

УДК 621.396.963

ОЦЕНКА ЧИСЛА ОБЪЕКТОВ В ГРУППЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЕ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫМИ СТАНЦИЯМИ МНОГОПОЗИЦИОННОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

О. Г. Мальцев,

канд. техн. наук, начальник лаборатории

Федеральное государственное унитарное предприятие «ЦНИИ «Гранит»»

Методом максимального правдоподобия оценивается число объектов в группе по результатам ее обнаружения радиолокационными станциями многопозиционной радиолокационной системы. Уравнение максимального правдоподобия решается методом последовательных приближений, а точность оценки (нижняя и верхняя границы ее доверительного интервала) исследуется методом статистического моделирования на ЭВМ.

The maximum-likelihood method estimates the quantity of objects in a group by results of its detection by radar stations of the multiposition radar system. The equation of maximum-likelihood is solved with the method of successive approximations and the precision of estimate (low and upper bound of its confidence interval) is studied with the method of statistical modeling on a computer.

Введение

Одним из перспективных направлений развития радиолокации является создание многопозиционных радиолокационных систем (МПРЛС). Такие системы обладают рядом преимуществ перед однопозиционными радиолокационными станциями [1]. Наиболее простыми в технической реализации являются МПРЛС с автономным приемом сигналов – пространственно-некогерентные МПРЛС с объединением информации на уровне единичных замеров. В таких системах для передачи данных в пункт совместной обработки информации используются линии связи с небольшой пропускной способностью.

Основной операцией совместной обработки информации является группирование по признаку принадлежности к одному и тому же объекту радиолокационных отметок, полученных на разных позициях МПРЛС, или отождествление радиолокационных изображений (РЛИ) точечной конфигурации (группы объектов). Задача отождествления РЛИ точечной конфигурации имеет трудности комбинаторного характера, поскольку для выбора окончательного (оптимального в смысле заданного критерия) варианта группирования радиолокационных отметок требуется сформировать и сравнить между собой большое число различных гипотез, и это число экс-

поненциально растет с увеличением размерности задачи (количества отождествляемых объектов). Так, при отождествлении двух РЛИ с числом точек на первом и втором изображениях соответственно n_1 и n_2 статистические процедуры отождествления требуют проверки N гипотез:

$$N = \sum_{k=1}^{n_{\min}} c_{n_1}^k c_{n_2}^k k!$$

где $c_{n_1}^k$, $c_{n_2}^k$ – числа сочетаний соответственно из n_1 и n_2 элементов по k ; k – число общих точек (идентичных объектов) на отождествляемых РЛИ; $n_{\min} = \min\{n_1, n_2\}$.

В пределах k -го семейства гипотез на отождествляемых РЛИ путем перебора (полного или направленного) отыскиваются k идентичных объектов. Окончательный вариант отождествления ищется среди n_{\min} вариантов, каждый из которых является оптимальным (в смысле заданного критерия) в соответствующем семействе гипотез.

Уменьшить число просматриваемых семейств гипотез и, следовательно, общее число сравниваемых вариантов отождествления позволит информация о количественном составе группы объектов. Действительно, если известна верхняя граница \hat{n}_B доверительного интервала оценки n числа объектов

в группе, то число k идентичных объектов в k -м семействе гипотез должно удовлетворять условию

$$n_1 + n_2 - k \leq \hat{n}_в,$$

т. е. достаточно посмотреть только те k -е семейства гипотез отождествления, для которых $k = k_-, k_- + 1, \dots, \min\{n_1, n_2\}$, где через k_- обозначено значение k , при котором $n_1 + n_2 - k_- = \hat{n}_в$.

Оценка числа объектов в группе методом максимального правдоподобия

Общее число точек на i -м РЛИ является суммой

$$\eta_i = n_i + fQ, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

где n_i – число радиолокационных отметок от объектов; f – вероятность появления ложной точки (ложной тревоги); Q – число разрешаемых элементов в зоне обнаружения (fQ – среднее число ложных точек на РЛИ).

Величины f и Q характеризуют свойства обнаружителя и являются заданными (известными). Учитывая это обстоятельство, число $n_i = \eta_i - fQ$ радиолокационных отметок от объектов (число обнаруженных объектов) также будем считать известным.

Распределение числа n_i объектов, обнаруженных на i -й ($i = 1, 2, \dots, m$) позиции (i -й радиолокационной станцией МПРЛС), подчиняется биномиальному закону. Тогда функция правдоподобия $p(n_1, n_2, \dots, n_m/n)$ чисел n_1, n_2, \dots, n_m объектов, обнаруженных на соответствующих позициях МПРЛС из общего числа n объектов, запишется в виде

$$p(n_1, n_2, \dots, n_m/n) = \prod_{i=1}^m \frac{n(n-1)\dots(n-n_i+1)}{n_i!} d^{n_i} (1-d)^{n-n_i}, \quad (1)$$

где d – вероятность правильного обнаружения объекта.

Число n , обеспечивающее максимум функции правдоподобия (1), определяют из условия

$$\frac{\partial \ln p(n_1, n_2, \dots, n_m/n)}{\partial n} \Big|_{n_i = \hat{n}, i = 1, 2, \dots, m} = 0, \quad (2)$$

где $\hat{n} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m n_i$ – среднее число объектов, обнаруженных на одной позиции МПРЛС.

Уравнение (2) приведем к виду

$$\sum_{i=1}^{\hat{n}} \frac{1}{n-i+1} = \ln \frac{1}{1-d}$$

или, после преобразований – к виду

$$\psi(n+1) - \psi(n-\hat{n}+1) = \ln \frac{1}{1-d}, \quad (3)$$

где $\psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}$ – пси-функция (логарифмическая производная гамма-функции $\Gamma(z)$) [2].

Значения пси-функции при целых положительных значениях аргумента рассчитываются следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \psi(1) &= -C; \\ \psi(2) &= \psi(1) + 1 = -C + 1; \\ \psi(3) &= \psi(2) + \frac{1}{2} = -C + 1 + \frac{1}{2}; \\ &\dots \\ \psi(z) &= \psi(z-1) + \frac{1}{z-1} = -C + \sum_{i=1}^{z-1} \frac{1}{i}, \end{aligned}$$

где $C \approx 0,577$ – постоянная Эйлера-Маскерони.

Решение уравнения (3) относительно n при заданных значениях \hat{n} и d легко алгоритмируется и может быть найдено методом последовательных приближений за конечное $l + 1$ число шагов:

$$\begin{aligned} 1\text{-й шаг:} & \text{полагается } n := \hat{n}; \quad S(1) := \psi(\hat{n}+1) - \psi(1); \\ 2\text{-й шаг:} & n := \hat{n} + 1; \quad S(2) := \psi(\hat{n}+2) - \psi(2) = S(1) + \frac{1}{\hat{n}+1} - \frac{1}{2}; \\ 3\text{-й шаг:} & n := \hat{n} + 2; \quad S(3) := \psi(\hat{n}+3) - \psi(3) = S(2) + \frac{1}{\hat{n}+2} - \frac{1}{2}; \\ &\dots \\ l\text{-й шаг:} & n := \hat{n} + l - 1; \\ & S(l) := \psi(\hat{n}+l) - \psi(l) = S(l-1) + \frac{1}{\hat{n}+l-1} - \frac{1}{l-1}; \\ (l+1)\text{-й шаг:} & n := \hat{n} + l; \\ & S(l+1) := \psi(\hat{n}+l+1) - \psi(l+1) = S(l) + \frac{1}{\hat{n}+l} - \frac{1}{l}. \end{aligned}$$

Поскольку $\frac{1}{k-1} > \frac{1}{\hat{n}+k-1}$, $k = 2, 3, \dots, l+1$, то последовательность $S(1), S(2), \dots$ монотонно убывает и стремится к нулю (так как $S(k) = \sum_{i=k}^{\hat{n}+k-1} \frac{1}{i} \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$).

При $\ln \frac{1}{1-d} \geq \psi(\hat{n}+1) - \psi(1)$ $\hat{n} = \hat{n}$, в противном случае $\hat{n} = \hat{n} + l - 1$, как только

$$\left| \ln \frac{1}{1-d} - \psi(\hat{n}+1) + \psi(1) \right| < \left| \ln \frac{1}{1-d} - \psi(\hat{n}+l+1) + \psi(l+1) \right|.$$

Поскольку при практически проводимых расчетах нахождение оценки \hat{n} числа n объектов в группе осуществляется по выборочному значению \hat{n} (полученному по выборке ограниченного объема – при конечном числе позиций в МПРЛС), то для повышения информативности оценки \hat{n} необходимо найти нижнюю $\hat{n}_н$ и верхнюю $\hat{n}_в$ границы ее доверитель-

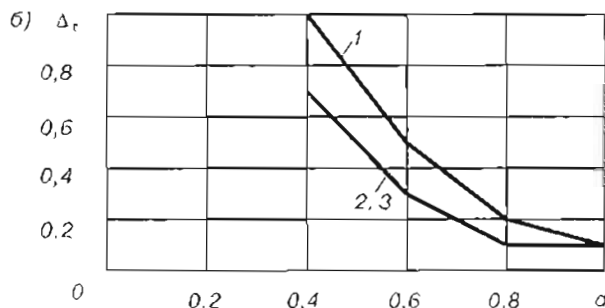
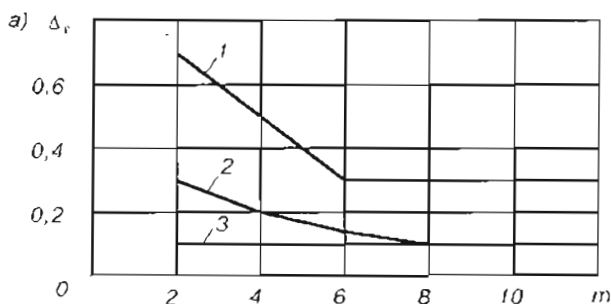


Рис. 1. Относительная величина интервальной оценки ($\epsilon = 0,9$) числа объектов в группе в зависимости от числа позиций в МПРЛС (а) и вероятности правильного обнаружения объекта (б)

ного интервала. Совокупность величин $\hat{n}_н$, \hat{n} , $\hat{n}_в$ позволяет судить о точности оценки \hat{n} , получаемой по данному выборочному значению \hat{n} . Точность оценки \hat{n} (нижняя $\hat{n}_н$ и верхняя $\hat{n}_в$ границы доверительного интервала оценки \hat{n}) исследовалась методом статистического моделирования на ЭВМ.

Методика и результаты статистического моделирования на ЭВМ

В состав фиксированных исходных данных для моделирования входили число объектов в группе ($n = 10$), вероятность ложной тревоги ($f = 10^{-3}$), число разрешаемых элементов в зоне обнаружения ($Q = 400$). Варьировались следующие величины: число позиций в МПРЛС (m – от 2 до 12) и вероятность правильного обнаружения объекта (d – от 0,4 до 1,0).

В каждом испытании в соответствии с введенными исходными данными с помощью датчика случайных чисел на позициях МПРЛС имитировались случайные процессы обнаружения объектов и появления на сформированных РЛИ дополнительных к радиолокационным отметкам от объектов ложных точек, обусловленных ненулевой вероятностью ложной тревоги. Одновременно с формированием отдельных РЛИ осуществлялось накопление статистики, необходимой для вычисления выборочных по числу позиций в МПРЛС среднего числа отметок

$$\bar{\eta} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \eta_i \text{ и дисперсии числа отметок}$$

$$\hat{\sigma}_{\eta}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \eta_i^2 - \frac{1}{m(m-1)} \left(\sum_{i=1}^m \eta_i \right)^2 \text{ на РЛИ, после чего}$$

вычислялась оценка \hat{d} вероятности правильного обнаружения объекта:

$$\hat{d} = 1 - \frac{\hat{\sigma}_{\eta}^2 - Qf(1-f)}{\bar{\eta} - Qf}$$

Далее, в соответствии с выражением

$$\hat{n} = \left[\frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \eta_i - mQf \right) \right] + 1$$

где $[f]$ – целая часть f , рассчитывалось среднее число объектов, обнаруженных на одной позиции

МПРЛС, и методом последовательных приближений решалось уравнение (3) относительно искомой оценки \hat{n} числа объектов в группе.

На заключительном этапе моделирования после выполнения заданного числа испытаний рассчитывались значения надежности ϵ интервальной оценки (коэффициента доверия для интервальной оценки) для заданных значений относительной величины Δ_{ϵ} интервальной оценки с коэффициентом доверия ϵ

$$\Delta_{\epsilon} = \frac{\hat{n}_в - \hat{n}_н}{\hat{n}}$$

$$\text{Вер.} \left\{ \hat{n}_н \leq n \leq \hat{n}_в \right\} = \epsilon; \quad \epsilon = 1 - \epsilon_н - \epsilon_в$$

где $1 - \epsilon_н$ и $1 - \epsilon_в$ – коэффициенты доверия соответственно для нижней $\hat{n}_н$ и верхней $\hat{n}_в$ границ доверительного интервала оценки \hat{n} .

Результаты расчетов представлены графиками зависимости Δ_{ϵ} при $\epsilon = 0,9$ от числа m позиций в МПРЛС (рис. 1, а) и вероятности d правильного обнаружения объекта (рис. 1, б). На рис. 1, а кривая 1 построена для значения вероятности правильного обнаружения объекта $d = 0,6$; кривая 2 – для значения $d = 0,8$; кривая 3 – для значения $d = 1,0$. На рис. 1, б кривая 1 рассчитана при числе позиций в МПРЛС $m = 4$; кривая 2 – при $m = 8$; кривая 3 – при $m = 12$.

Выводы

1. На этапе совместной обработки информации об обнаруженных объектах (при объединении в МПРЛС информации на уровне единичных замеров, полученных от входящих в МПРЛС радиолокационных станций) преодолеть трудности комбинаторного характера, возникающие при отождествлении радиолокационных изображений точечной конфигурации (группы объектов), позволит оценка числа объектов в группе.

2. Интервальная оценка (с коэффициентом доверия 0,9) числа объектов в группе в рассмотренных условиях моделирования на ЭВМ (числе объектов в группе, равном 10; числе позиций в МПРЛС – от 2 до 12; вероятности ложной тревоги, равной 10^{-3} ;

числе разрешаемых элементов в зоне обнаружения, равном 400) имеет следующие характеристики:

– потенциальная точность оценки (достигаемая в предположении, что обнаружители работают без ошибок второго рода – с единичной вероятностью правильного) не зависит от числа позиций в МПРЛС и составляет 10 %,

– для обнаружителей с неидеальными характеристиками потенциальная точность оценки может быть достигнута за счет увеличения числа позиций в МПРЛС; так, при вероятности правильного обнаружения объекта, равной 0,8, потенциальная точность оценки достигается при числе позиций в МПРЛС не менее 8;

– характер зависимости точности оценки от вероятности правильного обнаружения объекта одинаковый для любого числа позиций в МПРЛС из диапазона от 8 до 12.

Литература

1. Черняк В. С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

ЖУРНАЛ

«ИНФОРМАЦИОННО – УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ» ПРЕДСТАВЛЯЕТ

И. О. Жаринов, О. О. Жаринов

Бортовые средства отображения информации на плоских жидкокристаллических панелях: Учеб. пособие / СПб.: СПбГУАП, 2005.

Учебное пособие содержит сведения о теоретических предпосылках, методах и способах организации и практического использования блоков и отдельных устройств современного бортового авиационного оборудования на плоских жидкокристаллических панелях. Рассмотрены вопросы реализации аппаратных средств индикационного оборудования современных летательных аппаратов. Действие некоторых узлов рассмотрено на уровне принципиальных схем.

Пособие предназначено для студентов технических вузов, обучающихся по широкому кругу специальностей, связанных с разработкой и эксплуатацией авиационных комплексов, приборов и устройств, а также сопутствующих технологий и материалов.

По вопросам приобретения книги обращаться по адресу:
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., д. 67, ГУАП,
Фундаментальная библиотека
Телефон (812) 110-66-42
Факс: (812) 313-70-18
E-mail: ius@aanel.ru

