УДК 007:004.3

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ РИСКА

В. В. Сафронов,
доктор техн. наук, профессор
ОАО «КБ Электроприбор»
Ю. В. Ведерников,
канд. техн. наук, доцент
В. В. Матросов,
соискатель
С. А. Умеренков,
соискатель
А. М. Кравцов,
соискатель
Михайловская военная артиллерийская академия

Рассматривается оптимизация сложной технической системы на начальных стадиях ее жизненного цикла в условиях риска. Задача сводится к построению упорядоченного множества (подмножества) Парето. Предлагается метод решения, основанный на комплексном применении методов теории принятия решений, ветвей и границ, интервального анализа.

We study the optimizaton of a complex technicaln system at an early stage of its life cycle in the conditions of risk. The problem is reduced to the construction of an ordered Pareto set (subset). We propose a solution based on a complex application of methods of the decision making theory, the branch and bound method, and interval analysis.

Введение

Важной задачей, решаемой на ранних этапах проектирования сложных технических систем (СТС), является задача выбора оптимального варианта структуры СТС из множества возможных вариантов, который удовлетворял бы всем предъявляемым к нему требованиям.

При этом разработчик поставлен перед необходимостью принимать решения в условиях риска, так как любое нерациональное решение, принятое на этих этапах, никогда не позволит получить систему высокого качества. Это обусловлено сложной динамикой объекта управления и его внешнего окружения, ролью человеческого фактора в процессе проектирования — в результате математическая модель будущей системы оказывается недостаточно адекватной реальности [1].

Известно, что *неопределенность* проявляется тогда, когда результатом действия является набор возможных альтернатив, вероятность получения которых неизвестна. *Риск* имеет место, если действие приводит к набору альтернатив, причем вероятность осуществления каждой из них известна. Отсюда следует, что риск есть неопределенность, которую можно формализовать.

Традиционным способом решения задач в *риск-ситуации* является использование вероятностного подхода [2]. К его недостаткам следует отнести то, что риск выбора неоптимального решения даже при достоверном решении задачи сохраняется, также велика трудность формирования исходных данных и присвоения им вероятностей (порою это становится вообще невозможно). Для преодоления трудностей и недостатков, рассмотренных выше, предлагается метод «интервального» ранжирования. Основная идея этого метода заключается в использовании в риск-ситуации специальных интервальных величин как самостоятельных целостных объектов, между которыми в соответствии со смыслом задачи вводятся операции и отношения в терминах границ интервалов. Эти интервальные величины должны полностью характеризовать риск-ситуацию заданием диапазона изменения качества СТС от лучшего до худшего таким образом, чтобы все возможные исходы от принятых решений попали в этот диапазон.

Впервые задачи оптимизации в интервальной постановке рассмотрел А. А. Ватолин [3], который сформулировал для них определение множества решений. Математическим и вычислительным аспектам анализа статических систем в условиях интервальной неопределенности посвящена работа С. П. Шарыя [4]. Постановка и решение ряда задач непрерывной и дискретной оптимизации в условиях интервальной неопределенности представлены в работах В. И. Левина [5].

В данной статье предлагается метод решения задачи построения множества (подмножества) эффективных систем по совокупности критериев, заданных интервалами возможных значений, основанный на развитии идей, изложенных в работах [6, 7]. С этой целью:

— показаны возможные подходы к сравнению интервалов;

— предложен метод принятия решений по критерию, заданному в интервальном виде;

— раскрыты особенности решения задачи со многими критериями, заданными в интервальном виде.

При решении поставленной задачи будем использовать специальную интервальную арифметику Каухера в терминах концов интервалов [8].

Математическая постановка задачи

Введем необходимые для постановки задачи обозначения:

- $C = \{C_i, i = \overline{1,q}\}$ — множество вариантов базовых систем, которое может быть получено, например, с использованием известного метода морфологического ящика Цвикки;
- $G_j(X_i, \Gamma_i)$ — граф системы C_i, где $X_i = \{x_j, j \in N_i\}$ — множество вершин, определяющих подсистемы, которые входят в состав C_i; N_i — множество номеров подсистем i-й базовой системы; $\Gamma_i = \left\{\Gamma x_j, \Gamma x_j^{-1}, j \in N_i\right\}$ — отображение множества X_i на X_i; Γx_j, Γx_j^{-1} — соответственно прямое и обратное отображения вершины x_j;
- $S = \{S_\alpha, \alpha = \overline{1,n}\}$ — множество возможных вариантов технической реализации СТС, где $n = \sum_{i=1}^{q} \prod_{j \in N_i} g_j$, g_j — число вариантов технической реализации r_{jl} подсистемы x_j, $l = \overline{1,q_j}$;
- $K_j(S_\alpha) = [\underline{K_j(S_\alpha)};\ \overline{K_j(S_\alpha)}]$ — частные критерии качества, заданные в интервальном виде, характеризующие систему S_α, где $\underline{K_j(S_\alpha)}$ — нижний конец интервала, а $\overline{K_j(S_\alpha)}$ — верхний конец интервала, $j = \overline{1,r}$, $\alpha = \overline{1,n}$;
- $K(S_\alpha) = \{K_1(S_\alpha), K_2(S_\alpha), \ldots, K_r(S_\alpha)\} = \{[\underline{K_1(S_\alpha)};\ \overline{K_1(S_\alpha)}], [\underline{K_2(S_\alpha)};\ \overline{K_2(S_\alpha)}], \ldots, [\underline{K_r(S_\alpha)};\ \overline{K_r(S_\alpha)}]\}$ — векторный критерий, характеризующий систему S_α;
- $A = \{a_j, j = \overline{1,r}\}$ — множество коэффициентов важности критериев $K_j(S_\alpha)$;
- $D^0 = \left\{D_1^0, D_2^0, \ldots, D_m^0\right\}$ — множество значений констант ограничений.

В общем случае для технической реализации системы должно выполняться условие совместимости [6]

$$A_k(S_\alpha) * A_j(S_\alpha),\ k \in N_i,\ j \in N_i, \tag{1}$$

где $A_k(S_\alpha)$, $A_j(S_\alpha)$ — множества, характеризующие особенности вариантов технической реализации подсистем, входящих в состав системы S_α, с точки зрения возможности их сопряжения друг с другом. Например, они могут отражать характер входного и выходного сигналов, алгебраические языки, число допустимых входов и выходов, характер перерабатываемой информации и т. д. Индекс k относится к выходам подсистем, а j — к входам; знак * описывает определенное соотношение между функциями, которое должно обязательно выполняться, например, равенство, неравенство или некоторые функциональные зависимости.

Кроме условий совместимости необходимо учитывать множество ограничений, накладываемых на технико-эксплуатационные характеристики (ТЭХ) (надежность, стоимость и т. д.) системы. Эти ограничения могут быть заданы в виде

$$\sum_{r_{jl} \in S_\alpha} d_{j\gamma}(r_{jl}) \le D_\gamma^0,\ \gamma = \overline{1,m}, \tag{2}$$

где $d_{j\gamma}(r_{jl})$ — ТЭХ реализации r_{jl} $(j \in N_i,\ l = \overline{1,g_j})$;

- P — множество эффективных систем, расположенных в порядке убывания приоритета (упорядоченное множество). Такое множество назовем кортежем Парето [6]. Число элементов множества равно n^p, $P \subseteq S_D$, где $S_D \subseteq S$ — множество допустимых систем, для которых выполняются условия (1), (2);
- P_R — подмножество эффективных систем, расположенных в порядке убывания приоритета. Такое подмножество назовем подкортежем Парето [6]. Число элементов подмножества равно R, $P_R \subset P$;
- $S_p^0 \in P$ $(S_p^0 \in P_R)$ — системы, которые входят в множество (подмножество) эффективных решений, $p \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

С учетом введенных обозначений сформулируем задачу.

Допустим, даны множества A, D^0, выражения для вычисления элементов множеств $K(S_\alpha)$, $D(S_\alpha)$, решающие правила [6]. Требуется найти кортеж Парето P, для элементов которого справедливо

$$K(S_p^0)=\min_{S_\alpha\in S}K(S_\alpha),\ \ S_p^0\in P \qquad (3)$$

при выполнении условий (1), (2).

Если строится подмножество эффективных решений, то задача с учетом исходных посылок заключается в следующем. Требуется найти подкортеж Парето P_R, для элементов которого справедливо

$$K(S_p^0)=\min_{S_\alpha\in S}K(S_\alpha),\ \ S_p^0\in P_R \qquad (4)$$

при выполнении условий (1), (2).

Прежде чем раскрыть особенности решения задач (3), (4) при выполнении условий (1), (2), рассмотрим возможные методы сравнения интервалов и метод решения задачи оптимизации структуры СТС по одному критерию, заданному в интервальном виде.

Способы сравнения интервалов

Для решения поставленных задач необходимо уметь сравнивать интервалы и ранжировать их по важности (т. е. располагать в порядке убывания приоритета).

Допустим, даны два интервала: $B=[\underline{b};\overline{b}]$ и $C=[\underline{c};\overline{c}]$, где черта снизу или сверху означает взятие нижнего или верхнего концов интервалов соответственно [4]. Воспользуемся для сравнения интервалов методами теории принятия решений. Для выбора лучшего, с точки зрения лица, принимающего решение, интервала необходимо ввести (как в многокритериальных задачах) решающие правила. При оптимизации структуры СТС по критериям, заданным интервалами значений, к числу задач, где необходимо многократно осуществлять выбор, в частности, относят:

1) отыскание из множества градиентов максимального градиента, заданного интервалами значений;

2) выбор минимальной из множества оценок, заданных интервалами значений;

3) выбор вершины-кандидата на дальнейшее ветвление, лучшей по совокупности критериев, заданных интервалами значений;

4) ранжирование систем по совокупности критериев, заданных интервалами значений.

Задачи 1, 2 сводятся к проблеме сравнения интервалов, а задачи 3, 4 — к проблеме сравнения систем, которые характеризуются критериями, заданными в интервальном виде. Рассмотрим возможные подходы к решению этих проблем.

Обозначим:

$I=\{1, 2, \ldots, M\}$ — множество номеров сравниваемых интервалов;

$K=\{K(i)=[\underline{K(i)};\overline{K(i)}], i=\overline{1,M}\}$ — множество сравниваемых интервалов;

b_{1i}, b_{2i} — соответственно коэффициенты важности нижнего и верхнего концов i-го интервала $(i=\overline{1,M})$.

Необходимо найти упорядоченное множество P_I номеров эффективных интервалов, для элементов i_p^0 которого справедливо условие (5) или условие (6), в зависимости от смысла задачи:

$$K(i_p^0)=\min_{i\in I}[K(i)],\ \ i_p^0\in P_I; \qquad (5)$$

$$K(i_p^0)=\max_{i\in I}[K(i)],\ \ i_p^0\in P_I. \qquad (6)$$

Для решения уравнений (5), (6) воспользуемся методом «жесткого» ранжирования [6] с учетом коэффициентов важности концов интервалов. Заметим, что номер лучшего интервала является первым элементом множества P_I. Как правило, ранжировать остальные интервалы во многих задачах и не требуется.

Рассмотрим задачу ранжирования систем S_α, $\alpha=\overline{1,n}$, которые характеризуются критериями $K_j(S_\alpha)$, заданными в интервальном виде, с соответствующими коэффициентами важности нижнего a_{1j} и верхнего a_{2j} концов интервалов, $j=\overline{1,r}$. Задача сводится к построению множества эффективных упорядоченных систем P_s, для элементов которого справедливо

$$K(S_p^0)=\min_{S_\alpha\in S_D}K(S_\alpha),\quad S_p^0\in P_s. \qquad (7)$$

Каждый критерий задается в интервальном виде, т. е. задача является многовекторной [9]. Для решения задачи (7) воспользуемся методом многовекторного ранжирования [10].

Таким образом, уравнения (5), (6) могут быть решены методом «жесткого» ранжирования, а уравнение (7) — методом многовекторного ранжирования. Для удобства дальнейшего изложения указанные методы будем называть, соответственно, метод 1, метод 2.

Оптимизация сложной технической системы по скалярному критерию, заданному в интервальном виде

Для решения однокритериальных и сводимых к ним задач оптимизации структуры СТС используется метод ветвей и границ (МВГ) [11]. Рассмотрим особенности применения МВГ для решения задачи выбора оптимальной структуры СТС по критерию, заданному интервалом возможных значений.

Допустим, имеем единственный критерий, заданный в интервальном виде: $K(S_\alpha)=[\underline{K(S_\alpha)};\overline{K(S_\alpha)}]$, т. е. $r=j=1$.

Тогда задача оптимизации структуры СТС формулируется следующим образом. Требуется из множества S выбрать такую систему $S_\alpha^0\in S$, для которой справедливо

$$K(S_\alpha^0)=\min_{S_\alpha\in S}[\underline{K(S_\alpha)};\ \overline{K(S_\alpha)}] \qquad (8)$$

при выполнении условий (1), (2).

Комбинаторный характер задачи, необходимость учета связей между подсистемами, критерия, заданного в интервальном виде, явились причиной разработки метода, основанного на совместном применении аппарата теории графов, МВГ, интервального анализа. Для МВГ основной является задача определения оценки и способа ветвления. В процессе поиска оптимального решения используем схему ветвления Лэнда и Дойга [11]. Однако очередность ветвления будем определять графом структуры.

Основная идея вычисления оценки заключается в следующем. Допустим, для i-й базовой системы оцениваются вершины β-го уровня ветвления $(\beta=\overline{1,d_i})$, где d_i — число элементов множества N_i. Каждая из вершин представляет собой конкретный вариант реализации подсистемы, рассматриваемой на β-м уровне ветвления. В общем случае номера уровней ветвления и номера подсистем могут не совпадать. Поэтому обозначим $j(\beta)$ — номер подсистемы β-го уровня ветвления. При решении задачи оптимизации системы существенным моментом является построение изменяющегося (динамического) множества M_i^β допустимых вариантов реализации подсистем, на котором и строится оценка.

Для построения такого множества необходимо:

— по графу системы определить связи рассматриваемой подсистемы $x_{j(\beta)}$ с другими подсистемами, т. е. найти множества $\Gamma x_{j(\beta)},\ \Gamma x_{j(\beta)}^{-1}$;

— проверить условие совместимости (1) и исключить все несовместимые с вариантом $r_{j(\beta)l}$ реализации подсистем $x_k \in \{\Gamma x_{j(\beta)},\ \Gamma x_{j(\beta)}^{-1}\}$;

— после нахождения оценки для вершины $r_{j(\beta)l}$ восстановить все ранее исключенные по признаку несовместимости с реализацией $r_{j(\beta)l}$ варианты.

Далее переходим к очередной вершине. Если они все просмотрены, то после определения лучшей вершины текущего уровня следует перейти к очередному уровню ветвления.

Построение усеченного множества уже позволяет найти оценку решения задачи оптимизации структуры СТС. Необходимо лишь на каждом уровне ветвления из усеченного множества выбрать минимальные значения показателей качества и затем определить их сумму. Такая оценка была предложена в статье [12]. Для повышения эффективности вычислений дополнительно применяют различные методы оптимизации. Для выпуклых или сводимых к ним функций одним из эффективных оказался градиентный метод [11, 13]. Рассмотрим определение оценки более подробно.

Будем считать, что

$$K(S_\alpha)=\sum_{r_{jl}\in S_\alpha} K_j(r_{j(\beta)l})=\sum_{r_{jl}\in S_\alpha}[\underline{K_j(r_{j(\beta)l})};\ \overline{K_j(r_{j(\beta)l})}],\quad (9)$$

где $K_j(r_{j(\beta)l})$ — показатель качества реализации $r_{j(\beta)l}$ i-й базовой системы, заданный интервалом $[\underline{K_j(r_{j(\beta)l})};\ \overline{K_j(r_{j(\beta)l})}]$.

Обозначим:

- S_i^β — множество реализации подсистем, включенных в решение на β-м уровне ветвления;
- H_i^β — множество реализаций, не удовлетворяющих условиям (1), (2);
- $R_i=\bigcup_{j\in N_i} R_j$ — множество возможных вариантов технической реализации всех подсистем i-й базовой структуры, где $R_j=\{r_{j(\beta)l},\ l=\overline{1,g_{j(\beta)}}\}$;
- $M_i^\beta=R_i/(S_i^\beta\cup H_i^\beta)$ — множество, из которого будет выбираться реализация на $(\beta+1)$-м уровне ветвления;
- $T_i(r_{j(\beta)l})$ — нижняя граница (оценка) вершины $r_{j(\beta)l}$ β-го уровня ветвления при оптимизации i-й базовой структуры $(i=\overline{1,q})$. Выражение для определения оценки $T_i(r_{j(\beta)l})$ при включении реализации $r_{j(\beta)l}$ в решение определяется зависимостью [11, 13]

$$T_i(r_{j(\beta)l})=\sum_{r_{j(\beta)l}\in S_i^\beta} K_{j(\beta)}(r_{j(\beta)l})+Q_{j(\beta)}^0(r_{j(\beta)l}),\quad (10)$$

где $Q_{j(\beta)}^0(r_{j(\beta)l})$ — нижняя граница минимального значения суммы:

$$Q_{j(\beta)}^0(r_{j(\beta)l})=\min\sum_{r_{j(\beta)l}\in M_i^\beta} K_{i(\beta)}(r_{j(\beta)l})=$$

$$=\min\sum_{r_{j(\beta)l}\in M_i^\beta}[\underline{K_j(r_{j(\beta)l})};\ \overline{K_j(r_{j(\beta)l})}]\quad (11)$$

при условии (1) и

$$\sum_{r_{j(\beta)l}\in M_i^\beta} d_{j(\beta)\gamma}(r_{j(\beta)l})\le b_\gamma(r_{j(\beta)}),\quad (12)$$

где $b_\gamma(r_{j(\beta)l})=D_\gamma^0-\sum_{r_{j(\beta)l}\in S_i^\beta} d_{j(\beta)\gamma}(r_{j(\beta)l}),\ \gamma=\overline{1,m}.$

Таким образом, задача отыскания нижней границы сводится к определению $Q_{j(\beta)}^0(r_{j(\beta)l})$, причем [11]

$$Q_{j(\beta)}^0(r_{j(\beta)l})=\max_\gamma f_\gamma^0(r_{j(\beta)l}),\ \gamma=\overline{1,m},\quad (13)$$

где $f_\gamma^0(r_{j(\beta)l})$ — нижняя граница решения задачи (11), (12) при ограничении γ.

Нижняя граница $T_i^*\ (i=\overline{1,q})$ целевой функции определяется в виде

$$T_i^*=\max_\gamma T_{i\gamma}^*,\ \gamma=\overline{1,m},\quad (14)$$

где $T_{i\gamma}^*$ — нижняя граница целевой функции при ограничении γ, определяемая в результате решения выражений (11), (12) без учета (1) при условии

$$b_\gamma(r_{j(\beta)l})=D_\gamma^0,\ S_i^\beta=\varnothing,\ H_i^\beta=\varnothing.$$

Согласно принципам интервального анализа [8], произведение, частное, сумма и разность интервалов есть интервал. Таким образом, оценки $T_\beta(r_{j(\beta)l})$, $Q^0_{j(\beta)}(r_{j(\beta)l})$, $T^*_{i\gamma}$, T^*_i являются интервальными значениями. При их определении используем метод 1. Например, имеем следующие значения оценок $T^*_{i\gamma}$: $T^*_{i1}=[4;8]$, $T^*_{i2}=[5;7]$, $T^*_{i3}=[3;8]$, причем $b_{1i}=0{,}9$, $b_{2i}=0{,}1$. В результате решения задачи (14) методом 1 получим $T^*_i = T^*_{i2}=[5;\ 7]$.

Для нахождения оценки $f^0_\gamma(r_{j(\beta)l})$ используют градиентный метод [11]. Для градиентов, заданных интервалом значений, выбор лучшего градиента в зависимости от цели исследования осуществляется с помощью метода 1. Например, получены следующие интервалы градиентов: [4; 11], [2; 14], [3; 14], [6; 7], причем b_{2i} = 0,9, b_{1i} = 0,1, $(i=\overline{1,\ 4})$. Тогда в соответствии с методом 1 и с учетом формулы (13) получим множество $P_I=\{3,\ 2,\ 1,\ 4\}$.

После определения всех оценок на β-м уровне ветвления в решение включается такая вершина $r_{j(\beta)z}$, для которой

$$T_\beta(r_{j(\beta)z})=\min_l T_\beta(r_{j(\beta)l}),\ \ l=\overline{1,\ g_{j(\beta)}}. \qquad (15)$$

Для задачи оптимизации с интервальными оценками при выборе вершины используем метод 1. Ветвление на $(\beta+1)$-м уровне продолжается из вершины $r_{j(\beta)z}$. Условие $M^\beta_i=0$ означает, что S^β_i сформирована полностью, при этом оценка решения равна $T^0_i = T_{d_i}(r_{j(d_i)z})$.

Решение ведется до тех пор, пока дерево ветвлений не будет иметь висячих вершин с оценками $T_\beta(r_{j(\beta)l})<T^0_i$, заданными в интервальном виде.

Рассмотрим пример. Допустим: $\beta=5$; $l=\overline{1,3}$; $T_5(r_{j(5)1})=[5;7]$, $T_5(r_{j(5)2})=[3;6]$, $T_5(r_{j(5)3})=[5;6]$; $b_{2i}=0{,}8$, $b_{1i}=0{,}2\ (i=1,2,3)$. Тогда в соответствии с методом 1 и с учетом формулы (15) получим, что $r_{j(5)2}$ является вершиной, из которой следует продолжить ветвление.

Построение упорядоченного подмножества эффективных систем с учетом нескольких критериев, заданных в интервальном виде

Дальнейшее изложение метода проведем для задачи выбора подкортежа Парето, т. е. задачи (4) при условиях (1) и (2). Введем необходимые обозначения:

• T^0_R — соответствующее подкортежу Парето P_R множество значений показателей качества: $T^0_R=\{K_t(S^0_\alpha),\ \ t=\overline{1,r}\ \forall S^0_\alpha\in P_R\}$, где $K_t(S^0_\alpha)= =[\underline{K_t(S^0_\alpha)};\ \overline{K_t(S^0_\alpha)}]$. До начала решения $K_t(S^0_\alpha)= =[\infty;\ \infty]$, $P_R=\varnothing$;

• T_β — множество значений оценок $T_\beta(r_{j(\beta)l})$ на β-м $(\beta=\overline{1,d_i})$ уровне ветвления, полученных в интервальной форме: $T_\beta=\{T_i(r_{j(\beta)l}),\ t=\overline{1,r},\ l=\overline{1,\ g_{j(\beta)}}\}$, где $T_i(r_{j(\beta)l})=[\underline{T_i(r_{j(\beta)l})};\ \overline{T_i(r_{j(\beta)l})}]$;

• $\|C_{kl}\|_\beta$ — оценочная матрица, построенная на β-м уровне ветвления с использованием метода 2 [6] на основе информации о множествах T^0_R, T_β, A, где $k=\overline{1,\ (R+g_{j(\beta)})}$; $l=\overline{1,\ (R+g_{j(\beta)})}$; $C_{kl}=0$, если $k=l$.

Метод решения заключается в следующем. Решаем r задач оптимизации по каждому из r критериев. Определяем $T^*=\{T^*_{th}:t=\overline{1,r}\ \ \forall\ \ h=\overline{1,r}\}$ — множество нижних оценок, заданных в интервальном виде. Если число элементов последнего уровня ветвления $g=g_{j(d_i)}$, то получим в общем случае $k=r\cdot g$ решений (варианты систем S^0_γ, $\gamma=\overline{1,k}$, и соответствующее им множество показателей качества $K_t(S^0_\gamma)$, заданных в интервальном виде, $t=\overline{1,r}$).

На каждом β-м уровне ветвления находим интервалы оценок $T_{\beta\,t}(r_{j(\beta)l})$, $t=\overline{1,\ r}$, $l=\overline{1,g_{j(\beta)}}$ для всех вершин и формируем множество T_β. Таким образом, на β-м уровне имеется информация о характеристиках частично сформированных систем.

На основе множества A, используя метод 2 и попарное сравнение всех элементов множеств T^0_R и T_β, формируем матрицу $\|C_{kl}\|_\beta$. Определяем R лучших систем, расположенных в порядке убывания приоритета, и формируем текущие множества K_β и N_β мощностью R. В множество K_β входят лучшие элементы (с точки зрения совокупности показателей качества, заданных в интервальной форме) множеств T^0_R и T_β. Множество N_β представим состоящим из двух подмножеств: $N^{(1)}_\beta$, $N^{(2)}_\beta$, — в которые входят соответственно номера элементов множеств $T^0_R(1,\ 2,\dots,R)$ и $T_\beta(1,\ 2,\dots,g_{j(\beta)})$, включенные в множество K_β, т. е. номера систем, вошедших в число R лучших. Общее число элементов множества N_β равно R.

В ходе анализа множеств K_β, N_β возможны следующие варианты.

1. $K_\beta=T^0_R$, $N^{(2)}_\beta=0$, т. е. ни один из элементов множества T_β не может быть включен в множество K_β. Дальнейшее ветвление из любой вершины β-го уровня нецелесообразно.

2. $N^{(2)}_\beta=0$, в множество входят один или более элементов множества T_β. Поиск оптимального решения можно продолжить. Очередность выбора вершин для ветвления определяется подмножеством $N^{(2)}_\beta$.

Таким образом, в ходе анализа на β-м уровне ветвления формируется подмножество номеров вершин, лучших по совокупности показателей качества, заданных интервалом значений. Ветвление необходимо проводить из первой вершины, указанной в подмножестве $N^{(2)}_\beta$. До последнего уровня ветвления множества T_R^0, P_R не изменяются. На уровне ветвления $\beta = d_i$ после применения метода 2 уточняем множества T_R^0, P_R.

Вновь проводим анализ возможности улучшения решения до получения подкортежа Парето длиной R. Кортеж Парето строится аналогично, но число R не задается и элементы кортежа от множества A не зависят.

Заключение

Таким образом, поставлена и решена важная в прикладном плане задача оптимизации структуры сложных технических систем в условиях риска, которая сведена к задаче построения упорядоченного множества эффективных вариантов структуры сложных технических систем для случая, когда критерии заданы в интервальном виде.

Предложены методы сравнения интервалов и критериев, заданных в интервальном виде, основанные на применении аппарата теории принятия решений. Это позволило решить проблемы выбора: максимального градиента, заданного интервалами значений; оценки вершины по совокупности ограничений; подмножества и множества эффективных вариантов систем.

Литература

1. **Ведерников Ю. В.** Системный анализ: Учеб. пособие/ СПИЭУ. СПб., 2006. 136 с.
2. **Анисимов В. Г., Анисимов Е. Г., Босов Д. Б.** Введение в теорию эффективности инвестиционных процессов/ МПГУ. М., 2006. 92 с.
3. **Ватолин А. А.** О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами // ЖВМ и МФ. 1984. Т. 24. № 11. С. 1629–1637.
4. **Шарый С. П.** Новый подход к анализу статических систем с интервальной неопределенностью в данных // Вычислительные технологии. 1997. № 1. С. 84–101.
5. **Левин В. И.** Задачи непрерывной оптимизации в условиях интервальной неопределенности // Информационные технологии. 1999. № 7. С. 31–37.
6. **Сафронов В. В.** Проблемы проектирования сложных технических систем и некоторые пути их решения // Докл. Акад. военных наук. 1999. № 1. С. 84– 95.
7. **Сафронов В. В., Гаманюк Д. Н., Ведерников Ю. В.** Метод принятия решений при большом числе критериев // Информационные технологии. 2000. № 4. С. 43–48.
8. **Kaucher E.** Algebraische Erweiterungen der Intervallrechnung unter Erhaltung Ordnungs- und Verbandsstrukturen // Computing SuppI. N 1. P. 65–79.
9. **Подчукаев В. А.** Декомпозиция, агрегирование и векторная оптимизация больших систем автоматического управления/ СПИ. Саратов, 1983. 48 с.
10. **Сафронов В. В.** Гипервекторное ранжирование сложных систем // Информационные технологии. 2003. № 5. С. 23–27.
11. **Алексеев О. Г.** Комплексное применение методов дискретной оптимизации. М.: Наука, 1987. 248 с.
12. **Катханов М. Н., Сафронов В. В.** Оптимизация структуры сложной технической системы по минимаксному критерию // Автоматика и вычислительная техника. 1977. № 4. С. 47–53.
13. **Катханов М. Н., Сафронов В. В.** Об одном методе оптимизации структуры сложной системы // Вопросы оптимизации и моделирования сложных систем: Препринт/ АН СССР. Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика». М., 1980. С. 10–18.