

УДК 621.396.96:621.391.26

# ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТОЧЕЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

**О. Г. Мальцев,**

канд. техн. наук, начальник лаборатории

**Е. А. Войнов,**

канд. техн. наук, зам. директора научно-производственного комплекса

Федеральное государственное унитарное предприятие «ЦНИИ «Гранит»»

*Предлагается способ оценки величины относительных смещений (параллельного переноса вдоль осей декартовой прямоугольной системы координат) различных радиолокационных изображений, сформированных при обнаружении морской групповой цели средствами локации летательных аппаратов. Способ основан на совместной обработке методом наименьших квадратов замеров дальности между летательными аппаратами и их координат, численных навигационными системами. Эффективность полученных оценок относительных смещений изображений исследуется аналитически и иллюстрируется результатами статистического моделирования на ЭВМ.*

*The mode of estimation of the value of relative shifts (parallel shift in the line of Cartesian reference axes) of various radar images formed on detection of a naval multiple target by location means of aircrafts is proposed. The mode is based on the use of the method of minimum squares for the coprocessing of results of measurements of distances between aircrafts and of their positions computed by navigation systems. The efficiency of the received estimations of the value of relative shifts of images is analytically treated and is illustrated with the use of statistical computer modeling data.*

## Введение

Во многих многопозиционных системах при совместной обработке информации возникает необходимость оценки величины относительных смещений (параллельного переноса вдоль осей декартовой прямоугольной системы координат) изображений одной и той же точечной конфигурации. Так, для отождествления радиолокационной информации, полученной от нескольких средств локации, установленных на летательных аппаратах (ЛА), радиолокационные изображения, сформированные при обнаружении морской групповой цели, пересчитываются в единую систему координат. Из-за ошибок счисления навигационными системами координат ЛА изображения, пересчитанные в единую систему координат, оказываются смещенными относительно друг друга. Оценка величины относительных смещений изображений и последующее их предварительное совмещение позволяют, в ряде случаев, повысить эффективность решения задачи отождествления радиолокационной информации.

Для обеспечения полета большой группы ЛА в различных вариантах их взаимодействия и постро-

ения используется бортовая радиотехническая система определения взаимных координат, которая обычно строится на базе многодальномерной системы [1]. Выбор такой системы оправдан тем, что дальномеры по принципу построения и требованиям к размещению на ЛА антенно-фидерных устройств более просты, чем пеленгационные каналы.

Цель статьи – исследование возможности использования информации многодальномерной системы (замеров дальностей между ЛА группы) для оценки величины относительных смещений радиолокационных изображений морской групповой цели.

## Основные соотношения

Имеем исходную (единую) декартову прямоугольную систему координат  $XOZ$  с началом в точке начала полета ЛА. В такой системе оси  $OX$  и  $OZ$  расположены в горизонтальной плоскости, причем ось  $OX$  направлена на условный центр морской групповой цели, а ось  $OZ$  дополняет систему до правой. Введем в рассмотрение также базовую правую прямоугольную систему координат  $X'O'Z'$ , расположенную в плоскости исходной системы координат. Начало

базовой системы координат и направление оси  $O'Z'$  задаются проекциями на горизонтальную плоскость центров масс двух «базовых» ЛА ( $i_0$ -го и  $i_2$ -го соответственно). В качестве «базовых» целесообразно использовать ЛА, наиболее удаленные друг от друга. «Базовый» ЛА  $i_0$  условно будем считать первым.

В базовой системе координат  $X'O'Z'$  с использованием замеров дальностей между ЛА определены взаимные координаты ЛА  $x'_i$  и  $z'_i$ ,  $i=1,2,\dots,m$  ( $m$  – количество ЛА в группе).

В исходной системе координат  $XOZ$  истинные  $x_{ni}$ ,  $z_{ni}$  и численные навигационными системами  $x_{ci}$ ,  $z_{ci}$  координаты ЛА связаны соотношениями:

$$x_{ci} = x_{ni} + \Delta x_i; \quad z_{ci} = z_{ni} + \Delta z_i, \quad i=1,2,\dots,m,$$

где  $\Delta x_i, \Delta z_i$  – истинные ошибки счисления навигационными системами координат ЛА.

Тогда смещения по соответствующим осям  $i$ -го,  $i=2,3,\dots,m$ , изображения (сформированного по информации средств локации  $i$ -го ЛА) относительно первого изображения (сформированного по информации средств локации первого ЛА) запишутся в виде:

$$\Delta x_{i1} = \Delta x_i - \Delta x_1; \quad \Delta z_{i1} = \Delta z_i - \Delta z_1, \quad i=2,3,\dots,m.$$

За оценки этих смещений примем соответствующие разности:

$$\Delta \hat{x}_{i1} = x_{ci} - x'_i; \quad \Delta \hat{z}_{i1} = z_{ci} - z'_i, \quad i=2,3,\dots,m,$$

где  $x'_i$  и  $z'_i$  – соответственно координаты  $x'_i$  и  $z'_i$  ЛА в базовой системе, пересчитанные в исходную систему.

Используя известное правило преобразования декартовых прямоугольных координат при одновременном параллельном переносе осей (на величины  $x_{c1}$  и  $z_{c1}$ ) и их повороте (на угол  $\alpha$ ), можно записать:

$$x'_i = x_{c1} + x'_i \cos \alpha + z'_i \sin \alpha;$$

$$z'_i = z_{c1} - x'_i \sin \alpha + z'_i \cos \alpha, \quad i=2,3,\dots,m.$$

Тогда

$$\Delta \hat{x}_{i1} = x_{ci} - x_{c1} - x'_i \cos \alpha - z'_i \sin \alpha;$$

$$\Delta \hat{z}_{i1} = z_{ci} - z_{c1} + x'_i \sin \alpha - z'_i \cos \alpha, \quad i=2,3,\dots,m.$$

Неизвестную оценку  $\alpha$  угла поворота базовой системы координат относительно исходной найдем, используя метод наименьших квадратов. Составим систему уравнений поправок  $v_{xi}, v_{zi}$ :

$$\left. \begin{aligned} x'_i \cos \hat{\alpha} + z'_i \sin \hat{\alpha} + c_{xi} &= v_{xi}; \\ z'_i \cos \hat{\alpha} - x'_i \sin \hat{\alpha} + c_{zi} &= v_{zi}, \quad i=2,3,\dots,m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $c_{xi} = x_{c1} - x_{ci}$ ;  $c_{zi} = z_{c1} - z_{ci}$ .

Используя метод наименьших квадратов [2] и учитывая ковариационную связь поправок (можно показать, что коэффициенты корреляции поправок  $v_{xi}$  и  $v_{xi}$ , а также  $v_{zi}$  и  $v_{zi}$  равны 0,5), решим систему уравнений (1) относительно оценки  $\hat{\alpha}$  под условием

$$m \sum_{i=2}^m (v_{xi}^2 + v_{zi}^2) - \left( \sum_{i=2}^m v_{xi} \right)^2 - \left( \sum_{i=2}^m v_{zi} \right)^2 = \min.$$

В результате получим

$$\hat{\alpha} = \arctg \frac{a}{b},$$

$$\text{где } a = m \sum_{i=1}^m x_{ci} z'_i - \sum_{i=1}^m z'_i \sum_{i=1}^m x_{ci} - m \sum_{i=1}^m z_{ci} x'_i + \sum_{i=1}^m x'_i \sum_{i=1}^m z_{ci};$$

$$b = m \sum_{i=1}^m x_{ci} x'_i - \sum_{i=1}^m x'_i \sum_{i=1}^m x_{ci} + m \sum_{i=1}^m z_{ci} z'_i - \sum_{i=1}^m z'_i \sum_{i=1}^m z_{ci}.$$

Дисперсия найденной оценки имеет вид

$$\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{2\sigma_c^2}{b^2} A \cos^2 \alpha,$$

где  $\sigma_c^2$  – дисперсия счисления навигационными системами координат ЛА (предполагается, что дисперсии счисления обеих координат одинаковые);  $A$  – величина, определяемая выражением

$$A = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m (m+1-j) D_{ij}^2 + S_m, \quad m \geq 3;$$

$$S_m = S_{m-1} + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} [(x'_i - x'_m)(x'_j - x'_m) + (z'_i - z'_m)(z'_j - z'_m)],$$

$$S_2 = 0.$$

Здесь  $D_{ij}$  – замеры дальностей между соответствующими ЛА.

Теперь можно определить и дисперсии оценок относительных смещений изображений:

$$\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}}^2 = [(x'_i)^2 \sin^2 \alpha + (z'_i)^2 \cos^2 \alpha] \sigma_{\hat{\alpha}}^2; \quad (2)$$

$$\sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}}^2 = [(x'_i)^2 \cos^2 \alpha + (z'_i)^2 \sin^2 \alpha] \sigma_{\hat{\alpha}}^2. \quad (3)$$

Анализ выражений (2) и (3) показывает, что, во-первых, при  $\alpha = \pm 45^\circ$   $\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}} = \sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} D_{i1} \sigma_{\hat{\alpha}}$ , т. е. среднеквадратические погрешности (СКП) оценки величины относительных смещений изображений по обеим осям одинаковые и линейно зависят от расстояния  $D_{ij}$  между соответствующими ЛА и, во-вторых, при  $\alpha = 0^\circ$   $\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}} = z'_i \sigma_{\hat{\alpha}}$ ;  $\sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}} = x'_i \sigma_{\hat{\alpha}}$ . Последнее означает, что в том случае, когда ЛА собраны (случайным образом из-за ошибок сбора) по координате  $X$  (дальности) и равномерно разведены по координате  $Z$  (фронт), в результате чего ЛА с большим номером  $i$  всегда будет соответствовать большее значение координаты  $z'_i$ , но не всегда – большее значение координаты  $x'_i$ , зависимость СКП  $\sigma_{\Delta \hat{x}_{i1}}$  от номера  $i$  ЛА будет близка к линейной, в то время как для СКП  $\sigma_{\Delta \hat{z}_{i1}}$  характер такой зависимости будет произвольным.

Отметим также, что найденные оценки относительных смещений радиолокационных изображений позволяют оценить истинные ошибки счисления навигационными системами координат ЛА и тем самым уточнить эти координаты. Действительно, используя свойство компенсации случайных ошибок

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \Delta x_i = 0; \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \Delta z_i = 0,$$

а также учитывая соотношения между величинами истинных ошибок счисления координат ЛА

$$\Delta x_{j1} = \Delta x_j - \Delta x_1; \quad \Delta z_{j1} = \Delta z_j - \Delta z_1, \quad i = 2, 3, \dots, m,$$

и относительных смещений изображений

$$\Delta x_{ij} = \Delta x_{j1} - \Delta x_{i1}; \quad \Delta z_{ij} = \Delta z_{j1} - \Delta z_{i1}, \quad i, j = 2, 3, \dots, m, \quad i \neq j,$$

получим следующие выражения для оценок истинных ошибок счисления координат ЛА по осям  $OX$  и  $OZ$  соответственно:

$$\Delta \hat{x}_i = \begin{cases} -\frac{1}{m} \left[ \sum_{j=2}^m \Delta \hat{x}_{j1} - (m-1) \Delta \hat{x}_{i1} \right] & \text{при } i > 1; \\ -\frac{1}{m} \sum_{j=2}^m \Delta \hat{x}_{j1} & \text{при } i = 1; \end{cases}$$

$$\Delta \hat{z}_i = \begin{cases} -\frac{1}{m} \left[ \sum_{j=2}^m \Delta \hat{z}_{j1} - (m-1) \Delta \hat{z}_{i1} \right] & \text{при } i > 1; \\ -\frac{1}{m} \sum_{j=2}^m \Delta \hat{z}_{j1} & \text{при } i = 1. \end{cases}$$

### Результаты статистического моделирования на ЭВМ

В дополнение к аналитическим расчетам было проведено статистическое моделирование на ЭВМ. Моделирование выполнялось при следующих условиях:

а) для ЛА группы, собранных по дальности (оси  $OX$ ) и равномерно разведенных по фронту (оси  $OZ$ ) (количество  $m$  ЛА в группе принималось равным 6 и 12, а значение СКП сбора по дальности варьировалось таким образом, чтобы обеспечить заданный диапазон  $\pm 50^\circ$  изменения угла поворота базовой системы координат относительно исходной);

б) расстоянию по фронту между крайними ЛА, равном 50 км и симметричном относительно оси  $OX$  расположении ЛА группы;

в) СКП счисления навигационными системами координат ЛА по обеим осям  $\sigma_c = 2$  и 4 км;

г) СКП измерения дальномерами расстояний между ЛА, равной 0,1 км.

Для каждого из возможных сочетаний приведенных условий рассматривалось фиксированное множество реализаций случайных процессов счисления навигационными системами координат ЛА и измерения дальномерами расстояний между ЛА группы. К каждой реализации применялись предложенные алгоритмы оценки угла поворота базовой системы координат относительно исходной и величины относительных смещений радиолокационных изображений морской групповой цели и производилась статистическая обработка полученных в каждой реализации погрешностей соответствующих оценок.

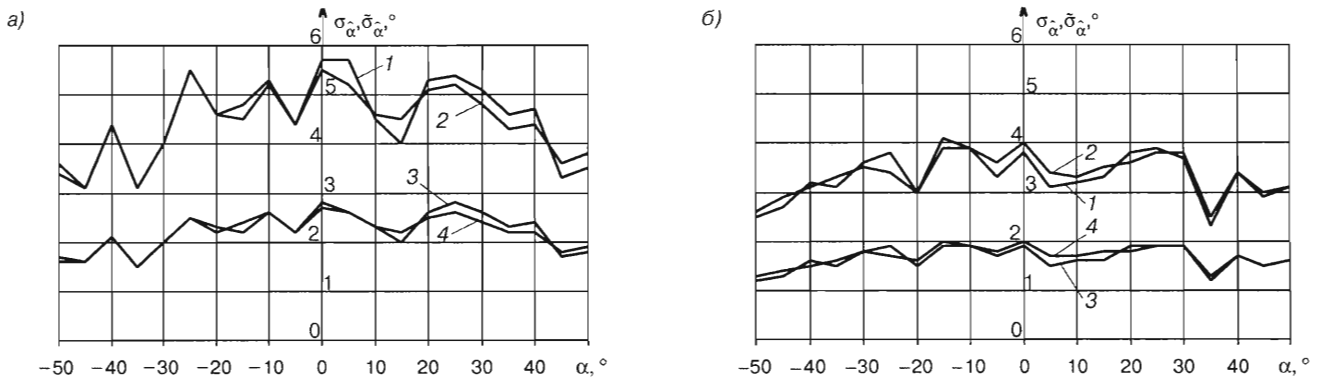
После выполнения заданного числа реализаций рассчитывались:  $\sigma_{\hat{\alpha}}$  – СКП оценки угла  $\alpha$  поворота базовой системы координат относительно исходной;  $\sigma_{\Delta \hat{x}}$  и  $\sigma_{\Delta \hat{z}}$  – СКП оценки величины относительных смещений изображений. Характер изменения этих СКП представлен на рис. 1–3 кривыми 1 (полученными при  $\sigma_c = 4$  км) и 3 (полученными при  $\sigma_c = 2$  км) в зависимости от: угла  $\alpha$  – для  $\sigma_{\hat{\alpha}}$  (рис. 1); номера  $i$  ЛА – для  $\sigma_{\Delta \hat{x}}$  (рис. 2, а) и  $\sigma_{\Delta \hat{z}}$  (рис. 2, б); расстояния  $D_{\text{ЛА}}$  между соответствующими ЛА – для  $\sigma_{\Delta \hat{x}(\Delta \hat{z})}$  (рис. 3).

На рис. 1–3 изображены также кривые 2 (построенные при  $\sigma_c = 4$  км) и 4 (построенные при  $\sigma_c = 2$  км), иллюстрирующие характер изменения соответствующих СКП  $\tilde{\sigma}_{\hat{\alpha}}$ ,  $\tilde{\sigma}_{\Delta \hat{x}}$ ,  $\tilde{\sigma}_{\Delta \hat{z}}$ , рассчитанных аналитически и усредненных по множеству реализаций.

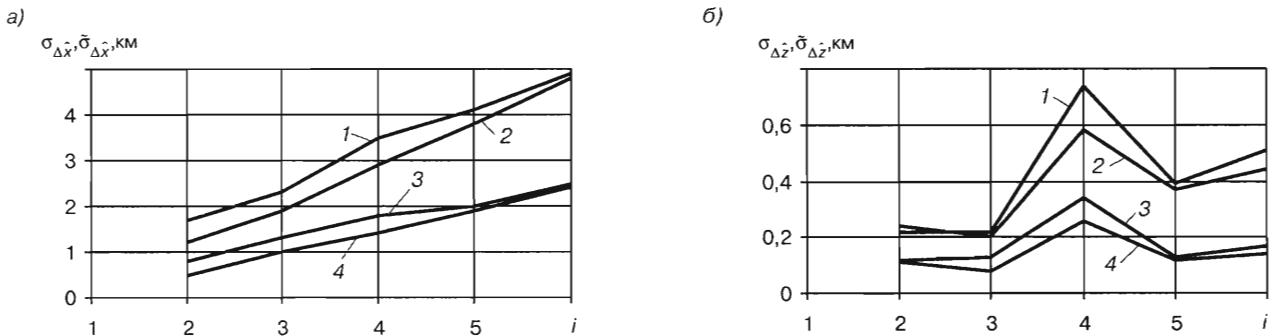
Совместный анализ полученных кривых (1 и 2; 3 и 4) свидетельствует о хорошем совпадении СКП, рассчитанных аналитически, с соответствующими СКП, полученными статистическим моделированием на ЭВМ. Среднеквадратические отклонения соответствующих СКП, как показали результаты статистического моделирования на ЭВМ, находятся в диапазонах:

- 0,04...0,12° – для СКП оценки угла  $\alpha$  при  $m = 6$  и  $\sigma_c = 2$  км;
- 0,17...0,55° – для СКП оценки угла  $\alpha$  при  $m = 6$  и  $\sigma_c = 4$  км;
- 0,03...0,08° – для СКП оценки угла  $\alpha$  при  $m = 12$  и  $\sigma_c = 2$  км;
- 0,11...0,30° – для СКП оценки угла  $\alpha$  при  $m = 12$  и  $\sigma_c = 4$  км;
- 0,02...0,11 км – для СКП оценки величины смещений  $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$  при  $m = 6, \alpha = 0^\circ$  и  $\sigma_c = 2$  км;
- 0,05...0,44 км – для СКП оценки величины смещений  $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$  при  $m = 6, \alpha = 0^\circ$  и  $\sigma_c = 4$  км;
- 0,01...0,03 км – для СКП оценки величины смещений  $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$  при  $m = 12, \alpha = 45^\circ$  и  $\sigma_c = 2$  км;
- 0,03...0,12 км – для СКП оценки величины смещений  $\Delta x_{j1}, \Delta z_{j1}$  при  $m = 12, \alpha = 45^\circ$  и  $\sigma_c = 4$  км.

Отметим, что при использовании для определения относительных смещений изображений координат ЛА, счисленных навигационными системами, СКП оценки указанных величин будет равна  $\sqrt{2}\sigma_c$ , т. е. приблизительно 2,8 км при  $\sigma_c = 2$  км и приблизительно 5,6 км при  $\sigma_c = 4$  км.



■ Рис. 1. СКП оценки угла поворота базовой системы координат относительно исходной в зависимости от его величины: а –  $m = 6$ ; б –  $m = 12$



■ Рис. 2. СКП оценки величины относительного смещения изображений в зависимости от номера ЛА ( $m = 6, \alpha = 0^\circ$ ): а – вдоль оси  $OX$ ; б – вдоль оси  $OZ$

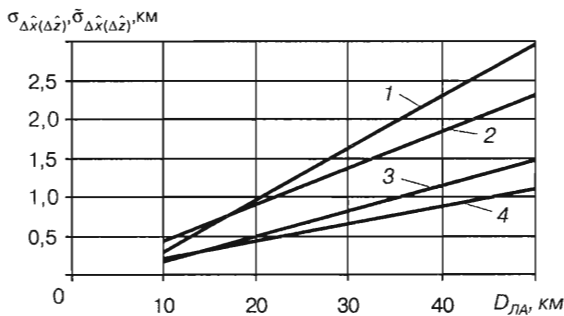
Предложенный способ повышает точность предварительного совмещения радиолокационных изображений морской групповой цели. Например, в группе ЛА, собранных по дальности и равномерно разведенных по фронту: при  $m = 6, \alpha = 0^\circ, D_{ЛА} = 10$  км и  $\sigma_c = 4$  км – приблизительно в 3,7 раза при совмещении по оси  $OX$  и приблизительно в 24,3 раза при совмещении по оси  $OZ$ ; при  $m = 12, \alpha = 45^\circ, D_{ЛА} = 20$  км и  $\sigma_c = 2$  км – приблизительно в 5,6 раза при совмещении по осям  $OX$  и  $OZ$ .

При  $\alpha = 45^\circ$  с увеличением расстояния между ЛА СКП оценки величины относительных смещений

изображений по осям  $OX$  и  $OZ$  линейно возрастают. При  $\alpha = 0^\circ$  зависимость СКП оценки величины относительного смещения изображения по оси  $OX$  от номера ЛА (при принятых условиях моделирования: ЛА собраны по дальности и равномерно разведены по фронту) близка к линейной. Для СКП оценки величины относительного смещения изображений по оси  $OZ$  при тех же условиях характер такой зависимости произвольный. Указанные закономерности ранее были выявлены из анализа выражений для соответствующих СКП, полученных аналитическим путем.

### Выводы

1. Предложенный способ оценки величины относительных смещений радиолокационных изображений морской групповой цели, основанный на совместной обработке методом наименьших квадратов замеров дальностей между ЛА и их координат, численных навигационными системами, позволяет повысить точность предварительного совмещения изображений (например, до 3,7 раза при совмещении по оси  $OX$  (дальности) и до 24,3 раза – при совмещении по оси  $OZ$  (фронту) в группе из шести ЛА, собранных по дальности и равномерно разведенных по фронту; при отсутствии поворота базовой системы координат относительно исходной; СКП числен-



■ Рис. 3. СКП оценки величины относительных смещений изображений в зависимости от расстояния между ЛА ( $m = 12; \alpha = 45^\circ$ )

ния навигационными системами координат ЛА 4 км и расстоянии между соответствующими ЛА 10 км].

2. Анализ выражений, полученных аналитически, для СКП оценки величины относительных смещений изображений выявил следующие закономерности, подтвержденные результатами статистического моделирования на ЭВМ:

– при угле поворота базовой системы координат относительно исходной, равном  $\pm 45^\circ$ , СКП оценки величины относительных смещений изображений по обеим осям одинаковые и линейно зависят от расстояния между соответствующими ЛА;

– при отсутствии поворота базовой системы координат относительно исходной и в том случае, когда ЛА собраны (случайным образом из-за ошибок

сбора) по дальности (оси  $OX$ ) и равномерно разведены по фронту (оси  $OZ$ ), зависимость СКП оценки величины относительного смещения изображений по оси  $OX$  от номера ЛА будет близка к линейной, в то время как для СКП оценки величины относительного смещения изображений по оси  $OZ$  характер такой зависимости будет произвольным.

### Литература

1. Тарасов В. Г. Межсамолетная навигация. – М.: Машиностроение, 1980. – 184 с.
2. Большаков В. Д. Теория ошибок наблюдений. – М.: Недра, 1983. – 224 с.

## III Международная конференция «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО '2006

02 октября - 04 октября 2006 г.

Место проведения: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,  
по адресу: Россия, 117997, г. Москва, Профсоюзная ул., дом 65.

Председатель Международного Программного комитета – В. Е. Фортов, академик, академик-секретарь Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН

Председатель Национального Организационного комитета – И. В. Прангишвили

### Тематика конференции

Общие проблемы системных методологий  
Модели сложных проблем и методы их исследования

Параллельные и распределенные вычисления в задачах управления, моделирования и идентификации

Распределенные информационно-вычислительные среды

Проблемы управления и самоорганизации в глобально-распределенной компьютерной среде

Модели параллельных и распределенных вычислительных процессов и систем

Технологии программирования параллельных и распределенных задач

Защита информации в распределенных вычислительных системах

Надежные вычисления в параллельных и распределенных системах

Совместное проектирование программного и аппаратного обеспечения

Проекты распределенных информационно-вычислительных систем

Теория нейронных сетей и ее приложения

Теория нечетких множеств и ее приложения

Верификация и проблемы качества программного обеспечения сложных систем

Глобальные сетевые ресурсы поддержки процессов идентификации, управления и моделирования

### Дополнительная информация и справки

Тел./факс: +7 (095) 3348990

e-mail: [paco@ipu.ru](mailto:paco@ipu.ru)

<http://www.paco.sicpro.org>