

УДК 621.391

МЕТОД ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ НАЗЕМНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А. В. Шолохов

канд. техн. наук, доцент

Серпуховский военный институт ракетных войск

Разработан способ определения достоверности информации навигационных систем, корректируемых эпизодически с привлечением различных внешних источников, на основе методов теории марковских случайных процессов. Рассмотрены отличительные особенности задачи, приводящие к значительным погрешностям при оценке достоверности известными методами, показаны пути учета рекуррентного характера событий и непостоянства интенсивностей их потоков.

A method to determine the information reliability of navigating systems with periodical correction is developed. The study is based on the theory of Markov stochastic processes. We emphasize some special features of this problem which result in significant errors in the estimation of reliability by known methods, and show some ways of taking into account the recurrent character of events and the inconstancy of intensity of their streams.

Введение

Анализ качества алгоритмов интегрированных навигационных систем традиционно предполагает нахождение потенциальной точности оцениваемых параметров [1, 2]. Зная ее, можно определять и характеристики достоверности [3]. Однако при нахождении апостериорной плотности распределения навигационных параметров известными методами не учитываются вероятности «аномальных» событий, которые возникают в связи с привлечением внешней информации и, как правило, снижают достоверность.

Примерами таких событий служат различные типы информационных нарушений: пропадание сигнала спутниковой навигационной системы, непрогнозируемое изменение псевдодальности одного из спутников в созвездии и пр. В настоящее время известны различные методы их идентификации [4, 5], но вероятностные и временные характеристики процедур на их основе пока не учитываются в оценках достоверности выходных параметров. Перечень «аномальных» событий не ограничивается информационными нарушениями. К ним можно отнести события, связанные с работой обслуживающего персонала. Для навигационных систем военного назначения характерны события, обусловленные информационным противоборством сторон.

В зависимости от конкретных условий вероятностями указанных событий можно пренебречь без

значимых потерь в оценке качества навигационной информации. При оценке достоверности информации автономных наземных навигационных систем (ННС) необходим учет распределения расстояний между контрольными пунктами (КП), расположенными на маршрутах движения и используемыми для обнуления возрастающих во времени погрешностей [6]. Кроме этого, привлечение информации цифровых карт дорог (ЦКД) для уточнения выработанного ННС местоположения сопряжено с ошибками распознавания КП [7, 8] или выбора дороги, по которой фактически движется объект, например на перекрестках [9–11]. Получение точных оценок достоверности усложняется вследствие рекуррентного характера событий коррекции, обусловленного необходимостью принудительной коррекции ННС на КП. В связи с этим возникает необходимость разработки нового подхода к оценке достоверности информации, позволяющего учитывать различные события в интегрированных системах навигации, в первую очередь, ошибки, связанные с привлечением внешней информации.

Постановка задачи

Процессы изменения во времени погрешностей ННС с достаточной для практических приложений точностью описываются случайными марковскими моделями. Поэтому используем теорию марковских случайных процессов [3] и при решении за-

дачи оценки достоверности. Рассмотрим состояния процесса функционирования интегрированной системы, ее граф состояний, начальные и переходные вероятности состояний.

При формировании состояний процесса функционирования интегрированной системы (далее — состояния системы) учтем, что достоверность информации зависит не только от погрешностей, накопленных ННС к заданному моменту времени, но и от периодичности ее коррекции с привлечением внешних источников [6], а также вероятностей ошибок при их использовании. Исходя из этого введем два альтернативных признака функционирования системы: режим работы (автономный или с привлечением внешней информации) и состояние погрешностей (в пределах установленного допуска или за пределами). Сочетания возможных реализаций этих признаков позволяют сформировать состояния S_0, S_1, S_2 системы (табл. 1). Можно различать состояния при выходе погрешностей за допуски, но в решаемой задаче необходимости в этом нет.

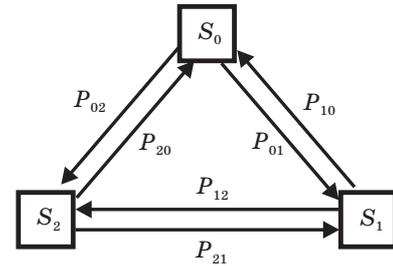
Сформированные состояния $S_X, X = 0, 1, 2$, позволяют определить достоверность информации интегрированной системы как вероятность P ее нахождения во множестве состояний, характеризующихся набором признаков удовлетворительного качества работы. Таковыми здесь являются состояния S_0, S_1 , поэтому $P = P_0 + P_1$.

В общем случае вероятности $P_X(L)$ нахождения системы в состояниях (далее — вероятности состояний) зависят от пройденного пути L (или времени), своих начальных значений $P_X(0)$, переходных вероятностей P_{XX} или интенсивностей. Сумма вероятностей $P_X(L)$ равна единице, поскольку система может находиться только в одном из состояний S_X . Начальные значения $P_X(0)$ вероятностей предположим известными. Как правило, автономные ННС требуют привлечения внешней информации при начальной настройке [1, 6], поэтому начальная вероятность состояния S_0 равна единице, остальные — нулю.

Все возможные переходы системы из одного состояния $S_0...S_2$ в другое показаны на рис. 1 стрелками. Они характеризуются переходными вероятностями P_{XX} , которые зависят от характеристик ННС и внешних источников информации. Обоснование формул нахождения P_{XX} довольно многогранно, поэтому оно вынесено за рамки постановки задачи и рассматривается ниже.

■ Таблица 1. Признаки работы и состояния интегрированной системы

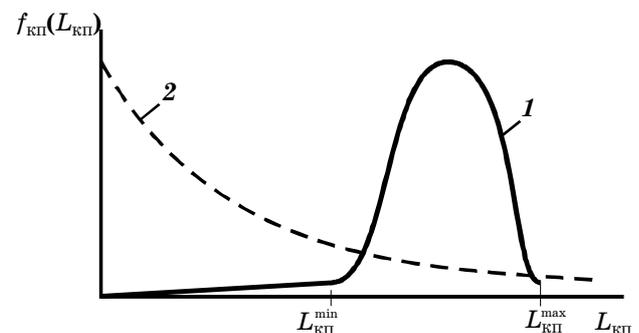
Режим работы навигационной системы	Состояние погрешностей	
	в допуске	за допуском
Работа с привлечением внешней информации	S_0	S_2
Автономная работа	S_1	S_2



■ Рис. 1. Размеченный граф состояний интегрированной системы

Исходные данные $P_X(0), P_{XX}$ являются достаточными для нахождения зависимостей $P_X(L)$ «классическими» способами [3], но при этом могут возникнуть значительные погрешности в искомой оценке достоверности P . Причина кроется в существующем подходе к обеспечению заданной точности и достоверности информации автономных навигационных систем, предусматривающем их периодическую коррекцию с привлечением внешних источников [6]. Рассмотрим это более подробно.

Одними из основных внешних источников в рассматриваемой задаче являются КП, где точно известны координаты и другие геодезические параметры. В них обнуляются погрешности ННС, т. е. реализуются переходы системы в состояние S_0 . Поток событий, вызывающих данные переходы, характеризуется непостоянной интенсивностью, зависящей от величины пройденного пути L , что значительно усложняет нахождение вероятностей состояний $P_X(L)$. Физически это объясняется тем, что расстояние $L_{КП}$ между КП является случайной величиной, фактический закон распределения которой существенно отличается от показательного. Контрольные пункты располагаются через заданные промежутки пройденного пути, поэтому функция плотности распределения вероятностей (далее — плотность) $f_{КП}(L_{КП})$ расстояния между КП имеет вид, показанный схематично на рис. 2 (линия 1). Аналитически она может быть задана, например, посредством усеченного гауссова распределения



■ Рис. 2. Плотность распределения вероятностей расстояния между КП

$$\left. \begin{aligned}
 f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}}) &= \begin{cases} f_N(L_{\text{КП}})G & \text{при } 0 \leq L_{\text{КП}} \leq L_{\text{КП}}^{\text{max}} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \\
 f_N(L) &= \exp\left(-\frac{1}{2D_{\text{КП}}}\left[L - \frac{1}{2}(L_{\text{КП}}^{\text{min}} + L_{\text{КП}}^{\text{max}})\right]^2\right) \\
 \frac{1}{G} &= \int_{-\infty}^0 f_N(L)dL + \int_{L_{\text{КП}}^{\text{min}}}^{\infty} f_N(L)dL, \quad D_{\text{КП}} \approx \sqrt{\frac{1}{6}(L_{\text{КП}}^{\text{max}} - L_{\text{КП}}^{\text{min}})}.
 \end{aligned} \right\} (1)$$

Для сравнения приведена плотность показательного закона распределения (линия 2), которая, как видно, не является хорошей аппроксимацией распределения вида (1). Из рисунка ясно, что коррекция ННС на КП наиболее вероятна, когда величина пути $L_{\text{КП}}$, пройденного объектом от предыдущего КП, больше минимального рекомендуемого расстояния $L_{\text{КП}}^{\text{min}}$ между КП, но не превышает максимально допустимого $L_{\text{КП}}^{\text{max}}$. Как следствие, момент «встречи» КП в будущем в значительной степени зависит от пути, пройденного с момента нахождения объекта на КП в прошлом. Следовательно, в рассматриваемой задаче переходные вероятности $P_{XX}(L)$ являются функциями пройденного пути, которые находятся в соответствии с заданной плотностью $f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}})$ и другими характеристиками конкретной ННС. Пренебрежение указанным последствием (т. е. принятие допущения $P_{XX}(L) = \text{const}$) приводит к значительным погрешностям в оценке достоверности.

Кроме последствия в решаемой задаче необходимо учитывать также так называемые рекуррентные события — моменты прохождения объектом КП. Их рекуррентный характер состоит в том, что вероятность перехода из любого состояния в S_0 стремится к единице, если величина пути, отсчитываемого от последнего пройденного КП, стремится к $L_{\text{КП}}^{\text{max}}$:

$$P_{X0}(L_{\text{КП}}^{\text{max}}) = 1. \quad (2)$$

Особенность решаемой задачи, по сравнению с известными задачами, в которых рассматриваются рекуррентные события «омоложения» [3, с. 396], определяется наличием не одного состояния, интерпретируемого обычно как «возраст» системы, а целого их набора (S_0, S_1, S_2) в каждый момент работы. Причем в интегрированной системе в произвольные моменты необходимо рассматривать не

только процессы «омоложения», определяемые P_{X0} , но и прочие переходы между различными состояниями, вероятности которых связаны с P_{X0} :

$$P_{X0}(L) + \sum P_{X0}(L) = 1, \quad (3)$$

где суммирование проводится по всем индексам, содержащим ноль, кроме 0.

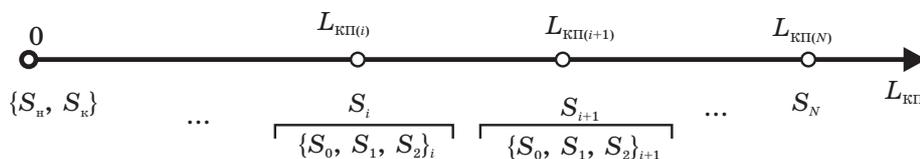
Таким образом, наличие последствия и рекуррентных событий определяет необходимость разработки нового подхода к решению задачи оценки достоверности эпизодически корректируемой интегрированной системы. Задача сводится к нахождению достоверности P на основе вероятностей $P_X(L)$ соответствующих состояний S_X интегрированной системы. Их начальные значения $P_X(0)$ известны, переходные вероятности $P_{XX}(L)$ находятся в соответствии с известной плотностью $f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}})$ (1) и с учетом ограничений (2) и (3), характеризующих рекуррентные события прохождения объектом КП.

Общее решение задачи оценки достоверности

Решение поставленной задачи целесообразно искать, основываясь на рассмотрении работы системы на отрезке $[0; L_{\text{КП}}^{\text{max}}]$ между двумя последовательно расположенными КП. Это позволяет, зная $f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}})$, сравнительно просто определять переходные вероятности $P_{XX}(L_{\text{КП}})$ как функции расстояния $L_{\text{КП}}$ от предыдущего КП. С другой стороны, такой подход не накладывает ограничений на длину L пройденного пути, которая совпадает с $L_{\text{КП}}$ только до первой коррекции навигационной системы.

Поскольку переходные вероятности зависят от положения объекта на отрезке $[0; L_{\text{КП}}^{\text{max}}]$, будем рассматривать тройку состояний $S_i = \{S_0, S_1, S_2\}_i$ в каждой i -й точке на указанном отрезке (рис. 3). Все эти N точек предположим для простоты узлами регулярной сетки с известным шагом по $L_{\text{КП}}$. Значения $L, L_{\text{КП}}$ и N могут быть определены по известной скорости V объекта, периоду дискретности Δt и такту работы j системы навигации.

Началу отсчета на оси $L_{\text{КП}}$ соответствует нахождение системы на КП. Однако, учитывая затраты времени на проведение технологических операций коррекции навигационной системы, вместо состояния S_0 на КП введем два состояния: $S_{\text{н}}$ — начала и $S_{\text{к}}$ — окончания процедуры коррекции. При этом необходимость рассмотрения состояний S_1, S_2 в КП отпадает. В произвольных точках на



■ Рис. 3. Состояния интегрированной системы

оси $L_{КП}$ состояния S_0 соответствуют привлечению внешних источников информации, кроме КП (ЦКД [6–11], спутниковых навигационных систем [1, 2], рельефа [12] и пр.). Таким образом, в произвольный момент функционирования навигационной системы начало работы на отрезке $[0; L_{КП}^{max}]$ характеризуется двумя состояниями S_H, S_K , а каждая i -я точка – тройкой состояний S_0, S_1, S_2 . Объединим все указанные состояния в векторе

$$S = [S_H \ S_K \ \underbrace{S_0 \ S_1 \ S_2}_{i=1} \ \underbrace{S_0 \ S_1 \ S_2}_{i=2} \ \dots \ \underbrace{S_0 \ S_1 \ S_2}_{i=N}]^T, \quad (4)$$

для которого сформируем вектор $P_S(j)$ вероятностей в j -й момент функционирования интегрированной системы. В начальный момент ($L = 0, j = 0$) целесообразно предположить, что система находится в готовности на КП, т. е. вероятность состояния S_K равна единице, а остальных состояний — нулю:

$$P_S(0) = [0 \ 1 \ \underbrace{0 \ 0 \ 0}_{i=1} \ \underbrace{0 \ 0 \ 0}_{i=2} \ \dots \ \underbrace{0 \ 0 \ 0}_{i=N}]^T. \quad (5)$$

Располагая начальными вероятностями $P_S(0)$ (5) состояний и соответствующей матрицей $P_{XП}$ переходных вероятностей (она будет рассмотрена ниже), можно рассчитать вероятности состояний S (4) в j -е моменты процесса функционирования интегрированной системы по известной рекуррентной формуле

$$P_S(j+1) = (P_{XП})^T P_S(j), \quad j = 0, \dots, N_j, \quad (6)$$

где $P_S(j) = [P_H(j) \ P_K(j) \ \underbrace{P_0(j) \ P_1(j) \ P_2(j)}_{i=1} \ \dots \ \underbrace{P_0(j) \ P_1(j) \ P_2(j)}_{i=N}]$ — вектор вероятностей состояний S (4); N_j — общее число моментов процесса функционирования системы, определяемое интервалом времени или пройденного пути, на котором необходимо оценить достоверность информации.

Формула (6) позволяет найти вероятности состояний S_0, S_1, S_2 в i -х точках на оси $L_{КП}$ (см. рис. 3) в j -е моменты работы навигационной системы. Следовательно, для определения вероятностей указанных состояний в j -й момент независимо от расположения объекта между КП, т. е. независимо от i , необходимо в векторе $P_S(j)$ выполнить суммирование по i соответствующих вероятностей. Для получения вероятности $P_{SX}(j)$ пребывания процесса функционирования интегрированной системы в интересующем состоянии S_X в j -й момент необходимо в векторе $P_S(j)$ выполнить суммирование по i вероятностей $P_X(j)$ соответствующих состояний S_X :

$$P_{SX}(j) = \sum_{i=0}^N \underbrace{P_X(j)}_i. \quad (7)$$

Окончательно оценки достоверности $P(j)$, т. е. вероятности того, что погрешности не будут выходить за установленные допуски, находятся в j -й момент на основании вероятностей $P_{SX}(j)$

$$P(j) = P_{S_K}(j) + P_{S_0}(j) + P_{S_1}(j) = 1 - P_{S_H}(j) - P_{S_2}(j) \quad (8)$$

для известных (связанных с j) значений пройденного пути $P(L) = P(jV\Delta t)$.

Определение переходных вероятностей

Потоки событий в алгоритме интегрированной навигационной системы. Общий подход к определению матрицы $P_{XП}$ переходных вероятностей рассмотрим для двух последовательных моментов процесса функционирования интегрированной системы. В $(i+1)$ -й момент используем обозначения S_{0*}, S_{1*} и S_{2*} (рис. 4) для состояний системы, аналогичных состояниям S_0, S_1 и S_2 в i -й момент работы соответственно. Состояния S_H и S_K присутствуют во всех моментах работы навигационной системы, поэтому для них новых обозначений не требуется.

Возможные переходы интегрированной системы в i -й момент показаны на рис. 4 стрелками. Они характеризуются переходными вероятностями P_{XX} , являющимися элементами переходной матрицы изображенного на рис. 4 графа состояний:

$$P_{Пi} = \begin{bmatrix} P_{HH} & P_{HK} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{K0} & P_{K1} & P_{K2} \\ P_{0H} & 0 & P_{00} & P_{01} & P_{02} \\ P_{1H} & 0 & P_{10} & P_{11} & P_{12} \\ P_{2H} & 0 & P_{20} & 0 & P_{22} \end{bmatrix}.$$

Нулевые элементы матрицы $P_{Пi}$ соответствуют невозможным переходам. В этой связи отметим невозможность самопроизвольного восстановления готовности навигационной системы без привлечения внешней информации, т. е. перехода из состояния S_2 в S_{1*} . Ненулевые вероятности P_{XX} зависят от характеристик потоков случайных событий в интегрированной системе, среди которых выделим наиболее значимые:

$E_{КП}$ — событие прохождения объектом КП и коррекции навигационной системы;

$E_{в.и}$ — событие привлечения внешнего источника информации, например отрезка ЦКД для коррекции навигационной системы;

$E_{в.о}$ — событие ошибки, возникшей в процессе использования внешнего источника информации;

$E_{с.н}$ — событие — момент выхода погрешностей за установленные допуски вследствие их накопления в автономно функционирующей системе навигации.

Указанные события позволяют определять переходные вероятности в общем — как вероятности их реализации

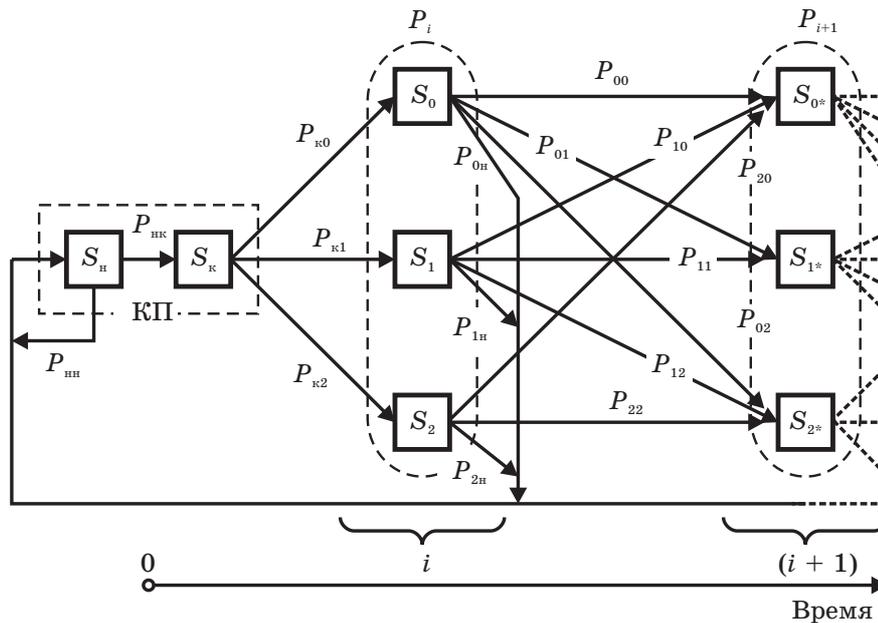


Рис. 4. Граф переходов процесса функционирования интегрированной навигационной системы

$$P_{XX} = \pi(E_{с.н}, E_{в.и}, E_{в.о}, E_{КП}). \quad (9)$$

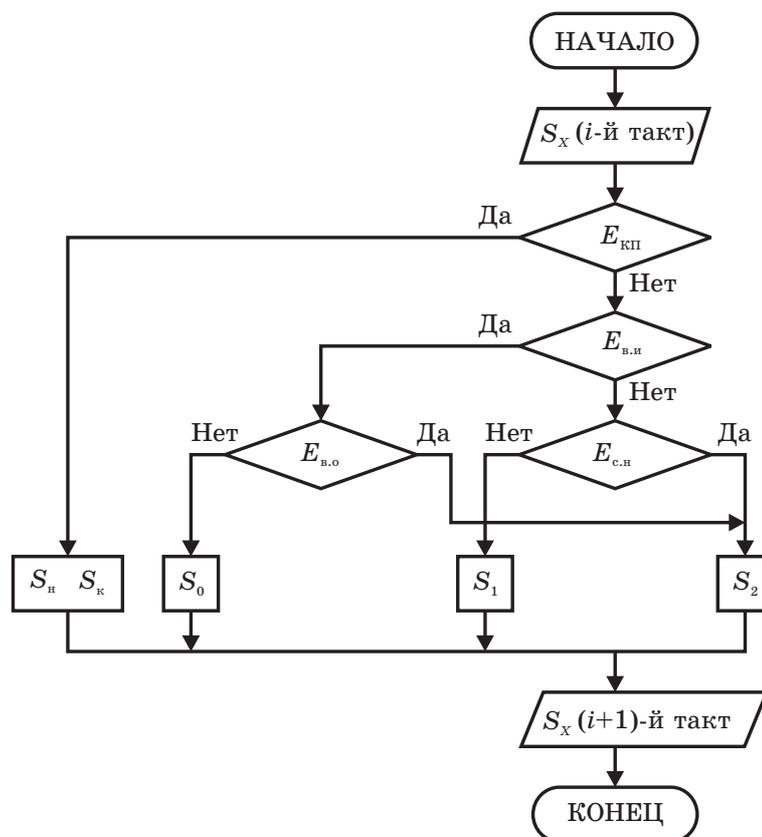
Обоснование выражений для нахождения переходных вероятностей. Конкретизируем P_{XX} применительно к рассматриваемой системе. Для этого схематически представим алгоритм функционирования интегрированной системы в произвольном такте (рис. 5), рассматривая только указанные события. На рисунке результат проверки условий положителен, если случайное событие реализуется в данном такте. Из рисунка видно, что в данной системе наивысшим приоритетом обладает информация КП, поскольку в случае ее доступности другие внешние источники информации не востребуются, и состояние погрешностей навигационной системы не имеет значения. Вероятность $\pi_{КП} = \pi(E_{КП})$ того, что в данном такте навигационной системы объект окажется на КП, достаточно мала. Поэтому в отсутствие КП могут привлекаться внешние источники, такие как рельеф, ЦКД и пр. В среднем, вероятность $\pi_{в.и} = \pi(E_{в.и})$ этого события в такте превосходит $\pi_{КП}$, поскольку КП располагаются на довольно больших расстояниях друг от друга. Здесь имеет место, пусть достаточно малая, вероятность $\pi_{в.о} = \pi(E_{в.о})$ ошибок, приводящих к снижению достоверности информации. Примером может служить ошибка выбора дороги на перекрестке в известных алгоритмах коррекции систем навигации по ЦКД [9]. Наконец, если по объективным причинам внешняя информация отсутствует, система навигации функционирует в автономном режиме, характеризующемся увеличением погрешностей и, как следствие, снижением достоверности $\pi_{с.н} = \pi(E_{с.н})$. Значе-

ния вероятностей $\pi_{с.н}$ могут быть найдены как функции от пройденного пути L известными способами [12], основанными на решении уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова, которому удовлетворяет функция $F_{с.н}(L)$ распределения вероятностей нахождения погрешностей ННС в заданных допусках.

Таким образом, в рассматриваемой интегрированной системе можно выделить события $E_{КП}$, $E_{в.и}$, повышающие достоверности информации, и события $E_{в.о}$, $E_{с.н}$, приводящие к ее снижению. Эти случайные события в каждом такте работы системы характеризуются соответствующими безусловными вероятностями $\pi_{КП}$, $\pi_{в.и}$, $\pi_{в.о}$, $\pi_{с.н}$ и могут реализовываться в строго определенной последовательности: $E_{КП}$, $E_{в.и}$, $E_{в.о}$, $E_{с.н}$, причем возможность реализации последующих событий зависит от исходов предыдущих. Поэтому искомые переходные вероятности могут быть найдены на основе формулы (9) как произведения соответствующих условных вероятностей

$$P_{XX} = \pi(E_{КП}) \pi(E_{в.и} | E_{КП}) \times \pi(E_{в.о} | E_{КП}, E_{в.и}) \pi(E_{с.н} | E_{КП}, E_{в.и}, E_{в.о}). \quad (10)$$

Условные вероятности определяются в соответствии с алгоритмом функционирования навигационной системы (см. рис. 5). Условная вероятность $\pi(E_{в.и} | E_{КП})$ численно равна $\pi_{в.и}$, если не реализуется событие $E_{КП}$, т. е. в данном такте работы навигационной системы объект не оказался на КП. При нахождении объекта на КП (событие $\bar{E}_{КП}$, вероятность которого $\pi(\bar{E}_{КП}) = 1 - \pi(E_{КП})$) значение условной вероятности равно единице:



■ Рис. 5. Алгоритм функционирования интегрированной системы в произвольном такте

$$\pi(E_{в.и} | E_{кп}) = \begin{cases} \pi_{кп} & \text{при } \bar{E}_{кп}, \\ 1 & \text{при } E_{кп}. \end{cases}$$

Аналогично определяются и остальные условные вероятности в формуле (10), как функции от исходов событий $E_{кп}$, $E_{в.и}$ и $E_{в.о}$. Они позволяют находить вероятности P_{XX} , зная последовательности исходов событий $E_{кп}$, $E_{в.и}$, $E_{в.о}$, $E_{с.н}$, приводящих интегрированную систему к одному из состояний S_0, S_1, S_2 или S_n, S_k (см. рис. 5). Последовательности исходов событий для соответствующих переходных вероятностей и выражения по их нахождению приведены в табл. 2. Знаками «+», «-» и «~» отмечены положительные, отрицательные и любые исходы соответственно. Рассмотрим полученные выражения. Сумма вероятностей переходов из какого-либо состояния в другие равна единице: $\sum P_{0X} = \sum P_{1X} = \sum P_{2X} = 1$, поскольку все переходы образуют полную группу событий в каждом такте работы интегрированной системы.

Одинаковые выражения для нахождения некоторых переходных вероятностей не означают равенства их числовых значений в конкретных навигационных алгоритмах. Так, например, вероятность $\pi_{в.и}$ использования внешнего источника в виде отрезка ЦКД зависит от состояния системы.

При движении наземного объекта по дороге (состояние S_0 в начале i -го такта — см. рис. 5) значение $\pi_{в.и}$ больше, чем при движении по бездорожью (состояние S_1). Это объясняется тем, что до момента выхода на какую-либо дорогу и коррекции навигационной системы объект некоторое время движется по бездорожью, где использование данного источника информации невозможно. Следовательно, значения вероятностей P_{00}, P_{10} различаются. В общем, значения безусловных вероятностей зависят от состояний системы, из которых реализуются переходы. Обращаясь к рис. 5, можно сказать, что результаты проверки всех условий (вероятности исходов) зависят от входного состояния S_x в начале i -го такта. Как видно из таблицы, переходные вероятности P_{2X} не зависят от исхода события $E_{с.н}$, что отражает факт невозможности восстановления готовности навигационной системы без привлечения внешних источников информации. Переходные вероятности P_{2X} являются частными случаями переходных вероятностей P_{0X} при $\pi_{кп} \rightarrow 0$. Физически это означает, что вероятность коррекции на двух различных КП в двух последовательных тактах работы навигационной системы исчезающе мала.

Таким образом, искомые переходные вероятности могут быть рассчитаны в соответствии с фор-

Таблица 2. Выражения для нахождения переходных вероятностей

Переходные вероятности	Случайные события				Выражение для нахождения переходной вероятности
	$E_{\text{КП}}$	$E_{\text{в. и}}$	$E_{\text{в. о}}$	$E_{\text{с. н}}$	
$P_{0\text{н}}, P_{1\text{н}}$	+	~	~	~	$\pi_{\text{КП}}$
P_{00}, P_{10}	-	+	-	~	$(1 - \pi_{\text{КП}}) \pi_{\text{в. и}} (1 - \pi_{\text{в. о}})$
P_{01}, P_{11}	-	-	~	-	$(1 - \pi_{\text{КП}}) (1 - \pi_{\text{в. и}}) (1 - \pi_{\text{с. н}})$
P_{02}, P_{12}	-	+	+	~	$(1 - \pi_{\text{КП}}) \pi_{\text{в. и}} \pi_{\text{в. о}}$
	-	-	~	+	$(1 - \pi_{\text{КП}}) (1 - \pi_{\text{в. и}}) \pi_{\text{с. н}}$
$P_{2\text{н}}$	+	~	~	~	$\pi_{\text{КП}}$
P_{20}	-	+	-	~	$(1 - \pi_{\text{КП}}) \pi_{\text{в. и}} (1 - \pi_{\text{в. о}})$
P_{22}	-	+	+	~	$(1 - \pi_{\text{КП}}) \pi_{\text{в. и}} \pi_{\text{в. о}}$
	-	-	~	~	$(1 - \pi_{\text{КП}}) (1 - \pi_{\text{в. и}})$
$P_{\text{к}0}$	-	+	-	~	$\pi_{\text{в. и}} (1 - \pi_{\text{в. о}})$
$P_{\text{к}1}$	-	-	~	-	$(1 - \pi_{\text{в. и}}) (1 - \pi_{\text{с. н}})$
$P_{\text{к}2}$	-	+	+	~	$\pi_{\text{в. и}} \pi_{\text{в. о}}$
	-	-	~	+	$(1 - \pi_{\text{в. и}}) \pi_{\text{с. н}}$

мулами табл. 2 по известным безусловным вероятностям. Вероятности $P_{\text{нн}}, P_{\text{нк}}$ определяются в соответствии с известными формулами [3] на основании временных характеристик коррекции навигационных систем на КП.

Безусловные вероятности событий интегрированной системы. Наиболее просто безусловные вероятности $\pi_{\text{КП}}, \pi_{\text{в. и}}, \pi_{\text{в. о}}, \pi_{\text{с. н}}$ могут быть рассчитаны при предположении о постоянстве интенсивностей потоков соответствующих событий. Однако в решаемой задаче интенсивности зависят от пройденного пути L объекта. Общий для определения всех вероятностей подход рассмотрим на примере вероятности $\pi_{\text{КП}}$, зависящей от положения объекта между КП в i -й точке на оси $L_{\text{КП}}$ (см. рис. 3) в соответствии с известной плотностью $f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}})$ (см. рис. 2).

Рассматриваемая система будет находиться в $(i + 1)$ -й точке (см. рис. 3) в любом из состояний при условиях, что она находилась в i -й точке и реализовался переход из любого состояния i -й точки в какое-либо состояние $(i + 1)$ -й точки. Данный переход осуществится, если в $(i + 1)$ -й точке не реализуется событие $E_{\text{КП}}$, т. е. не «встретится» КП. Поэтому его вероятность равна $(1 - \pi_{\text{КП}})$. Далее, система будет находиться в $(i + 1)$ -й точке в любом состоянии, если на отрезке $[0; i\Delta tV]$ оси $L_{\text{КП}}$ не «встретился». Следовательно, вероятность P_i нахождения системы в любом состоянии в i -й точке определяется в соответствии с плотностью $f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}})$

$$P_i = 1 - \int_0^{i\Delta tV} f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}}) dL_{\text{КП}} = 1 - F_{\text{КП}}(i\Delta tV),$$

где $F_{\text{КП}}$ — соответствующая $f_{\text{КП}}(L_{\text{КП}})$ функция распределения вероятностей. Аналогично, $P_{i+1} = 1 - F_{\text{КП}}((i + 1)\Delta tV)$. С другой стороны, $P_{i+1} = P_i(1 - \pi_{\text{КП}})$, откуда

$$\pi_{\text{КП}} = 1 - \frac{P_{i+1}}{P_i} = 1 - \frac{1 - F_{\text{КП}}((i + 1)\Delta tV)}{1 - F_{\text{КП}}(i\Delta tV)}.$$

Аналогично, с использованием функции $F_{\text{с. н}}(L)$, находятся и вероятности $\pi_{\text{с. н}}$.

Определение финальных вероятностей и оценок достоверности

В общем случае значения $P(j)$ не являются постоянными при изменении j (пройденного пути или времени). Если предположить значения элементов переходных матриц $\mathbf{P}_{\text{Хп}}$ близкими к действительным, то на начальном этапе движения объекта изменчивость $P(j)$ может быть обусловлена, в основном, начальными значениями вероятностей $P(0)$ (5). С учетом этого определенный интерес представляет нахождение установившихся (финальных) вероятностей состояний, не зависящих от начальных условий.

Финальные вероятности в общем случае найдем по определению [3], т. е. из условия $\mathbf{P}_S(j) \equiv \mathbf{P}_S(j + 1)$. В соответствии с рекуррентным соотношением (6)

финальные вероятности должны удовлетворять равенству

$$\left(\mathbf{I} - (\mathbf{P}_{ХП})^T\right) \mathbf{P}_S^* = \mathbf{0}, \quad (11)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица соответствующей размерности; \mathbf{P}_S^* имеет структуру вектора $P_S(j)$ (6). Чтобы вычислить \mathbf{P}_S^* , необходимо учесть нормировочное условие, согласно которому сумма финальных вероятностей всех состояний равна единице. В соответствии с ним элементы любой (например, последней) строки матрицы $\left(\mathbf{I} - (\mathbf{P}_{ХП})^T\right)$ и соответствующий элемент нулевого вектора в правой части (11) необходимо заменить единицами. Решение

полученной после замены системы линейных уравнений даст финальные вероятности \mathbf{P}_S^* всех состояний системы, по которым, воспользовавшись формулами (7) и (8), можно вычислить финальную вероятность \mathbf{P}^* того, что погрешности координат не выйдут за установленные допуски.

Заметим, что размерность системы линейных уравнений (11) может быть достаточно большой. Тем не менее, большинство элементов матрицы $\mathbf{P}_{ХП}$ равно нулю, и ее число обусловленности не является критичным. Как следствие, при численном решении системы (11) (с учетом нормировочного условия) традиционными методами на современных ЭВМ не возникает проблемы потери точности и не требуется значительных вычислительных затрат.

Литература

1. **Интегрированные** инерциально-спутниковые системы навигации / Под общ. ред. В. Г. Пешехонова; ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». СПб., 2001. 235 с.
2. **Степанов О. А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации / ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». СПб., 1998. 370 с.
3. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее инженерные приложения. В 2 т. Т.1: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 528 с.
4. **Дмитриев С. П., Колесов Н. В., Осипов А. В.** Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем / ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». СПб., 2003. 207 с.
5. **Гришин Ю. П., Казаринов Ю. М.** Динамические системы, устойчивые к отказам. М.: Радио и связь, 1985. 176 с.
6. Пат. 2165075 РФ, G 01 C 21/00. Наземная навигационная система.
7. **Беркович С. Б. и др.** Коррекция автономных наземных навигационных систем в движении по отдельным точкам цифровой карты дороги // XIII Санкт-Петербургская Междунар. конф. по интегрированным навигационным системам: Тез. докл. / ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». СПб., 2006. С. 65.
8. Пат. 2184349 РФ, G 01 C 21/12. Аппаратурачисления координат с автоматической коррекцией показаний.
9. **Дмитриев С. П. и др.** Оптимальное решение задачи автомобильной навигации с использованием карты дорог // Гироскопия и навигация. 2000. № 2(29). С. 57.
10. **Mezentsev O., Collin J., Lachapelle G.** Vehicular navigation in urban canyons using a high sensitivity GPS receiver augmented with a medium-grade IMU // X St.-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems / CSRI «Elektro-pribor». SPb., 2003. P. 50.
11. **Шолохов А. В.** Коррекция наземных навигационных систем по цифровой карте дорог с учетом ее погрешностей // V науч.-техн. конф. молодых ученых «Навигация и управление движением»: Сб. докл. / ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор». СПб., 2003. С. 227–233.
12. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. М.: Сов. радио, 1969. 752 с.
13. **Кулак А. В.** Уточнение координат местоположения наземных объектов по измерениям абсолютной высоты, с привлечением данных цифровой модели рельефа // Гироскопия и навигация. 2005. № 50. С. 95.