

УДК 681.5.013

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБОБЩЕННЫМ МЕТОДОМ ГАЛЕРКИНА

В. Ф. Шишляков,

доктор техн. наук, профессор

Д. В. Шишляков,

аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Предлагается метод параметрического синтеза непрерывных линейных многосвязных систем автоматического управления, математическую основу которого составляет обращение прямого вариационного метода анализа – обобщенного метода Галеркина – на решение задачи синтеза.

We propose a method of synthesis of linear continuous multiply connected automatic control systems. The mathematical foundation of this approach is the inversion of the direct variation method of analysis (Galerkin's generalized method) to solve the problems of parametric synthesis.

Введение

При решении технических задач достаточно часто объектами управления являются не отдельные звенья, а более сложные комплексы со многими регулируемыми переменными и внутренними взаимосвязями [1]. Это обусловлено непрерывным усложнением автоматизируемых технологических процессов, укрупнением мощности сложных комплексов, интенсивным развитием техники и многими другими причинами. Системы, в которых имеется несколько регулируемых величин, причем изменение какой-либо одной из них вызывает изменение других, если не предусмотрены средства, устраняющие в процессе регулирования указанную связь [2], относятся к классу многосвязных систем автоматического регулирования и управления (МСАУ).

Примерами МСАУ могут служить электроэнергетические системы, в которых осуществляется автоматическое регулирование частоты, напряжения, потоков активных и реактивных мощностей для большого числа работающих параллельно синхронных генераторов; системы автоматического регулирования турбо- и гидродвигателей, где требуется одновременная стабилизация скоростей вращения, параметров рабочего тела (температуры, давления и т. п.) на различных ступенях гидравлического тракта; системы автоматического управления (САУ) полетом летательных аппаратов, электроприводами в станах непрерывной про-

катки холодного и горячего металла и многие другие САУ технологическими процессами в химической, текстильной, угольной и других отраслях промышленности [3, 4].

Для преодоления многочисленных трудностей, возникающих при решении задачи синтеза МСАУ, обусловленных взаимодействием друг с другом нескольких управляемых величин, предлагается использовать обобщенный метод Галеркина (метод ортогональных проекций) [5, 6], который эффективно применяется для решения задач синтеза параметров линейных и нелинейных систем управления широкого класса: непрерывные, импульсные (с амплитудно-широотно- и частотно-импульсной модуляцией), дискретные, дискретно-непрерывные.

Постановка задачи синтеза и общая схема ее решения

Задача синтеза МСАУ рассматривается в традиционной для обобщенного метода Галеркина постановке [5, 6]. Предполагается, что известна структура синтезируемой САУ и параметры объекта управления. Параметры регулятора (оператора управления), структура которого задана в самом общем виде, определяются из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества работы САУ в переходном режиме (времени переходного процесса $T_{п.п}$, перерегулирования σ , колебательности μ). При этом, безусловно, должна обес-

печиваться устойчивостью и грубостью системы по варьируемому параметрам.

Как правило, задача синтеза решается при технических ограничениях, которые накладываются на значения варьируемых параметров:

$$c_k^- \leq c_k \leq c_k^+, \quad k=1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

где c_k^- , c_k^+ – минимально и максимально допустимые значения варьируемых параметров.

Ограничения на грубость системы по варьируемому параметрам имеют вид

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \leq \Delta^0, \quad (2)$$

где δc_k – вариации параметров, в пределах которых обеспечивается устойчивость САУ; Δ^0 – заданное значение грубости системы.

Для определенности задачу синтеза рассмотрим при внешнем скачкообразном входном воздействии $f(t) = H1(t)$ и нулевых начальных условиях для момента времени $t = -0$, т. е. до приложения к системе воздействия:

$$x_{-0} = 0, \quad \dot{x}_{-0} = 0, \quad \ddot{x}_{-0} = 0, \dots, x_{-0}^{(n-1)} = 0. \quad (3)$$

Поскольку при синтезированных параметрах система должна быть устойчива, то

$$x(\infty) = H, \quad \dot{x}(\infty) = 0, \quad \ddot{x}(\infty) = 0, \dots, x^{(n-1)} = 0. \quad (4)$$

Выбираем систему из m непрерывно дифференцируемых линейно-независимых координатных функций

$$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_q(t), \dots, \varphi_m(t). \quad (5)$$

В соответствии с требуемыми показателями качества работы синтезируемой системы управления в переходном режиме зададимся желаемым программным движением в виде

$$x^0(t) = \Psi_0(t) + \sum_{i=1}^l a_i \Psi_i(t), \quad i=1, 2, \dots, l, \quad (6)$$

где $\Omega_0(t) = \omega_0(t)1(t)$ – функция, удовлетворяющая заданным граничным [начальным (3) и конечным (4)] условиям; $\Omega_i(t) = \omega_i(t)1(t)$ – функции, удовлетворяющие однородным граничным условиям; a_i – известные коэффициенты.

Обобщение результатов анализа частных случаев структур линейных МСАУ показывает, что многолучевые системы при наличии l входов и одного выхода описываются дифференциальным уравнением

$$x(t) \prod_{l=1}^{m1} Q_l(c_k, D) = \sum_{l=1}^{m2} f_l(t) S_l(c_k, D), \quad (7)$$

где $x(t)$ – координата выхода многосвязной системы; $f_l(t)$ – сигналы на входах системы управления;

$$Q_l(c_k, D) = \sum_{i=0}^{n_l} a_{li}(c_k) D^i; \quad S_l(c_k, D) = \sum_{i=0}^{v_l} e_{li}(c_k) D^i \quad -$$

полиномы оператора дифференцирования D с вещественными постоянными коэффициентами степеней n_l, v_l соответственно.

Многолучевые МСАУ при наличии одного входа и s выходов описываются в матричной форме уравнением вида

$$Qx = Sf(t), \quad (8)$$

где $x = |x_1(t), x_2(t), \dots, x_s(t)|^T$ – вектор-столбец процессов на s выходах системы управления; $f(t)$ – процесс на входе системы управления; Q, S – диагональные матрицы порядков s и r соответственно, которые являются функциями оператора обобщенного дифференцирования D и в общем случае функциями варьируемых параметров $C = |c_k|^T$, $k = 1, 2, \dots, m$:

$$Q = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & Q_s \end{pmatrix};$$

$$S = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & S_r \end{pmatrix}.$$

Системы управления, имеющие в общем случае r входов и s выходов, также описываются уравнением вида

$$Qx = Sf, \quad (9)$$

где $f = |f_1(t), f_2(t), \dots, f_r(t)|^T$ – вектор-столбец процессов на r входах системы управления.

Структура конкретной МСАУ определяет некоторые особенности решения задачи синтеза ее параметров обобщенным методом Галеркина. Так, в случае многосвязной системы управления с одним выходом и несколькими входами желаемое программное движение (6) подставляем в уравнение (7) и образуем невязку

$$\psi(c, t) = x^0(t) \prod_{l=1}^{m1} Q_l(c_k, D) - \sum_{l=1}^{m2} f_l(t) S_l(c_k, D).$$

Ортогональность невязки системе координатных функций приводит к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\int_0^{\infty} \psi(\mathbf{c}, t) \varphi_q(t) dt = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

В общем случае при нелинейной зависимости между варьируемыми параметрами и вследствие необходимости введения ограничений (1), (2), а также обеспечения устойчивости МСАУ, безусловная ортогональность невязки координатным функциям выполняться не будет. Поэтому задача синтеза системы управления данного класса произвольно высокого порядка в вычислительном плане сводится к задаче нелинейного программирования с целевой функцией, построенной на основе уравнений Галеркина:

$$J = \sum_{q=1}^m \left\{ \int_0^{\infty} \psi(\mathbf{c}, t) \varphi_q(t) dt \right\}^2, \quad i = 1, 2, \dots, r; \quad q = 1, 2, \dots, m. \quad (10)$$

Варьируемые параметры оператора управления (регулятора) определяются путем минимизации функционала (10) с помощью известных [5, 6] методов поиска экстремума целевой функции. На каждом шаге поиска параметров проверяется ограничение на устойчивость линейной многосвязной системы по критерию устойчивости Рауса.

В данном случае решение задачи синтеза линейных МСАУ с математической точки зрения не отличается от решения подобной задачи для одномерной системы [5, 6].

Если же рассматривается многосвязная система управления с несколькими выходами и в общем случае несколькими входами, вектор желаемого программного движения подставляем в уравнение (8) или (9) и образуем вектор невязки

$$\Psi(\mathbf{c}, t) = \mathbf{Q}\mathbf{x}^0 - \mathbf{S}\mathbf{f},$$

где $\Psi(\mathbf{c}, t)$ – вектор-столбец невязки, определяемый следующим образом:

$$\Psi(\mathbf{c}, t) = \|\psi_1(\mathbf{c}, t), \psi_2(\mathbf{c}, t), \dots, \psi_r(\mathbf{c}, t)\|^T;$$

$\mathbf{x}^0 = |x_1^0(t), x_2^0(t), \dots, x_r^0(t)|^T$ – вектор-столбец желаемых процессов на выходах системы управления, здесь r – число выходов САУ.

При этом целевая функция

$$J = \sum_{i=1}^r \sum_{q=1}^m \left\{ \int_0^{\infty} \psi_i(\mathbf{c}, t) \varphi_q(t) dt \right\}^2, \quad i = 1, 2, \dots, r; \quad q = 1, 2, \dots, m.$$

Особенностью синтеза в данном случае является то, что при решении поставленной задачи формирование вектора желаемых программных движений на всех выходах системы осуществляется,

исходя из требований, предъявляемых к динамическим свойствам проектируемой МСАУ в соответствии с рекомендациями [5, 6].

Пример решения задачи синтеза

В качестве примера рассмотрим решение задачи параметрического синтеза управления турбореактивным двигателем с форсажной камерой [3]. В двигателе регулирование скорости вращения вала турбины осуществляется посредством изменения подачи топлива в двигатель, а регулирование температуры газа – посредством изменения подачи топлива в форсажную камеру сгорания.

Регулятор синтезируемой САУ может быть построен с использованием жестких компенсирующих связей, техническая реализация которых является значительно более простой, чем точное соблюдение условий автономности [3]. На рис. 1 показана структурная схема синтезируемой многосвязной системы управления турбореактивным двигателем с форсажной камерой, в которой статическая автономность каналов регулирования обеспечивается с помощью жестких компенсирующих связей [3].

В случаях прямых перекрестных связей между объектами [3]

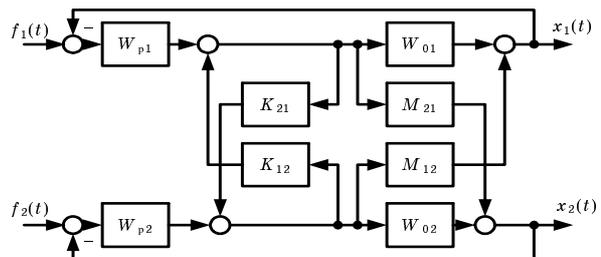
$$W_{p1} = \frac{1}{pT_s}; \quad W_{p2} = \frac{1}{pT_c}; \quad W_{01} = \frac{k_1}{1 + pT_d};$$

$$W_{02} = \frac{k_4(1 + pT_d) + k_2k_5}{1 + pT_d}; \quad M_{12} = -\frac{k_2}{1 + pT_d};$$

$$M_{21} = k_3 - \frac{k_1k_5}{1 + pT_d}.$$

В соответствии с приведенными выражениями для передаточных функций компенсирующих связей получают следующие величины коэффициентов усиления жестких компенсирующих связей:

$$K_{12} = \left(-\frac{W_{p2}M_{12}}{W_{p1}M_{21}} \right)_{p=0} = \frac{k_2T_s}{k_1T_c};$$



■ Рис. 1. Структурная схема МСАУ турбореактивным двигателем

$$K_{21} = \left(-\frac{W_{p1}M_{21}}{W_{02}W_{p2}} \right)_{p=0} = -\frac{T_c k_3 - k_1 k_5}{T_s k_4 + k_2 k_5}.$$

Таким образом, решение задачи параметрического синтеза рассматриваемой САУ заключается в определении значений варьируемых параметров $k_1 \dots k_5$, обеспечивающих в системе управления требуемые показатели качества ее работы по двум исследуемым координатам (скорости вращения и температуре) при одновременной подаче двух внешних скачкообразных входных воздействий.

Построение желаемых программных движений

Для решения задачи синтеза параметров многосвязной системы автоматического управления обобщенным методом Галеркина требуется задать желаемыми программными движениями по двум исследуемым сигналам: скорости вращения и температуре.

В соответствии с рекомендациями [5, 6] в качестве желаемых программных движений целесообразно рассматривать процессы в виде решения дифференциального уравнения второго порядка

$$x^0(t) = [x_y + H^* \cos(\omega t - \varphi_0) e^{-\delta t}] 1(t), \quad (11)$$

где x_y – значение желаемого процесса $x^0(t)$ при $t = \infty$; H^* и φ_0 определяются соотношениями

$$H^* = (x_0 - x_y) \sqrt{1 + \frac{1}{M^2}}; \quad \varphi_0 = \arctg \frac{1}{M}, \quad (12)$$

здесь x_0 – начальное значение исследуемой координаты, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой САУ в момент времени $t = +0$.

В случае задания желаемого движения вида (11) показатель затухания процесса α определяется, исходя из соотношения

$$\delta = \frac{2 \div 4}{T_{п.п}}, \quad (13)$$

а связь перерегулирования σ_m с показателем колебательности $\mu = \beta/\alpha$ устанавливается выражением вида

$$y_m = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 1}} e^{-\frac{\rho}{M}}. \quad (14)$$

Тогда по заданным значениям перерегулирования $\sigma_{ms} = 40\%$ и $\sigma_{mc} = 10\%$ определяем [в соответствии с (14)] показатели колебательности процессов: для скорости вращения $\mu_s = 3,5$, для температуры $\mu_c = 1,3$. По заданному значению времени затухания процессов $T_{п.п}$ [в соответствии с (13): по скорости вращения – 5 с, для температуры – 4 с,

определяем показатель затухания $\alpha_s = 0,4-0,8$; $\alpha_c = 0,5-1,0$. Окончательно принимаем $\alpha_s = 0,4$; $\alpha_c = 0,9$. Собственные частоты колебаний переходных процессов по скорости и температуре будут составлять: $\beta_s = 1,40 \text{ с}^{-1}$; $\beta_c = 0,91 \text{ с}^{-1}$ соответственно.

Амплитуда и начальный фазовый сдвиг процесса изменения скорости вращения [в соответствии с (12)] равны:

$$H^* = \sqrt{1 + \frac{1}{M^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{3,5^2}} = 1,04;$$

$$\varphi_0 = \arctg \frac{1}{M} = \arctg \frac{1}{3,5} = 0,278.$$

В результате желаемое программное движение изменения скорости вращения

$$x_s^0(t) = [1 - 1,04 \cos(1,4 t - 0,278) e^{-0,4 t}] 1(t).$$

Амплитуда и начальный фазовый сдвиг процесса изменения температуры [в соответствии с (12)] равны:

$$H^* = \sqrt{1 + \frac{1}{M^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{1,4^2}} = 1,22;$$

$$\varphi_0 = \arctg \frac{1}{M} = \arctg \frac{1}{1,4} = 0,62.$$

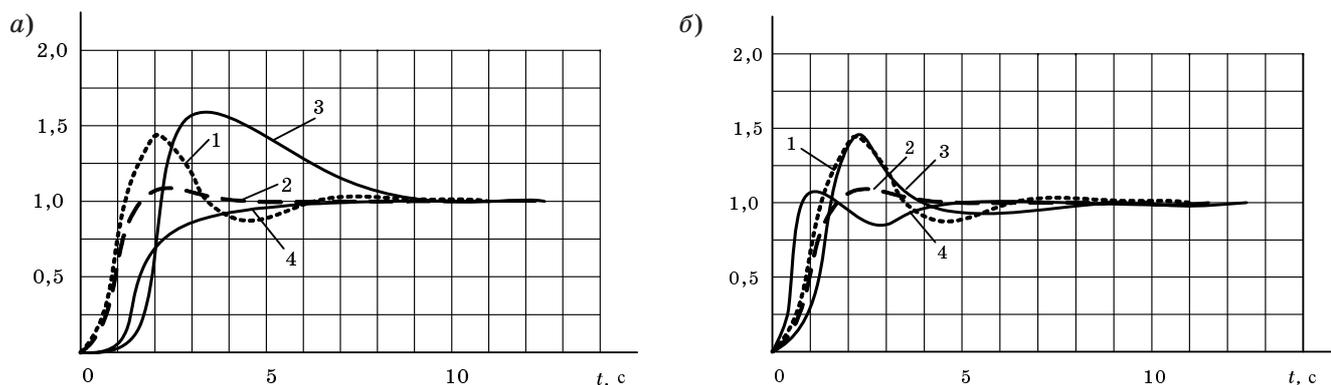
В результате желаемое программное движение изменения скорости вращения

$$x_c^0(t) = [1 - 1,22 \cos(1,26 t - 0,62) e^{-0,9 t}] 1(t).$$

В результате решения задачи параметрического синтеза САУ были определены числовые значения варьируемых параметров $k_1 = 0,102$; $k_2 = 0,396$; $k_3 = 0,511$; $k_4 = 0,048$; $k_5 = 0,183$ при неизменных значениях постоянных времени $T_d = 0,7 \text{ с}$; $T_s = 0,3 \text{ с}$; $T_c = 0,1 \text{ с}$. В результате в САУ с синтезированными параметрами имеют место переходные процессы.

Как видно из рис. 2, а, переходной процесс по скорости вращения для рассмотренного варианта наложения компенсирующих связей имеет перерегулирование более 50%, что не удовлетворяет динамическим свойствам САУ, следовательно, можно предположить, что для обеспечения заданных показателей качества работы многосвязной системы требуется изменение структуры регулятора.

Поскольку регулятор, построенный с использованием жестких перекрестных связей, соответствующих условиям статической автономности, не обеспечивает заданных показателей качества регулирования, то улучшения качества регулирования можно достигнуть применением односторонней корректирующей перекрестной связи [3].



■ Рис. 2. Переходные процессы: а – в синтезированной системе; б – в системе с динамической коррекцией: 1, 2 – желаемые процессы по скорости вращения и температуре соответственно; 3, 4 – процессы в системе управления с синтезированными параметрами по скорости вращения и температуре соответственно

Выберем вариант наложения корректирующих перекрестных связей, наиболее просто реализуемый при $K_{21} = 0$ (односторонняя связь), для которого передаточная функция [3]

$$K_{12} = k \frac{1 + pT_1}{1 + pT_2},$$

где k, T_1, T_2 – варьируемые параметры.

В результате решения задачи синтеза обобщенным методом Галеркина были определены значения параметров: $k = 2,583$; $T_1 = 1,241$ с; $T_2 = 1,408$ с. Переходные процессы по скорости вращения и температуре в САУ с синтезированными параметрами показаны на рис. 2, б.

Таким образом, показатели качества регулирования в линейной многосвязной САУ с синтезированными параметрами удовлетворяют заданным.

Заключение

Таким образом, авторам удалось распространить обобщенный метод Галеркина на новый класс систем автоматического управления – многосвязные линейные системы. Пример решения задачи синтеза параметров многосвязной системы автоматического управления турбореактивным двига-

телем с форсажной камерой, осуществленный обобщенным методом Галеркина, показал его работоспособность применительно к САУ рассматриваемого класса.

Литература

1. Пухов Г. Е, Жук К. Д. Синтез многосвязных систем управления методом обратных операторов. Киев: Наук. думка, 1966. 219 с.
2. Мееров М. В. Системы многосвязного регулирования. М.: Наука, 1965. 384 с.
3. Морозовский В. Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. М.: Энергия, 1970. 288 с.
4. Васильев В. И., Шаймарданов Ф. А. Синтез многосвязных автоматических систем методом порядкового отображения. М.: Наука, 1983. 126 с.
5. Шишлаков В. Ф. Синтез нелинейных САУ с различными видами модуляции: Монография / ГУАП. СПб., 1999. 268 с.
6. Никитин А. В., Шишлаков В. Ф. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: Монография / Под ред. В. Ф. Шишлакова; ГУАП. СПб., 2004. 358 с.