяти, быстродействие, суммарные пропускные возможности каналов и т. д.), полностью реализующих заданный набор алгоритмов при ограничениях, наложенных на массогабаритные, энергетические, модернизационные и временные характеристики КСУ;

2) модель, обеспечивающая отбор среди предложенных вариантов построения КСУ той структуры, которая оптимизирует критерий стоимости, при строгих ограничениях на массогабаритные, энергетические и временные критерии.

Первая математическая модель заключается в нахождении таких булевых переменных x_{ij} (i – номер контура КСУ; j – номер алгоритма, $x_{ij} = 1$, если j-й алгоритм решается в i-м контуре, иначе $x_{ij} = 0$), которые минимизируют стоимость аппаратуры КСУ

$$\sum_{i=1}^{M} S_{\text{вс}}^{(i)} = \sum_{i=1}^{M} \beta_i^1 \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{оп}}^{(j)} (1+\alpha_{\text{оп}}) \right) + \sum_{i=1}^{M} \beta_i^2 \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{д}}^{(j)} (1+\alpha_{\text{д}}) \right) + \sum_{i=1}^{M} \beta_i^3 \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ji} c^{(j)} (1+\alpha_{\text{б}}) \right) + \sum_{i=1}^{M} \beta_i^4 \left(\sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_{ji} A_{jk} + \sum_{s=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_{js} B_{js} \right) (1+\alpha_{\text{зк}}) \qquad (1)$$

(M – число контуров в КСУ, N – число алгоритмов) при ограничениях:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } j\text{-й алгоритм реализуется} \\ \text{в } i\text{-м контуре;} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{M} x_{ij} \le 1 \qquad (3)$$

(каждый алгоритм реализуется в КСУ не более одного раза) и ограничения на массогабаритные, энергетические, временные характеристики КСУ:

$$\sum_{i=1}^{M} M_{\text{в.с}}^{(i)} \le M_{\text{в.с}} \text{ (масса);} \qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{M} W_{\text{в.с}}^{(i)} \le W_{\text{в.с}} \text{ (объем),} \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{M} T_{\text{в.с}}^{(i)} \le T_{\text{в.с}} \text{ (время изготовления);} \qquad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{M} L_{\text{в.с}}^{(i)} \le L_{\text{в.с}} \text{ (расход энергии).} \qquad (7)$$

В формулах (1, 4–7) использованы следующие обозначения.

– $S_{\text{в.с}}^{i}$ – стоимость аппаратуры (вычислительных средств) i-го контура, $i=\overline{1,M}$;

– $v_{\text{оп}}^{(j)}, v_{\text{д}}^{(j)}$ – потребность в оперативной и долговременной памяти (Кбайт) для реализации j-го алгоритма соответственно, $j=\overline{1,N}$;

– $c^{(j)}$ – потребность по быстродействию (кор.-оп./сек) для реализации j-го алгоритма, $j=\overline{1,N}$;

– A_{jk} – загрузка системы (БОД), связанная с взаимодействием j-го и k-го алгоритмов, $j,k=\overline{1,N}$;

– B_{js} – загрузка системы (БОД) при связи j-го алгоритма с s-й внешней системой, $j=\overline{1,N}$, $s=\overline{1,N}$;

– $\alpha_{\text{оп}}, \alpha_{\text{д}}, \alpha_{\text{б}}, \alpha_{\text{з.к}}$ – модернизационный запас (в долях от 1) по оперативной (оп) и долговременной (д) памяти, быстродействию (б) и загрузке каналов связи (з.к), принимаемый при проектировании КСУ;

– $\beta_i^1, \beta_i^2, \beta_i^3, \beta_i^4$ – коэффициенты стоимости единицы ресурсов (по оперативной и долговременной памяти, быстродействию, пропускной способности внутренних и внешних каналов связи), принятые в КСУ по каждому контуру, $i=\overline{1,N}$;

– $M_{\text{в.с}}^{(i)}, W_{\text{в.с}}^{(i)}, L_{\text{в.с}}^{(i)}, T_{\text{в.с}}^{(i)}$ – массогабаритные (масса, объем), энергетические и временные затраты для i-го контура аппаратных средств КСУ, $i=\overline{1,N}$;

– $M_{\text{в.с}}, W_{\text{в.с}}, L_{\text{в.с}}, T_{\text{в.с}}$ – принятые на аппаратуру КСУ ограничения по массе, объему, энергетическим затратам и времени изготовления.

Каждая из функций $M_{\text{в.с}}^{(i)}, W_{\text{в.с}}^{(i)}, L_{\text{в.с}}^{(i)}, T_{\text{в.с}}^{(i)}$ ($i=\overline{1,M}$) является известной функцией параметров:

– объема оперативной и долговременной памяти контура;

– быстродействия контура;

– совокупной пропускная способность каналов контура.

В практических приложениях (см. [3, 4]) любая из этих функций является линейной функцией типа

$$\gamma_{iR}^{\text{оп}} \sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{оп}}^{(j)} (1+\alpha_{\text{оп}}) + \gamma_{iR}^{\text{д}} \sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{д}}^{(j)} (1+\alpha_{\text{д}}) + \gamma_{iR}^{\text{б}} \sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{б}}^{(j)} (1+\alpha_{\text{б}}) + \gamma_{iR}^{\text{з.к}} \left(\sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_{jk} A_{jk} + \sum_{s=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} x_{js} B_{js} \right) (1+\alpha_{\text{з.к}}), \qquad (8)$$

где $\gamma_{iR}^{\text{оп}}, \gamma_{iR}^{\text{д}}, \gamma_{iR}^{\text{б}}, \gamma_{iR}^{\text{з.к}}$ – известные для каждого i-го контура ($i=\overline{1,M}$) и каждой R-й функции ($R=\overline{1,4}$) (масса, объем, расход энергии, время изготовления) значения коэффициентов.

После решения задачи (1)–(8) (т. е. нахождения переменных x_{ji}, $j=\overline{1,N}$, $i=\overline{1,M}$) определяются:

– число вычислительных контуров КСУ как число ненулевых сумм $\sum_{j=1}^{N} x_{ji}$;

– распределение задач по контурам, задаваемое матрицей $\{x_{ji}\}_{N,M}$;

– потребности контуров в оперативной и долговременной памяти

$$\left(\sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{оп}}^{(j)}(1+\alpha_{\text{оп}}), \sum_{j=1}^{N} x_{ji} v_{\text{д}}^{(j)}(1+\alpha_{\text{д}})\right)$$

быстродействии

$$\left(\sum_{j=1}^{N} x_{ji} c_{\text{оп}}^{(j)}(1+\alpha_{\text{б}})\right);$$

суммарной загрузке каналов

$$\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_{jk} A_{jk} + \sum_{s=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} x_{js} B_{js}\right)(1+\alpha_{\text{з к}}).$$

Аналогично, с учетом (8), можно определить и конкретные ограничения массогабаритных, энергетических и временных характеристик каждого контура, а также стоимость разработки отдельных контуров [1] и КСУ в целом.

На втором этапе – выбора конкретных структур КСУ – происходит отбор из возможных структур КСУ такой, которая наилучшим образом удовлетворяет конкретным рекомендациям, полученным на первом этапе.

Математическая модель оценки архитектурного обеспечения КСУ нижнего уровня – уровня выбора структуры ее контуров

На нижнем уровне архитектурного обеспечения КСУ определяются по каждому контуру:

– число и типы процессоров;

– внутрисистемные характеристики каналов связи;

– распределение алгоритмов по процессорам контура.

Долговременная память в КСУ считается определенной по модели верхнего уровня и обычно не является принадлежностью контуров.

При постановке модели считаются известными:

– число рассматриваемых для применения в КСУ всевозможных процессов $R_{\text{п}}$;

– основные характеристики r-го типа процессора, $r=\overline{1,R_{\text{п}}}$: быстродействие – $c_{\text{пр}}^{(r)}$ (кор.оп/сек), объем оперативной памяти – $v_{\text{пр}}^{(r)}$ (Кбайт), стоимость – $s_{\text{пр}}^{(r)}$;

– основные характеристики i-го контура ($i=\overline{1,M}$), определенные после решения задачи верхнего уровня: суммарное быстродействие – c_i, суммарный объем оперативной памяти – v_i, задачи и данные по ним (потребные объемы оперативной памяти – $v_0^{(j)}$, быстродействия – $c^{(j)}$ и матрица загрузки каналов при межзадачных связях ($\{A_{jk}^{(i)}\}_{N,N}$), реализуемые в i-м контуре, $j,k=\overline{1,N}$, $i=\overline{1,M}$;

– стоимость аппаратуры для передачи единицы информации внутри контуров $s_{\text{пер}}$.

Для каждого i-го контура ($i=\overline{1,M}$) введем в рассмотрение переменные:

$$y_{kr}^{(i)} = \begin{cases} 1, \text{ если } k\text{-й процессор } r\text{-го типа} \\ 0, \text{ иначе;} \end{cases} \qquad (9)$$

($k=\overline{1,R^{(i)}}$, $r=\overline{1,R_{\text{п}}}$; $R^{(i)}$ – число процессоров в i-м контуре);

$$x_{jk}^{(i)} = \begin{cases} 1, \text{ если } j\text{-й алгоритм реализуется} \\ \text{в } r\text{-м процессоре} \\ 0, \text{ иначе.} \end{cases} \qquad (10)$$

Тогда справедливы соотношения:

$\sum_{k=1}^{R_{\text{п}}} y_{kr}, k=\overline{1,R^{(i)}}$ – каждый процессор в контуре только одного класса; (11)

$\sum_{k=1}^{R_{\text{п}}} x_{jk}^{(i)}, j=\overline{1,N}$ – каждый алгоритм реализуется одним процессором; (12)

$(\alpha_{\text{б}}+1)\sum_{r=1}^{R_{\text{п}}}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{R^{(i)}} x_{jk}^{(i)} c_j y_{kr}^{(i)} \le c_i$ – ограничения по суммарному быстродействию контура, $i=\overline{1,M}$; (13)

$(1+\alpha_{\text{оп}})\sum_{r=1}^{R_{\text{п}}}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{R^{(i)}} x_{jk}^{(i)} v_j y_{kr}^{(i)} \le v_i$ – ограничения по суммарной памяти контура, $i=\overline{1,M}$; (14)

$(1+\alpha_{\text{б}})\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{R^{(i)}} x_{jk}^{(i)} c_j y_{kr}^{(i)} \le c_{\text{пр}}^{r}$ – ограничения по быстродействию r-го типа процессора, $r=\overline{1,R_{\text{п}}}$; (15)

$(1+\alpha_{\text{оп}})\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{R^{(i)}} x_{jk}^{(i)} v_j y_{kr}^{(i)} \le v_{\text{пр}}^{r}$ – ограничения по памяти r-го типа процессора, $r=\overline{1,R_{\text{п}}}$. (16)

Стоимость аппаратной части любого контура состоит из двух частей: стоимости процессорной части и стоимости аппаратуры передачи информации и выражается соотношением

$$S_{\Sigma}^{(i)} = \sum_{k=1}^{R^{(i)}}\sum_{r=1}^{R_{\text{п}}} y_{kr}^{(i)} s_{\text{пр}}^{(K)} + s_{\text{пер}} \sum_{\substack{r=1 \\ r\ne r'}}^{R}\sum_{r'=1}^{R}\sum_{j=1}^{N}\sum_{L=1}^{N} x_{jr}^{(i)} x_{Lr'}^{(i)} A_{jL}. \qquad (17)$$

Математическая модель нижнего уровня сводится к нахождению переменных $y_{kr}^{(i)}, x_{jk}^{(i)}$ ($k=\overline{1,R^{(i)}}$,

$r=\overline{1,R_n}, j=\overline{1,N}, i=\overline{1,M}$), минимизирующих (17) при условиях (9) – (16).

Число и тип используемых процессоров в каждом контуре находится соотношением $\sum_{k=1}^{R^{(i)}} y_{kr}^{(i)}$ – число процессоров r-го типа в i-м контуре $\left(r=\overline{1,R_n}, i=\overline{1,M}\right)$.

Внутрисистемные потоки между процессорами с номерами R_1, R_2 определяется соотношением

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{L=1}^{N} x_{jR_1}^{(i)} x_{LR_2}^{(i)} A_{jL}.$$

Распределение алгоритмов по процессорам контура i задается матрицей $\left\{x_{jk}^{(i)}\right\}_{N\times R^{(i)}}$, $i=\overline{1,M}$.

Выводы

1. Математическая модель оценки оптимального архитектурного обеспечения КСУ состоит из модели верхнего уровня, позволяющей произвести укрупненный выбор облика вычислительных контуров КСУ, и из модели нижнего уровня, позволяющей определить структуру каждого из контуров КСУ.
2. Модель верхнего уровня обеспечивает для КСУ определение числа вычислительных контуров, характеристик каждого контура, алгоритмического состава задач каждого контура.
3. Модель нижнего уровня обеспечивает для каждого контура определение числа и основных характеристик процессоров, внутриконтурных характеристик каналов связи, распределения алгоритмов по процессорам контура.
4. Основная математическая модель, решаемая на верхнем уровне, сводится к минимизации функции (1) при ограничениях (2)–(8).
5. Математическая модель задачи нижнего уровня сводится к минимизации функции (17) при ограничениях (9)–(16).

Литература

1. **Чуев Ю. В., Мельников П. М.** и др. Основы исследования операций в военной технике. – М.: Сов. радио, 1965. – 256 с.
2. **Чуев Ю. В.** Исследование операций в военном деле. – М.: Изд-во МО СССР, 1970. – 200 с.
3. **Андреев И. И., Татарченко А. Е.** Применение математических методов в военном деле. – М.: Воениздат, 1967 – 416 с.
4. **Ельяшкевич Е. В., Антонов П. Б.** Постановка задач оптимизации структуры сложных систем управления. – Л.: ИПК СП, 1984. – 94 с.