

УДК 681.325.5

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЕЛ ПРИ ЗНАКОРАЗЯДНОМ КОДИРОВАНИИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С НИМИ

А. М. Сергеев,

ассистент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Рассматриваются особенности знакоразрядного представления данных и результаты вычислительного эксперимента с ними на примере вычисления полиномов разрядным методом.

We discuss the properties of the signed-digit representation of data and the results of a computational experiment where polynomials are handled by means of bitwise operations.

Разрядные методы вычислений, являясь альтернативой полноразрядным вычислениям, реализуемым в традиционной вычислительной технике, привлекают к себе внимание простотой реализации и наличием ряда полезных свойств [1, 2]. В отличие от двоичной системы счисления, в которой представление любого числа однозначно, а все арифметические и логические операции над данными производятся только при их полноразрядном представлении, в знакоразрядной системе счисления [3] имеется ряд преимуществ: локальное распространение переносов при выполнении арифметических операций; возможность организации обработки числовых данных от старших разрядов к младшим; наращиваемость разрядности вычислений и, соответственно, точности результатов вне зависимости от разрядности вычислительного средства и др. [2].

В совокупности преимущества разрядных методов и знакоразрядного представления данных позволяют организовать нетрадиционную для универсальных вычислительных средств обработку, в том числе сквозную поразрядную конвейеризацию процессов получения цифровых данных, их обработки и формирования результата [2].

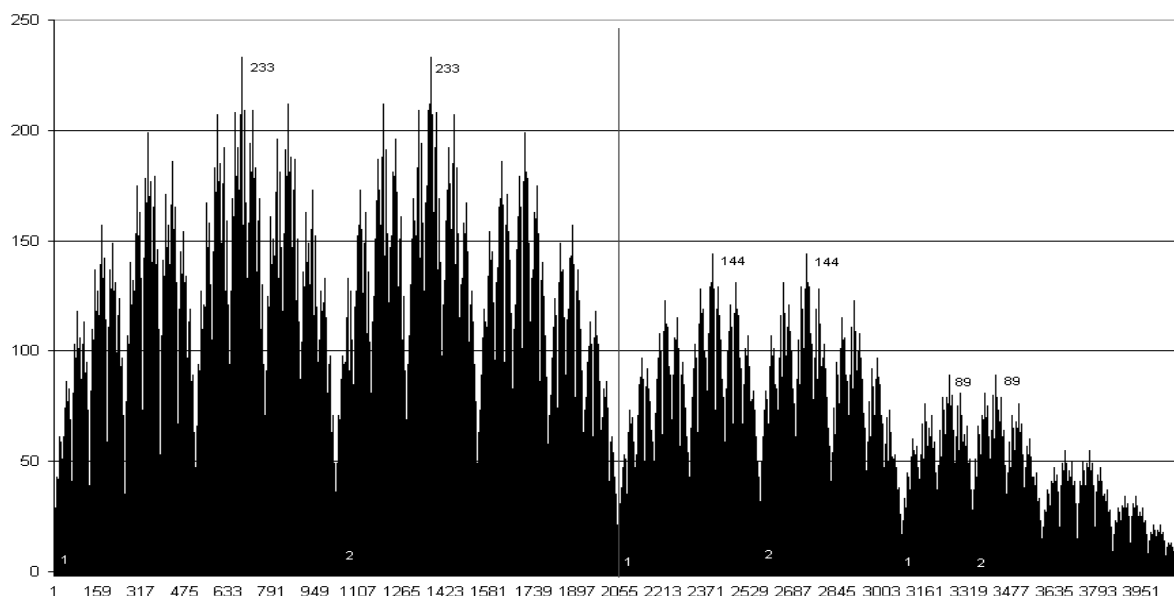
В работе [4] показано, что переход к алфавиту $\{0, +1, -1\}$ дает для чисел множество вариантов их представления, количество которых в значительной степени зависит от выбранной разрядности. При этом имеется возможность гибкого варьирования структурой знакоразрядного кода числа — от минимального представления (с максимальным количеством нулей в коде числа) до максимального. Однако отсутствие экспериментальных данных и проверенных рекомендаций делает использова-

ние знакоразрядного кодирования малопривлекательным. Кроме того, при переходе к знакоразрядным вычислениям разработчику программно-аппаратных средств необходима уверенность в том, что наряду с получаемыми преимуществами не будут ухудшены другие параметры вычислительного процесса. Например, для итерационных вычислительных процессов, какими являются разрядные вычисления, — это точность результатов и требуемое для их достижения количество итераций.

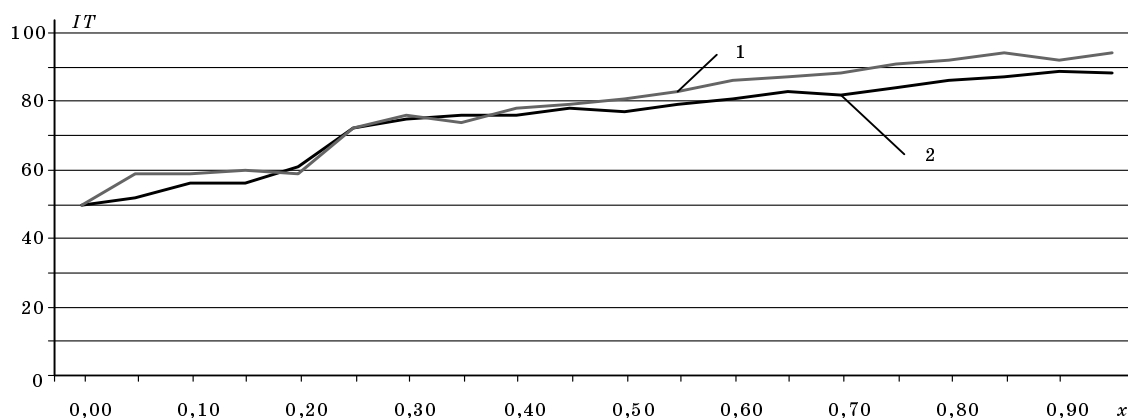
Полученный в результате вычислительного эксперимента график (рис. 1) показывает распределение количества представлений для 4096 целых чисел при разрядности вычислительного средства $r = 12$. Распределение периодически, и его характер повторяется для $r - 1, r - 2, r - 3 \dots$. Для чисел в диапазоне $[0, 1]$ распределение аналогично.

В работе [5] предложен алгоритм вычисления полиномов в параллельной структуре с одновременной поразрядной обработкой их коэффициентов, представленных в виде «битовых срезов». Такая организация предполагает битовую конвейеризацию только при вводе данных, представленных в двоичной системе счисления, где любое число имеет лишь единственное представление, не всегда «удачное» для поразрядной обработки. Это, в частности, сказывается на количестве шагов вычислений.

На примере вычисления функции \sin , представляемой в виде полинома, был выполнен вычислительный эксперимент, моделирующий процесс вычисления в традиционной двоичной и знакоразрядной системах счисления на интервале изменения аргумента $[0, 1]$. Для перевода данных из указанного интервала в знакоразрядный код исполь-



■ Рис. 1. Распределение количества представлений чисел от 1 до 4096



■ Рис. 2. Зависимости числа итераций, необходимых для вычисления $\sin(x)$: представление данных в двоичной (кривая 1) и избыточной (кривая 2) системах счисления

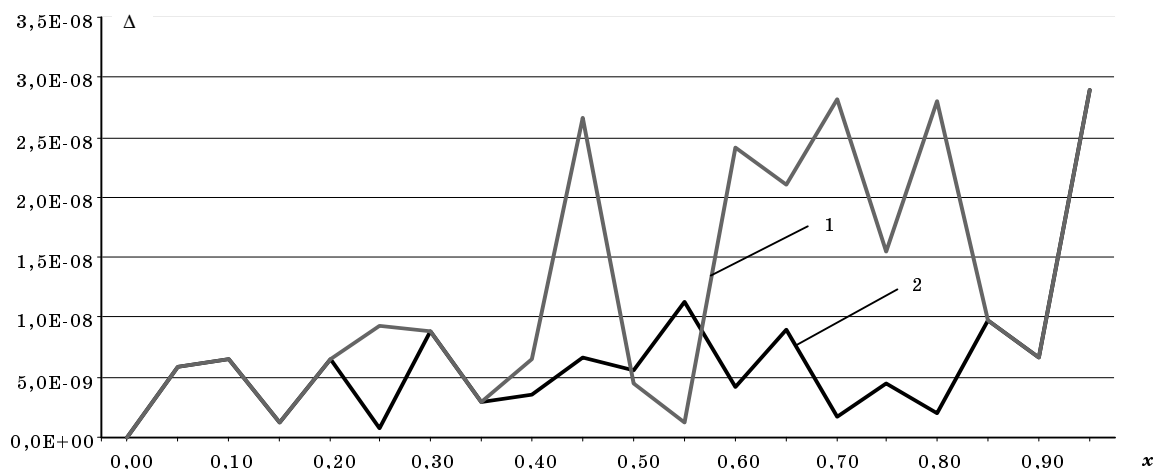
зовался один из множества известных алгоритмов, подробно описанный в книге [6]. Однако выбор данного алгоритма был обусловлен его особенностью, позволяющей естественным для поразрядной обработки способом (начиная со старших разрядов) получать знакоразрядный код из двоичного.

Для сравнения на представленных ниже рисунках приведены экспериментально полученные результаты вычислительного эксперимента, выполненного в традиционной и знакоразрядной системах счисления при одинаковых условиях.

График числа итераций (IT), необходимых для вычисления функции $\sin(x)$ с абсолютной точностью 2^{-27} на интервале изменения аргумента $[0, 1]$ с шагом 10^{-4} , представлен на рис. 2.

Абсолютная погрешность (Δ), обеспечиваемая разрядным методом [5] при вычислении функции $\sin(x)$ с точностью 2^{-27} при представлении данных в двоичной и избыточной системах счисления, представлена на рис. 3.

Расширенный вычислительный эксперимент показал, что в традиционной и знакоразрядной арифметике итерационные затраты, необходимые для вычисления ряда элементарных функций с одинаковой точностью, очень близки при любых комбинациях разрядности представления членов полинома и их количестве. Это позволяет говорить о том, что скорость сходимости предложенного в работе [5] метода не зависит от выбора представления данных.



■ Рис. 3. Абсолютная погрешность вычисления функции $\sin(x)$ при представлении данных в двоичной (ломаная 1) и избыточной (ломаная 2) системах счисления

Очевидно, что для осознанного использования разрядных методов и организации вычислительных структур, работающих в знакоразрядной арифметике, следует получить ответ на вопрос о выборе оптимального из множества представлений данных в знакоразрядной системе счисления и связанного с ним способа перекодирования из традиционной двоичной системы.

Тем не менее, полученные результаты позволяют уже сейчас использовать знакоразрядную систему счисления и арифметику для построения вычислительных алгоритмов и устройств с возможностями, свойственными только данной системе счисления [2, 5, 7].

Литература

1. Байков В. Д., Вашкевич С. Н., Сергеев М. Б. Прикладные задачи микропроцессорных систем контроля и управления. СПб.: Политехника, 1992. 223 с.
2. Сергеев М. Б., Касем К. М. Алгоритмы разрядных вычислений в микропроцессорных системах. СПб.: Политехника, 1997. 96 с.
3. Бояринов И. М. Помехоустойчивое кодирование числовой информации. М.: Наука, 1983. 195 с.
4. Сергеев А. М., Мукучян А. А. Об особенностях представления чисел при знакоразрядном кодировании // Восьмая научная сессия аспирантов ГУАП: Сб докл.: В 2 ч. Ч. I. Технические науки / СПбГУАП. СПб., 2005. С. 209–210.
5. Сергеев М. Б., Сергеев А. М. Разрядная конвейеризация вычисления значений функций при полиномиальной аппроксимации // Микропроцессорные информационно-управляющие системы реального времени. СПб.: Политехника, 2000. С. 85–92.
6. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов: Пер. с англ. / Под ред. С. Гуна, Х. Уайтхауса, Т. Кайлата. М.: Радио и связь, 1989. 472 с.
7. Сергеев А. М. О принципах выполнения арифметических операций с условно бесконечными двоичными дробями // Шестая научная сессия аспирантов ГУАП: Сб докл.: В 2 ч. Ч. I. Технические науки / СПбГУАП. СПб., 2003. С. 294–295.