УДК 621.391.826; 681.5

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭХО-СИГНАЛОВ КОРАБЛЕЙ, НАБЛЮДАЕМЫХ ЛОКАТОРАМИ БОРТОВЫХ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

А. Г. Давидчук,
ассистент
Д. А. Шепета,
канд. техн. наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Предлагается математическая модель эхо-сигналов кораблей, построенная на основе экспериментальных данных, которая позволяет учитывать флюктуации амплитуд и длительностей сигналов, а также их взаимные корреляционно-спектральные характеристики. Математическая модель основана на логарифмически нормальном многомерном законе распределения флуктуаций амплитуд и длительностей.

The mathematical model of ships' echo – signals, constructed on the experimental data basis which allows to take into account fluctuations of amplitudes, durations of signals, and mutual correlation and spectral characteristics is offered. The mathematical model is based on the logarithmic-normal multidimensional law of distribution fluctuations of amplitudes and duration.

При построении математических моделей входных сигналов бортовых систем обработки информации применяются в основном три подхода: первый состоит в постулировании математической модели; второй основан на изучении физических явлений, обуславливающих появление сигналов; третий использует «статистический эквивалент» сигналов, построенный по экспериментальным данным. Под математической моделью в данной статье понимается статистическая модель – многомерный совместный закон распределения параметров сигналов, наблюдаемых на выходе приемного устройства бортового локатора. За основу принят третий подход, который при построении модели учитывает выводы относительно статистических характеристик наблюдаемых сигналов (приведенные в литературе по обработке экспериментальных данных).

Математическая модель информационного сигнала на входе локационного тракта

При поиске, обнаружении, идентификации, выборе, захвате на автосопровождение и сопровождение корабля математическая модель информационного сигнала зависит, по крайней мере, от пяти основных факторов: характеристик самого корабля, тракта распространения электромагнитных волн, характеристик зондирующего сигнала, условий наблюдения корабля, приемного тракта бортового локатора [1, 4, 9–12]. Определяющими факторами являются характеристики корабля и вид излучаемого сигнала [9, 12]. Остальные факторы можно учесть следующим образом: характеристики тракта – изменением параметров модели, условия наблюдения – введением функциональных зависимостей между условиями наблюдения и параметрами модели. Тракт обработки считаем линейным и широкополосным, что позволяет рассматривать независимо модели информационного сигнала и помех.

Под информационным сигналом, в соответствии с принятыми допущениями, будем понимать отраженный физическим объектом зондирующий сигнал, прошедший тракт распространения и приемное устройство бортового локатора. После гетеродина приемного устройства наблюдаемый информационный сигнал $\tilde{S}(t)$ с точностью до коэффициента пропорциональности можно записать в виде

$$\tilde{S}(t)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}k_{0,j}A_{i,j}S\left(t-t_{0,j}-2\tau_{c}\left(N-1\right)\right)\times$$
$$\times\cos\left(\omega_0 t+\varphi_{c,i,j}+\varphi_{0,j}\right), \qquad (1)$$

где $t_{0,j}$ – задержка j-й пачки сигнала; $S(t)$ – нормированная огибающая импульсов; ω_0 – промежуточная частота последнего каскада приемного устройства; M – число импульсов в наблюдаемой пачке; N – число принимаемых пачек импульсов.

Здесь принято, что за время отражения пачки условия отражения не меняются, что всегда выполняется в реальных условиях наблюдения морских целей (при импульсно-пачечном режиме). Выражение (1) представляет собой достаточно общую форму записи сигнала, позволяющую учесть фазовую, частотную, амплитудную и временную (период следования пачек импульсов) модуляцию (манипуляцию) сигнала. Частными случаями этого выражения являются выражения для одиночного импульсного сигнала, ЛЧМ-сигнала (при соответствующем предельном переходе), ФМ-сигнала, сигнала со случайной или детерминированной вобуляцией периода повторения.

После амплитудно-фазовой обработки сигнала j-я пачка полностью определяется характеристиками лишь одного своего импульса, а именно: его амплитудой $A_j = k_{0,j}A_з$, начальной фазой $\varphi_j = \varphi_{0,j}$, задержкой пачки $t_{0,j}$. Задержку пачки $t_{0,j}$ будем считать детерминированным параметром сигнала, что допустимо, если пренебречь дальномерным шумом. Тогда каждая пачка характеризуется случайными величинами A_j, φ_j и огибающей $S_j(t)$.

Таким образом, при введенных допущениях информационный сигнал можно представить в виде последовательности импульсных сигналов; i-й импульс этого сигнала запишем в виде $S_i(t) = S_i(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_i)$, где $S_i(t)$ – огибающая импульса; ω_0 – частота (может быть равной нулю); φ_i – начальная фаза (измеренная относительно сигнала, начальная фаза которого условно принята за нуль).

Данная последовательность импульсов (пачка импульсов) может быть когерентной (начальные фазы импульсов связаны друг с другом известным соотношением) и некогерентной. Рассмотрим случай некогерентной пачки импульсов, так как при наших допущениях это более общий случай (в том смысле, что для когерентной пачки достаточно задать начальную фазу лишь одного из импульсов), при этом частоту можно считать известной детерминированной величиной. Для некогерентной последовательности начальные фазы φ_i, $i = 1, 2, \ldots, N$, представляют собой совместно независимые случайные величины, распределенные равномерно на интервале $[0, 2\pi)$. Огибающая $S_i(t)$ представляет собой известную функцию, зависящую от двух параметров: амплитуды сигнала $A_i = \max S_i(t)$ и его длительности τ_i, определенной по уровню 0,5, т. е. $\tau_i = |t_i'' - t_i'|$, где t_i'' и t_i' – два крайних члена из упорядоченного ряда решения уравнения $S_i(t) = 0{,}5A_i$.

В качестве S_i обычно используют следующие функции:

– прямоугольную

$$S_i(t)=\begin{cases}0, & t<-0{,}5\tau_i,\\ A_i, & |t|\le 0{,}5\tau_i,\\ 0, & t>0{,}5\tau_i;\end{cases} \qquad (2)$$

– треугольную

$$S_i(t)=\begin{cases}0, & \tau_i<|t|,\\ A_i+\tau_i^{-1}A_i t, & -\tau_i\le t<0,\\ A_i-\tau_i^{-1}A_i t, & 0\le t\le\tau_i;\end{cases} \qquad (3)$$

– гауссову

$$S_i(t)=A_i\exp\{-4\ln 2\tau_i^{-2}t^2\}. \qquad (4)$$

Если длительность зондирующих импульсов сравнима с радиолокационным размером корабля, то форма эхо-сигналов близка к гауссовской кривой [2, 5, 9].

Таким образом, наблюдаемый импульс характеризуется четырьмя параметрами: амплитудой A_i, длительностью τ_i, начальной фазой φ_i, частотой ω_0. Три первых параметра случайные, а четвертый – $\omega_0 = \text{const}$. Следовательно, полезный сигнал полностью определяется случайной трехмерной величиной $\gamma_i = \{A_i, \tau_i, \varphi_i\}$ и параметром ω_0. Поэтому для формирования математической модели сигнала необходимо задать параметр ω_0 и многомерный закон (функцию или плотность распределения) случайных величин $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_N$.

Для рассматриваемых некогерентных сигналов случайные многомерные величины $\{A_1, \tau_1, \ldots, A_N, \tau_N\}$ и $\{\varphi_1, \ldots, \varphi_N\}$ взаимно независимы, а φ_i – равномерно распределены на интервале $[0, 2\pi)$. При любых i и N многомерная плотность распределения равна

$$f(\gamma_1,\ldots,\gamma_{iN})=f(A_1,\tau_1,\ldots,A_N,\tau_N)\prod_{j=1}^{N}f(\varphi_j), \qquad (5)$$

где

$$f(\varphi_i)=\begin{cases}0, & \varphi_j<0,\\ (2\pi)^{-1}, & 0\le\varphi_i<2\pi,\\ 0, & \varphi_j\ge 2\pi.\end{cases} \qquad (6)$$

Для когерентной пачки выражение (6) будет содержать произведение из $N-1$ дельта-функций.

Из выражения (6) следует, что для получения математической модели сигнала достаточно задать многомерную плотность распределения $f(A_1, \tau_1, A_2, \tau_2, \ldots, A_N, \tau_N)$, так как статистические характеристики флюктуаций фаз определены выражением (6). Следовательно, для математического описания полезного сигнала необходимо определить плотность распределения $f(A_1, \tau_1, A_2, \tau_2, \ldots, A_N, \tau_N) = f(\mathbf{A}_N, \tau_N)$, $N = (1, 2, \ldots)$, где $\mathbf{A}_N = \{A_1, A_2, \ldots, A_N\}$, $\tau_N = \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_N\}$ ($\mathbf{A}_N$ и τ_N – векторы амплитуд и длительностей сигналов соответственно).

Плотность распределения амплитуд и длительностей локационных сигналов, отраженных от надводных объектов

В качестве одномерных функций распределения амплитуд использовались разные функции распределения: Рэлея, Рэлея–Райса, Накагами, логарифмически нормальная, хи-квадрат и др. [3, 6–8, 11, 12]. Наиболее часто в последнее время используется логарифмически нормальная плотность распределения амплитуд, так как она очень хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными для различных типов кораблей и различных условий их наблюдения. Эту плотность распределения и будем использовать для построения многомерной модели эхо-сигнала корабля.

Одномерная функция плотности распределения амплитуды A_i локационного импульса, распределенного по логарифмически нормальному закону, определяется по формуле

$$f(A_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{A_i} A_i} \exp\left\{-\frac{\ln^2 \dfrac{A_i}{\bar{A}_i}}{2\sigma_{A_i}^2}\right\}, \qquad (7)$$

где $\bar{A}_i$ и σ_i – параметры распределения, причем $\bar{A}_i$ и σ_i связаны со средним $\tilde{A}_i$ и дисперсией $\tilde{D}_{A_i}$ распределения следующими соотношениями:

$$\begin{cases} \tilde{A}_i = \bar{A}_i \exp\left\{\dfrac{\sigma_{A_i}^2}{2}\right\}, \\ \tilde{D}_{A_i} = \tilde{A}_i^2 \left[\left(\dfrac{\tilde{A}_i}{\bar{A}_i}\right)^2 - 1\right]. \end{cases} \qquad (8)$$

Однако на практике вместо $\tilde{D}_{A_i}$ для характеристик флюктуаций амплитуд локационного сигнала используют коэффициент вариации $K_{A_i} = \dfrac{\sqrt{\tilde{D}_{A_i}}}{\tilde{A}_i}$. В этом случае из выражения (8) получим

$$\bar{A}_i = \frac{\tilde{A}_i}{\sqrt{1+K_{A_i}^2}}; \quad \sigma_{A_i} = \sqrt{\ln(1+K_{A_i}^2)}. \qquad (9)$$

Иногда вместо коэффициента вариации по амплитуде K_{A_i} используют коэффициент вариации по мощности K_{P_i}. Плотность распределения мощности f_{P_i} также логарифмически нормальна с параметрами:

$$\bar{P}_i = \frac{\tilde{P}_i}{\sqrt{1+K_{P_i}^2}} = \frac{\bar{A}_i^2}{2}, \quad \sigma_{P_i} = \sqrt{\ln(1+K_{A_i}^2)} = 2\sigma_{A_i}, \qquad (10)$$

где $\tilde{P}_i$ – среднее значение мощности; $1+K_{P_i}^2 = (1+K_{A_i}^2)^4$; значение $\tilde{P}_i$ определяется с учетом параметров локационной структуры по известной формуле

$$\tilde{P}_i = \frac{P_{\text{пер}_i} G_i^2 \eta_i \lambda_i^2 \tilde{S}_i}{(4\pi)^3 R_i^4}, \qquad (11)$$

где $P_{\text{пер}_i}$ – мощность передатчика при излучении i-го импульса; G_i^2 – коэффициент усиления антенны по мощности (при излучении и приеме на одну антенну); λ_i – длина волны передатчика; η_i – коэффициент потерь, $\eta_i \approx 0{,}25$; $\tilde{S}_i$ – средняя эффективная поверхность рассеивания (ЭПР) при i-м зондировании; R_i – расстояние между антенной и объектом.

Выражения (9)–(11) полностью определяют параметры одномерной плотности распределения амплитуд локационных сигналов.

Для аппроксимации одномерной плотности распределения длительностей импульсов эхо-сигналов кораблей предлагались различные законы распределения: хи-квадрат, нормальный, логарифмически нормальный, усеченный нормальный. Наиболее простыми являются нормальный и логарифмически нормальный. Следует отметить, что использование нормального закона некорректно в силу ненулевой вероятности появления отрицательных значений длительности. Переход от нормального закона к усеченному нормальному приводит к корректным выражениям, но настолько усложняет модель, что делает ее практически бесполезной. Все перечисленные законы (с учетом оговорки для нормального закона) достаточно хорошо согласуются с экспериментальными характеристиками, и поэтому при выборе закона (из перечисленных) следует исходить из соображений простоты модели, ее удобства для аналитических вычислений и синтеза алгоритмов моделирования.

В силу сказанного выше имеет смысл принять статистические характеристики флюктуаций τ_i такие же, как и для амплитуд. Физически флюктуации длительности отраженных импульсов определяются теми же причинами, что и флюктуации амплитуд.

Итак, примем, что длительность отраженного импульса распределена по логарифмически нормальному закону. Тогда функция плотности распределения определяется следующим выражением:

$$f(\tau_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\tau_i}\tau_i}\exp\left\{-\frac{\ln^2\frac{\tilde{\tau}_i}{\bar{\tau}_i}}{2\sigma^2_{\tau_i}}\right\}, \qquad (12)$$

где параметры распределения так же, как и в случае с амплитудой, равны

$$\bar{\tau}_i=\frac{\tilde{\tau}_i}{\sqrt{1+K^2_{\tau_i}}},\quad \sigma_{\tau_i}=\sqrt{\ln(1+K^2_{\tau_i})}, \qquad (13)$$

(и – средняя длительность и коэффициент вариации длительности i-го импульса соответственно).

Таким образом, одномерные плотности распределения амплитуд и длительностей эхо-сигналов кораблей полностью определены. Эти плотности распределения хорошо согласуются с экспериментальными данными, имеют достаточно простые аналитические выражения, которые удобно использовать в аналитических выкладках и при синтезе практических алгоритмов моделирования флюктуаций амплитуд и длительностей эхо-сигналов кораблей.

Двумерные плотности распределения и корреляционные функции амплитуд и длительностей

Знания одномерных функций распределения амплитуды и длительности отраженных сигналов еще недостаточно для записи двумерной функции плотности распределения этих величин. Для определения двумерных плотностей распределения амплитуд, длительностей, амплитуд и длительностей необходим очень большой объем выборочных данных, к тому же полученных при одних и тех же условиях, что практически невозможно. Поэтому на практике оценивают лишь одномерные законы распределения амплитуд и длительностей, а также ковариационные функции амплитуд, длительностей и взаимную корреляционную функцию амплитуд и длительностей. Затем подбирают такие двумерные плотности распределения, для которых маргинальные плотности распределения и ковариационные зависимости не противоречат экспериментальным данным. Эти двумерные плотности распределения и постулируются в качестве математических моделей, описывающих совместные флюктуации амплитуд и длительностей. Используем эту методику для получения соответствующих двумерных плотностей распределения.

На двумерные плотности распределения накладываем следующие требования: маргинальные плотности должны совпадать с оценками одномерных плотностей для амплитуд, длительностей, амплитуд и длительностей; коэффициенты корреляции амплитуд, длительностей, амплитуд и длительностей должны совпадать с соответствующими оценками коэффициентов корреляции. Этим требованиям удовлетворяют двумерные логарифмически нормальные плотности распределения.

Для амплитуд двумерная логарифмически нормальная плотность распределения записывается в виде

$$f(A_i,A_j)=\frac{1}{2\pi\sigma_{A_i}\sigma_{A_j}A_iA_j\sqrt{1-r^2_{A_{ij}}}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2_{A_{ij}})}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\ln^2\frac{A_i}{\bar{A}_i}}{\sigma^2_{A_i}}+\frac{\ln^2\frac{A_j}{\bar{A}_j}}{\sigma^2_{A_j}}-2r_{A_{ij}}\frac{\ln\frac{A_i}{\bar{A}_i}}{\sigma_{A_i}}\frac{\ln\frac{A_j}{\bar{A}_j}}{\sigma_{A_j}}\right]\right\}, \qquad (14)$$

где – параметр распределения.

Коэффициент корреляции амплитуд $R_{A_{ij}}$ определяется следующим образом:

$$R_{A_{ij}}=\frac{1}{\sqrt{\tilde{D}_{A_i}\tilde{D}_{A_j}}}\int_0^\infty\int_0^\infty(A_i-\tilde{A}_j)(A_j-\tilde{A}_i)f(A_i,A_j)dA_idA_j=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\tilde{D}_{A_i}\tilde{D}_{A_j}}}\left[\int_0^\infty\int_0^\infty A_iA_jf(A_i,A_j)dA_idA_j-\tilde{A}_i\tilde{A}_j\right]=$$

$$=\frac{\tilde{A}_i\tilde{A}_j}{\sqrt{\tilde{D}_{A_i}\tilde{D}_{A_j}}}\left(\mathrm{e}^{r_{A_{ij}}\sigma_{A_i}\sigma_{A(j-1)}}\right)=\frac{\mathrm{e}^{r_{A_{ij}}\sigma_{A_i}\sigma_{A_j}}}{K_{A_i}K_{A_j}}. \qquad (15)$$

Из этого выражения можно найти $r_{A_{ij}}$ в виде

$$r_{A_{ij}}=\frac{\ln(1+K_{A_i}K_{A_j}R_{A_{ij}})}{\sqrt{\ln(1+K^2_{A_i})\ln(1+K^2_{A_j})}}. \qquad (16)$$

Двумерную плотность распределения длительностей импульсов также положим логарифмически нормальной:

$$f(\tau_i,\tau_j)=\frac{1}{2\pi\sigma_{\tau_i}\sigma_{\tau_j}\tau_i\tau_j\sqrt{1-r^2_{\tau_{ij}}}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2_{\tau_{ij}})}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\ln^2\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i}}{\sigma^2_{\tau_i}}+\frac{\ln^2\frac{\tau_j}{\bar{\tau}_j}}{\sigma^2_{\tau_j}}-2r_{\tau_{ij}}\frac{\ln\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i}}{\sigma_{\tau_i}}\frac{\ln\frac{\tau_j}{\bar{\tau}_j}}{\sigma_{\tau_j}}\right]\right\}, \qquad (17)$$

где $r_{\tau_{ij}}$ – параметр распределения, определяемый, по аналогии с амплитудой, через коэффициент корреляции длительностей:

$$r_{\tau_{ij}} = \frac{\ln(1+K_{\tau_i}K_{\tau_j}R_{\tau_{ij}})}{\sqrt{\ln(1+K_{\tau_i}^2)\ln(1+K_{\tau_j}^2)}}. \qquad (18)$$

Двумерную совместную плотность распределения амплитуд и длительностей также будем считать логарифмически нормальной:

$$f(\tau_i, A_j) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\tau_i}\sigma_{A_j}\tau_i A_j\sqrt{1-r_{\tau_i A_j}^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{\tau_i A_j}^2)}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\ln^2\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i}}{\sigma_{\tau_i}^2}+\frac{\ln^2\frac{A_j}{\bar{A}_j}}{\sigma_{A_j}^2}-2r_{\tau_i A_j}\frac{\ln\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i}\ln\frac{A_j}{\bar{A}_j}}{\sigma_{\tau_i}\sigma_{A_j}}\right]\right\}, \qquad (19)$$

где $r_{\tau_i A_j}$ – параметр распределения, определяемый через коэффициент корреляции амплитуд и длительностей $R_{\tau_i A_j}$:

$$r_{\tau_i A_j} = \frac{\ln(1+K_{\tau_i}K_{A_j}R_{\tau_i A_j})}{\sqrt{\ln(1+K_{\tau_i}^2)\ln(1+K_{A_j}^2)}}. \qquad (20)$$

Зная корреляционные функции локационных сигналов, можно определить численные значения $R_{A_{ji}}$, $R_{\tau_{ij}}$ и $R_{\tau_i A_j}$ для различных конкретных условий работы.

Таким образом, двумерные плотности распределения амплитуд, длительностей, амплитуд и длительностей полностью определены. Во многих практических работах на этом построение модели заканчивается, так как двумерных плотностей распределения вполне достаточно, чтобы определять корреляционные характеристики входных процессов систем обработки информации после любого линейного и нелинейного преобразования. Однако в данной работе построим многомерную совместную плотность распределения амплитуд и длительностей, которую можно использовать не только для приближенного анализа систем обработки информации, но в рамках построенной модели и для точного определения характеристик систем или, при приближенном оценивании характеристик, для определения погрешности соответствующих оценок.

Многомерная математическая модель флюктуаций амплитуд и длительностей

Для построения многомерной функции плотности распределения амплитуд и многомерной функции плотности распределения длительностей принимаемого сигнала необходимо учесть следующие основные обстоятельства: двумерные плотности распределения должны быть логарифмически нормальные; значение коэффициентов корреляции амплитуд, длительностей, амплитуд и длительностей должны быть равны заданным.

Для амплитуд и длительностей этим условиям удовлетворяют следующие функции [2,9,13,14]:

$$f_N(\mathbf{A}_N) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N D_N^{(A)}}\prod_{i=1}^{N}A_i\sigma_{A_i}}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2D_N^{(A)}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{D_{ij}^{(A)}}{\sigma_{A_i}\sigma_{A_j}}\ln\frac{A_i}{\bar{A}_i}\ln\frac{A_j}{\bar{A}_j}\right\}; \qquad (21)$$

$$f_N(\tau_N) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N D_N^{(\tau)}}\prod_{i=1}^{N}\tau_i\sigma_{\tau_i}}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2D_N^{(\tau)}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{D_{ij}^{(\tau)}}{\sigma_{\tau_i}\sigma_{\tau_j}}\ln\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i}\ln\frac{\tau_j}{\bar{\tau}_j}\right\}, \qquad (22)$$

где определители соответственно равны:

$$D_N^{(A)} = \begin{vmatrix} 1 & r_{A_{12}} & \dots & r_{A_{1N}} \\ r_{A_{21}} & 1 & \dots & r_{A_{2N}} \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & \\ r_{A_{N1}} & r_{A_{N2}} & \dots & 1 \end{vmatrix}; \qquad (23)$$

$$D_N^{(\tau)} = \begin{vmatrix} 1 & r_{\tau_{12}} & \dots & r_{\tau_{1N}} \\ r_{\tau_{21}} & 1 & \dots & r_{\tau_{2N}} \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & \\ r_{\tau_{N1}} & r_{\tau_{N2}} & \dots & 1 \end{vmatrix}. \qquad (24)$$

В этих формулах $D_{ij}^{(A)}$ и $D_{ij}^{(\tau)}$ – алгебраические дополнения элементов $r_{A_{ij}}$ и $r_{\tau_{ij}}$ в определителях $D_N^{(A)}$ и $D_N^{(\tau)}$ соответственно. При этом $r_{A_{ij}}$ и $r_{\tau_{ij}}$ определяются по формулам (16) и (18).

Для построения многомерной функции плотности распределения амплитуд и длительностей сигнала уже необходимо потребовать выполнения трех условий: многомерная функция плотности распределения амплитуд должна иметь вид (21); многомерная функция плотности распределения длительностей должна иметь вид (22); взаимная корреляционная функция амплитуд и длительностей должна соответствовать заданной.

Всем этим трем условиям удовлетворяет функция

$$f_{2N}(\mathbf{A}_N, \tau_N) = \frac{1}{(2\pi)^N \sqrt{D_{2N}} \prod_{i=1}^{N} A_i \sigma_{A_i} \tau_i \sigma_{\tau_i}} \times$$

$$\times \exp\left\{ -\frac{1}{2D_{2N}} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{D_{ij}}{\sigma_{A_i}\sigma_{A_j}} \ln\frac{A_i}{\bar{A}_i} \ln\frac{A_j}{\bar{A}_j} + \right.$$

$$+ \frac{D_{i,N+j}}{\sigma_{A_i}\sigma_{\tau_j}} \ln\frac{\tau_j}{\bar{\tau}_j} + \frac{D_{N+i,j}}{\sigma_{\tau_i}\sigma_{A_j}} \ln\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i} \ln\frac{A_j}{\bar{A}_j} +$$

$$\left. + \frac{D_{N+i,N+j}}{\sigma_{\tau_i}\sigma_{\tau_j}} \ln\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i} \ln\frac{\tau_j}{\bar{\tau}_j} \ln\frac{\tau_i}{\bar{\tau}_i} \right\}, \qquad (25)$$

у которой определитель вычисляется следующим образом:

$$D_{2N} = \begin{vmatrix} 1 & r_{A_{12}} & \cdots & r_{A_{1N}} & r_{A_1\tau_1} & r_{A_1\tau_2} & \cdots & r_{A_1\tau_N} \\ r_{A_{21}} & 1 & \cdots & r_{A_{2N}} & r_{A_2\tau_1} & r_{A_2\tau_2} & \cdots & r_{A_2\tau_N} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & & \\ r_{A_{N1}} & & \cdots & 1 & r_{A_N\tau_1} & & \cdots & r_{A_N\tau_N} \\ r_{\tau_1A_1} & r_{\tau_1A_2} & \cdots & r_{\tau_1A_N} & 1 & r_{\tau_{12}} & \cdots & r_{\tau_{1N}} \\ r_{\tau_2A_1} & r_{\tau_2A_2} & \cdots & r_{\tau_2A_N} & & r_{\tau_{21}} & \cdots & r_{\tau_{2N}} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & & \\ r_{\tau_NA_1} & & \cdots & r_{\tau_NA_N} & & r_{\tau_{N1}} & \cdots & 1 \end{vmatrix}, \qquad (26)$$

а $D_{l,M}$ – алгебраические дополнения соответствующих элементов определителя D_{2N}. При этом элементы $r_{A_i\tau_j}$ и $r_{\tau_iA_j}$ определяются по формуле (20).

В качестве многомерной плотности распределения $f(\mathbf{A}_N, \tau_N)$ и будем использовать логарифмически нормальную плотность, определяемую выражениями (25) и (26), так как она удовлетворяет перечисленным выше требованиям, а ее частные случаи (маргинальные плотности распределения) не противоречат экспериментальным данным.

Итак, получена функция плотности распределения амплитуд и длительностей, локационного сигнала, отраженного от объекта, имеющая следующие свойства: маргинальные одномерные функции распределения амплитуд и длительностей сигналов имеют логарифмически нормальное распределение; корреляционная функция амплитуд, корреляционная функция длительностей и взаимная корреляционная функция амплитуд и длительностей могут иметь произвольный функциональный вид, при котором матрицы $\left|D_N^{(A)}\right|$, $\left|D_N^{(\tau)}\right|$ и $\left|D_{2N}\right|$ положительно определены (данные функции могут быть заданы и в виде таблиц экспериментальных данных).

Выводы

Математическая модель информационного сигнала представляет собой статистическую модель флюктуаций параметров эхо-сигнала корабля. Эта модель зависит от пяти основных факторов: характеристик объекта, тракта распространения электромагнитных волн, характеристик зондирующего сигнала, условий наблюдения объекта, приемного тракта бортового локатора. Определяющими факторами являются характеристики объекта и вид излучаемого сигнала.

Наиболее распространенными законами распределения параметров модели (амплитуды сигнала) являются: закон Рэлея, Рэлея–Райса, хи-квадрат, закон Накагами, логарифмически нормальный закон. Наиболее целесообразным является использование логарифмически нормальной модели информационного сигнала. В качестве модели флюктуаций длительности отраженных импульсов целесообразно также использовать логарифмически нормальный закон, так как он не только не противоречит экспериментальным данным, но и удобен при построении многомерных моделей.

В качестве многомерного распределения амплитуд и длительностей информационного сигнала используется многомерное логарифмически нормальное распределение, на котором и основана статистическая многомерная математическая модель эхо-сигналов корабля. Построенная модель позволяет учитывать корреляционно-спектральные характеристики амплитуд и длительностей сигналов, а также совместные корреляционно-спектральные характеристики амплитуд и длительностей.

Литература

1. **Андросов В. А., Епатко И. В.** Задачи и принципы построения стендово-имитационной среды для отработки интегрированных комплексов бортового оборудования // Радиотехника. 1996. Вып. 17. С. 120–123.
2. **Бестугин А. Р., Шепета А. П.** Синтез оптимальных алгоритмов классификации и выбора морских объектов в дальней зоне наблюдения // Сб. науч. трудов «Информационно-управляющие системы и сети. Структуры, моделирование, алгоритмы». СПб.: Политехника, 1999. С. 142–152.
3. **Изранцев В. В., Шепета Д. А.** Моделирование внешних сигналов бортовых приборных комплексов летательных аппаратов пятого поколения // Изв. вузов. Сер. Приборостроение. 2000. № 2. С.76–83.
4. **Исаев С. А., Кондратенков Г. С.** Цифро-натурные и летно-модельные методы испытаний КБО // Радиотехника. 1996. Вып. 17. С. 97–100.
5. **Култышев Е. И., Лемешко Н. А., Шепета А. П.** Оценка средней амплитуды и средней длительности локационных импульсов, отраженных от надводного объекта// Тр. Междунар. научно-технич. конф. (Тез. докл.), май 1994. Киев: АН Украины; НПО Квант. Вып. 2. С. 58.
6. **Лемешко Н. А. Шепета Д. А.** Предельные вероятности распознавания медленно флюктуирующих объектов по средней эффективной отражающей поверхности// Тр./ СПбГААП. СПб., 1995. С. 56–60.
7. Обнаружение радиосигналов / П. С. Акимов, Ф. Ф. Евстратов, И. С. Захаров и др.; Под ред. А. А. Колосова. М.: Радио и связь, 1989. 288 с.
8. О вероятности выбора главной цели / А. А. Оводенко, А. П. Шепета и др.: Межвуз. сб. / ЛЭТИ. Л., 1977. Вып. 118. С. 122–124.
9. **Оводенко А. А., Култышев Е. И., Шепета А. П.** Бортовая радиоэлектронная аппаратура/ МПИ. М., 1989. 335 с.
10. Оценка эффективной отражающей поверхности надводной цели по коррелированной выборке / А. В. Геллер, А. П. Шепета и др.// Тр./ ЛИАП. Л., 1974. Вып. 88. С. 96–98.
11. Селекция и распознавание на основе локационной информации/А. Л. Горелик, Ю. Л. Барабаш, О. В. Кривошеев, С. С. Эпштейн; Под ред. А. Л. Горелика. М.: Радио и связь, 1990. 240 с.
12. **Тверской Г. Н., Терентьев Г. К., Харченко И. П.** Имитаторы эхо-сигналов судовых радиолокационных станций. Л.: Судостроение, 1973. 228 с.
13. **Шепета Д. А.** Моделирование входных сигналов бортовых информационно-измерительных систем. Ассоциация инженерных вузов. Академия космонавтики. МГАТУ им. К. Э. Циолковского// XX Гагаринские чтения: Тез. докл. молодежной научн.-технич. конф., апрель 1994. М.: МГАТУ, 1994. Ч. 4. 67 с.
14. **Izrantsev V. V., Kosenkov A. M., Shepeta D. A.** Algorithms For Generating The Non-Gaussian Series With The Given Correlation Characteristics// International Symposium On Problems Of Modular Information Computer Systems And Networks. Abstracts. Moscow; – St.-Petersburg: IEEE, International Informatization Academy, Russian Academy Of Science, Moscow State University, 1997. P. 58.