

УДК 621.396.24

## ПРОСТРАНСТВЕННОЕ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕ С СУБСИМВОЛЬНЫМ ВРЕМЕННЫМ СДВИГОМ МЕЖДУ ПЕРЕДАЮЩИМИ АНТЕННАМИ

**И. В. Кацов,**  
разработчик

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

*Предлагается метод пространственного мультиплексирования с субсимвольным временным сдвигом, который позволяет реализовать высокоскоростную передачу в беспроводных системах с малым количеством антенн. Высокая скорость предложенных пространственно-временных кодов позволяет использовать помехоустойчивое кодирование без расширения полосы частот или увеличения значности модуляции. Рассмотрены вычислительно простые алгоритмы декодирования предложенных кодов.*

*Spatial multiplexing with transmit antennas subsymbol time delay is a novel technique for high-throughput wireless MIMO systems with small receive antenna arrays. The high rate of proposed space-time codes provides error-correction coding usage without spectral band expansion or signal constellation expansion. Effective equalization algorithms with low computational complexity are also proposed for new codes.*

### Введение

На протяжении последних лет в области многоантенной связи (MIMO — multiple in multiple out) было получено большое число результатов как в теории, так и в построении конкретных методов и алгоритмов передачи данных [1, 2]. Использование дополнительных антенн на передающей и приемной стороне позволяет либо уменьшить вероятность ошибки за счет пространственного разнесения передаваемых символов, либо увеличить скорость передачи за счет использования пространственного мультиплексирования передаваемых потоков данных с последующим их разделением на приемной стороне.

Методы разнесения на стороне передатчика описаны в работах по пространственно-временному кодированию [3–5]. Поскольку пространственно-временные коды имеют высокую избыточность, то их использование, как правило, ограничивается низкоскоростными режимами систем связи. Если же необходимо использовать и внешнее кодирование, то возникает дополнительная задача согласования скоростей внутреннего и внешнего кодов. При этом часто пространственно-временные коды оказываются слишком низкоскоростными, что не позволяет при фиксированной общей скорости эффективно использовать избыточность внешнего кода для повышения помехоустойчивости связи [6].

Методы декодирования пространственно мультиплексированных потоков данных были развиты в работах по алгоритмам BLAST [7, 8]. Высокая эффективность использования полосы частот этими методами обусловила высокую скорость передачи данных. Как следствие, были развиты методы введения избыточности в передаваемые данные средствами помехоустойчивого кодирования [9] и методы использования этой избыточности для эквализации принятых сигналов [10]. К сожалению, обычные алгоритмы BLAST неприменимы, если число приемных антенн меньше числа передающих антенн, что не всегда приемлемо на практике.

В работах [4, 11] был рассмотрен метод DD (delay diversity), использующий элементы сверточного кодирования. В статье [12] были предложены коды CGDD (circular generalized delay diversity), являющиеся развитием метода DD и понижающие сложность декодирования за счет своей регулярной структуры. Метод DD оказался эффективен и в условиях частотно-селективных замираний [12, 13]. Другим направлением техники DD стало семейство методов CCD (cyclic delay diversity), разработанных для использования в OFDM-системах и показавших высокую эффективность [14].

В данной работе предлагается методика пространственного мультиплексирования, основанная на субсимвольном сдвиге интервалов амплитудофазовой модуляции (АМ-ФМ) между передающими

ми антеннами (модуляция с субсимвольным сдвигом). Данный метод использует пространственно-временные матрицы с алгебраической структурой, близкой к CGDD и к кодам OSTBC (orthogonal space-time block code) [15], что позволяет принимать сигнал на малое количество антенн и производить его эффективную эквализацию. Близость предложенного метода к стандартным техникам пространственного мультиплексирования обеспечивает высокую скорость передачи в узкой полосе частот и возможность применения алгоритмов декодирования семейства BLAST и родственных им.

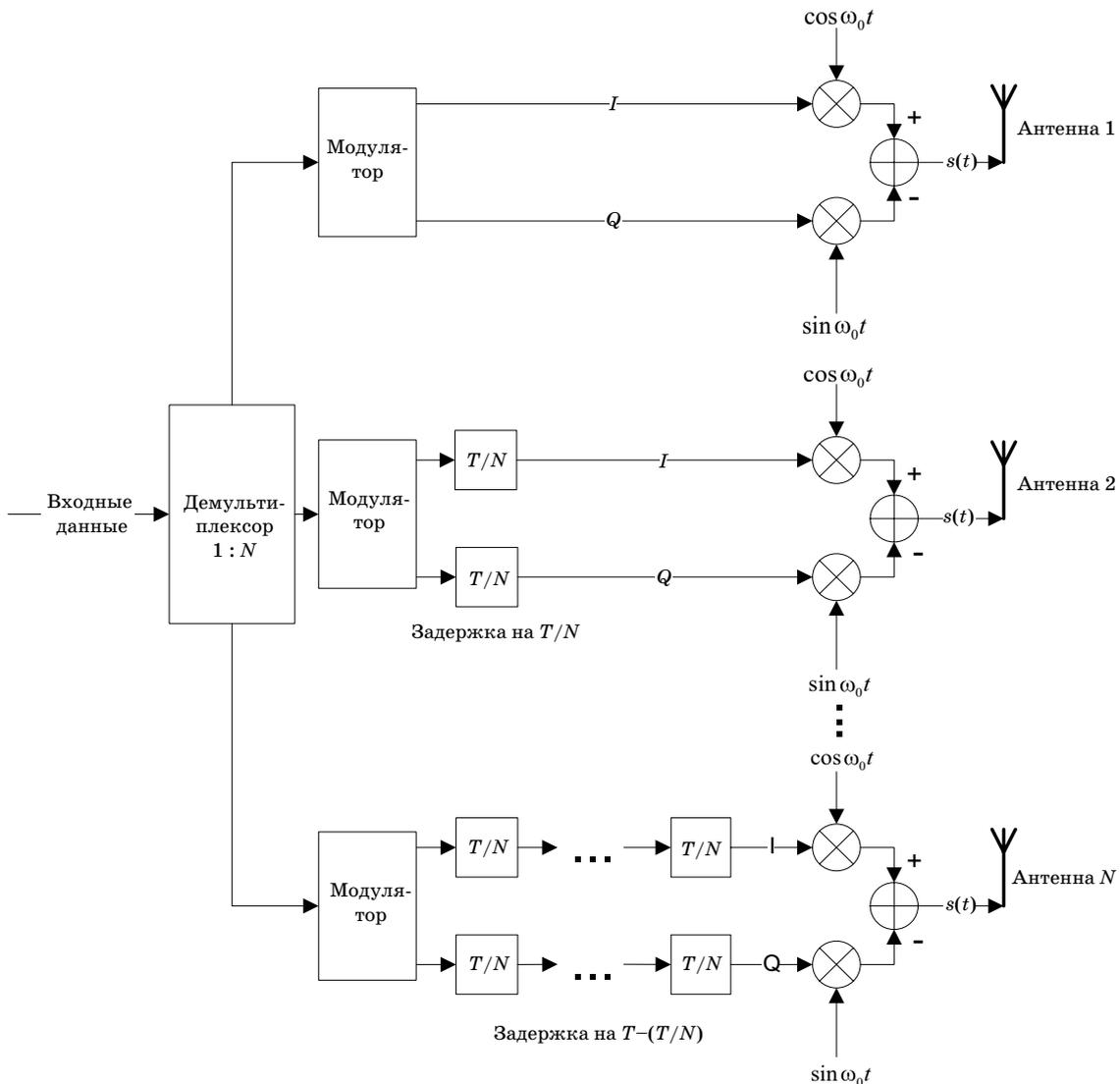
**Коды с субсимвольным сдвигом**

В большинстве алгоритмов MIMO используется APK-модуляция. При этом каждый модуляционный символ представляет собой отрезок синусоиды, заданный своей фазой и амплитудой (частота  $\omega_0$  и длительность  $T$  символа предполагаются равными для всех символов). Переключение с одного символа на другой происходит одновременно для всех  $N$  передающих антенн. При этом каждая из приемных антенн не может получить более одной линейной комбинации переданных символов за период  $T$ .

При внесении сдвига между передающими антеннами на время  $T/N$  полоса сигнала не увеличивается, поскольку не меняется спектр

излучения каждой из передающих антенн. Общая схема такого передатчика представлена на рис. 1. При увеличении временного разрешения приемника до  $1/(TN)$  субсимволов в секунду каждая из приемных антенн сможет получать  $N$  линейных комбинаций переданных субсимволов за период  $T$ . Под субсимволами будем понимать фрагменты символа, имеющие одинаковые фазу (или известную приемнику разность фаз, которая компенсируется перед декодированием) и амплитуду, а также в  $N$  раз меньшую длительность.

Передаваемые сигналы могут быть записаны в виде пространственно-временной матрицы, элементами которой являются субсимволы:



■ Рис. 1. Общая схема передатчика для модуляции с субсимвольным сдвигом

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \overline{g_{11}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{11} & \overline{g_{12}} & 0 & \dots & 0 \\ g_{11} & g_{12} & \overline{g_{13}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{11} & g_{12} & g_{13} & \dots & 0 \\ \overline{g_{11}} & \overline{g_{12}} & \overline{g_{13}} & \dots & \overline{g_{1N}} \\ g_{21} & \overline{g_{22}} & g_{23} & \dots & g_{2N} \\ g_{21} & g_{22} & \overline{g_{23}} & \dots & g_{2N} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & \dots & g_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{g_{21}} & \overline{g_{22}} & \overline{g_{23}} & \dots & \overline{g_{2N}} \\ g_{31} & \overline{g_{32}} & g_{33} & \dots & g_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Каждый АМ-ФМ-символ  $s_{ij} \in \mathbb{C}$  ( $i$ -й символ, поступивший на антенну номер  $j$ ) представлен  $N$  субсимволами  $g_{ij} \in \mathbb{C}$ . Энергия каждого из субсимволов в  $N$  раз меньше энергии символа, т. е.  $g_{ij} = s_{ij} / \sqrt{N}$ . Код, заданный выражением (1), далее будем называть кодом с субсимвольным сдвигом (КСС).

В случае, когда матрица  $\mathbf{G}$  имеет высоту  $K$  символьных интервалов ( $K \times N$  строк) и число приемных антенн равно  $M$ , принятые сигналы для модели псевдопостоянного ММО-канала без памяти с релейскими замираниями можно представить следующим образом:

$$\mathbf{G} \times \mathbf{H} + \mathbf{N} = \mathbf{R}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  и  $\mathbf{N}, \mathbf{R} \in \mathbb{C}^{KN \times M}$ . Матрица  $\mathbf{N}$  представляет аддитивный белый гауссовый шум.

### Структура кодов с субсимвольным сдвигом

Рассмотрим частный случай выражения (1) для двух передающих антенн:

$$\mathbf{G}_{2m-1} = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ g_1 & g_2 \\ g_3 & g_2 \\ g_3 & g_4 \\ \vdots & \vdots \\ g_{2m-1} & g_{2m-2} \\ g_{2m-1} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Данный КСС имеет скорость  $R = \frac{2m-1}{m}$ , так как передает  $2m-1$  символов за время  $mT$ . Поскольку декодирование блочных кодов для произвольного числа приемных антенн может быть сведено к разделному декодированию данных на каждой из антенн и их последующему объединению [2], то интерес представляет прием на одну антенну. В этом случае в выражении (2) матрица коэффициентов канала и матрица принятых значений представляют собой векторы-столбцы  $\mathbf{H} = \mathbf{h} = (h_1 \ h_2)^T$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{r} = (r_1 \dots r_{2m})^T$ . Тогда уравнение (2) можно записать в виде выражения

$$\mathbf{\Omega} \mathbf{s} + \mathbf{N} = \mathbf{r}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{s} = (g_1 g_2 \dots g_{2m-2} g_{2m-1})^T$ , а  $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{C}^{2m \times 2m-1}$  задается следующим образом:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ h_1 & h_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & h_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В работе [15] показано, что для OSTB-кодов аналогичная матрица является унитарной, т. е. ее произведение на свое эрмитово сопряжение является диагональной матрицей. Это свойство обеспечивает вычислительную простоту декодирования OSTB-кодов. Для матрицы, заданной равенством (5),  $\mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H$  ( $H$  — эрмитово сопряжение) является тридиагональной матрицей (6).

$$\mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^H = \begin{pmatrix} |h_1|^2 & |h_1|^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ |h_1|^2 & |h_1|^2 + |h_2|^2 & |h_2|^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & |h_2|^2 & |h_1|^2 + |h_2|^2 & |h_1|^2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |h_1|^2 & |h_1|^2 + |h_2|^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & |h_2|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & |h_1|^2 + |h_2|^2 & |h_1|^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & |h_1|^2 & |h_1|^2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Этот факт лежит в основе методов декодирования КСС, рассмотренных далее.

### Алгоритмы декодирования

Очевидно, что одним из возможных методов декодирования является алгебраическое решение системы уравнений (4) относительно вектора  $\mathbf{s}$ :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{\Omega}^+ \mathbf{r}. \quad (7)$$

Вследствие введения временного сдвига между антеннами матрица  $\Omega$  не является квадратной, и при решении уравнения (2) должно быть найдено ее псевдообращение [16]  $\Omega^+ \in \mathbb{C}^{2m-1 \times 2m}$ . Для случая псевдообращения по критерию нулевых взаимных помех (НВП) данная матрица

$$\Omega^+ = \frac{\text{diag}(h_1^{-1}, h_2^{-1}, h_1^{-1}, \dots, h_2^{-1}, h_1^{-1})}{2m} \times \begin{pmatrix} 2m-1 & 1 & -1 & 1 & \dots & -1 & 1 \\ -(2m-2) & 2m-2 & 2 & -2 & \dots & 2 & -2 \\ 2m-3 & -(2m-3) & 2m-3 & 3 & \dots & -3 & 3 \\ -(2m-4) & 2m-4 & -(2m-4) & 2m-4 & \dots & 4 & -4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & -3 & 3 & -3 & \dots & -(2m-3) & 2m-3 \\ -2 & 2 & -2 & 2 & \dots & 2m-2 & -(2m-2) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & \dots & 1 & 2m-1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Подстановка  $\Omega^+$  в выражение (7) дает следующие формулы для оценки чипов:

$$\hat{g}_k = \frac{1}{2mh_{2-(k \bmod 2)}} \left( \sum_{j=1}^k (2m-k)(-1)^{j+k} r_j + \sum_{j=k+1}^{2m} k(-1)^{j-k-1} r_j \right). \quad (9)$$

При обращении согласно критерию минимума среднеквадратичной ошибки (МСКО) выражение, подобное (9), может быть получено из соотношения  $\Omega^+ = \Omega^H (\mathbf{I}_{2m} / \gamma + \Omega \Omega^H)^{-1}$ , где  $\gamma$  — отношение сигнал/шум на приемнике.

Используя технику, аналогичную представленной в работе [7], можно улучшить оценки, полученные согласно (9).

На первом шаге производится выбор канала с максимальным коэффициентом усиления и гашение интерференции субсимволов, переданных по этому каналу, на субсимволы, передаваемые по другим каналам. Применительно к случаю, задаваемому выражением (2), производится вычисление вектора  $\mathbf{r}^{(1)} = \mathbf{r} - \tilde{\mathbf{s}}v$ , где  $\tilde{\mathbf{s}} \in \mathbb{C}^{2m \times 1}$  и скаляр  $v$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} &\text{при } |h_1| > |h_2| \\ &\tilde{\mathbf{s}} = \left( Q(\hat{g}_1) \quad Q(\hat{g}_1) \quad Q(\hat{g}_3) \quad Q(\hat{g}_3) \quad \dots \quad Q(\hat{g}_{2m-1}) \right)^T, \\ &v = h_1; \\ &\text{при } |h_1| < |h_2| \\ &\tilde{\mathbf{s}} = \left( 0 \quad 0 \quad Q(\hat{g}_2) \quad Q(\hat{g}_2) \quad \dots \quad Q(\hat{g}_{2m-2}) \quad 0 \quad 0 \right)^T, \\ &v = h_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Оператор  $Q(\bullet)$  обозначает квантование с точностью до элементов сигнального созвездия. На втором шаге из матрицы  $\Omega$  путем обнуления всех нечетных (если  $|h_1| > |h_2|$ ) или четных (если  $|h_1| < |h_2|$ ) столбцов формируется матрица  $\Omega^{(1)}$ . Вычисление псевдообратной матрицы  $(\Omega^{(1)})^+$  легко выполняется в символьном виде благодаря разреженности  $\Omega^{(1)}$ . Уточненные оценки для субсимволов могут

быть найдены по формуле (7) путем умножения  $(\Omega^{(1)})^+$  на  $\mathbf{r}^{(1)}$ ; при этом малое число ненулевых элементов в  $(\Omega^{(1)})^+$  приводит к простым окончательным формулам для улучшенных оценок субсимволов  $\tilde{g}_k$  (для псевдообращения по критерию НВП):

$$\begin{aligned} &\text{при } |h_1| > |h_2| \\ &\tilde{g}_k = (r_k^{(1)} + r_{k+1}^{(1)}) (2h_2)^{-1}, \\ &k \in \{2, 4, \dots, 2m-2\}, \\ &\tilde{g}_k = \hat{g}_k, \quad k \in \{1, 3, \dots, 2m-1\}; \\ &\text{при } |h_1| < |h_2| \\ &\tilde{g}_k = (r_k^{(1)} + r_{k+1}^{(1)}) (2h_1)^{-1}, \\ &k \in \{1, 3, \dots, 2m-1\}, \\ &\tilde{g}_k = \hat{g}_k, \quad k \in \{2, 4, \dots, 2m-2\}. \end{aligned} \quad (11)$$

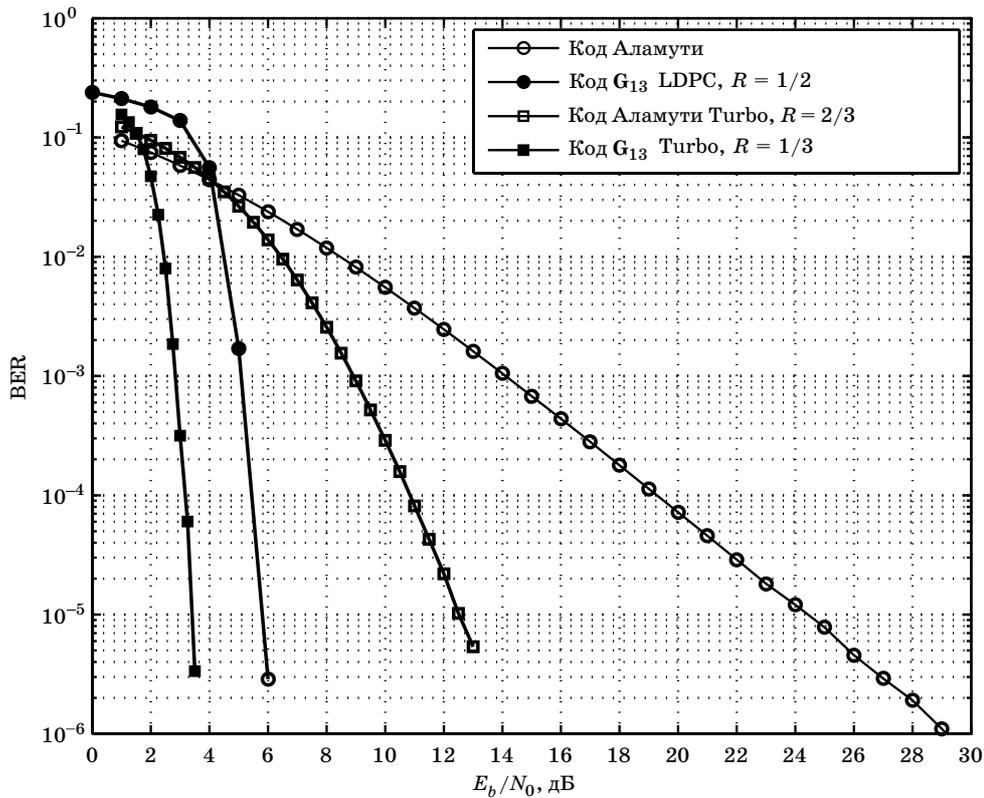
## Результаты моделирования

Моделирование было произведено на основе псевдопостоянного ММО-канала без памяти с релейскими замираниями.

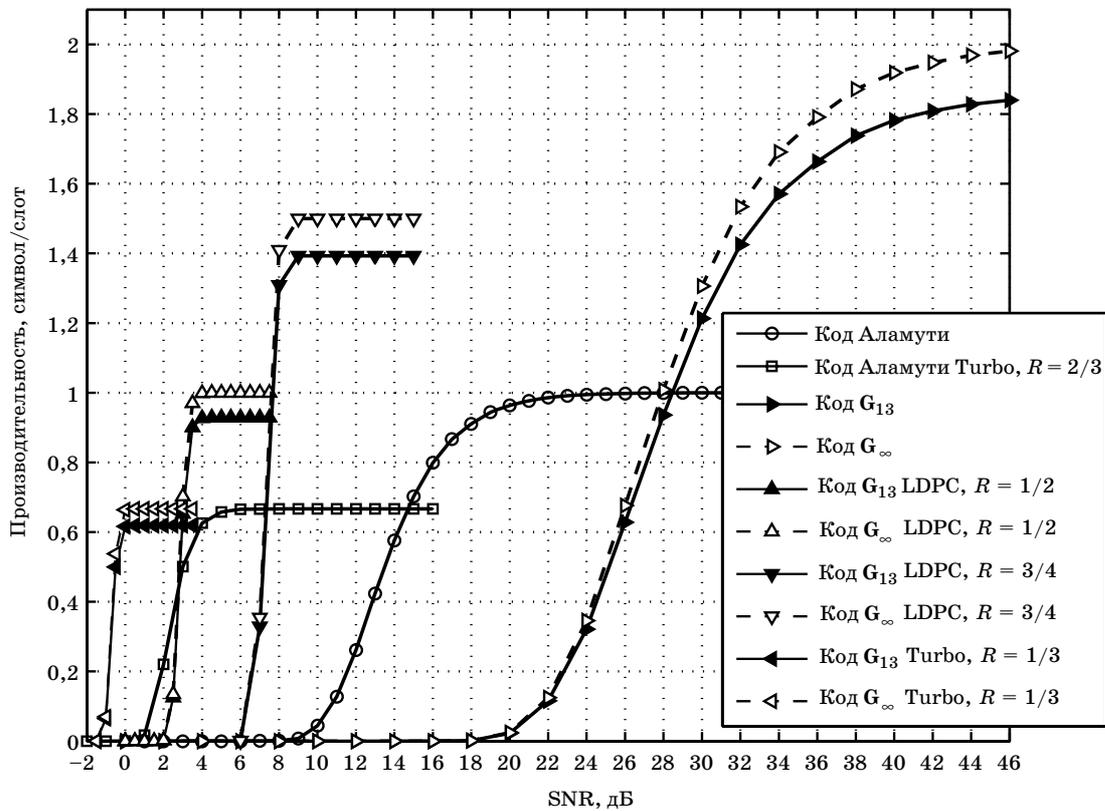
В качестве внешних помехоустойчивых кодов использовались LDPC-коды и турбокоды из стандартов 802.16e и 3GPP LTE; декодирование с мягким входом. При приеме на две антенны результаты декодирования объединялись по принципу MRC (maximum ratio combining).

Эффект от использования высокой скорости кода, определяемого выражением (3), для усиления помехоустойчивой защиты показан на рис. 2. По оси абсцисс отложено отношение энергии информационного бита ( $E_b$ ) к спектральной плотности мощности аддитивного белого гауссового шума ( $N_0$ ) в логарифмическом масштабе. Энергии на информационный бит и полосы сигналов для кода Аламути [17] и кода  $G_{13}$  при этом одинаковы; оба пространственно-временных кода декодировались переборным алгоритмом согласно критерию максимума правдоподобия (МП).

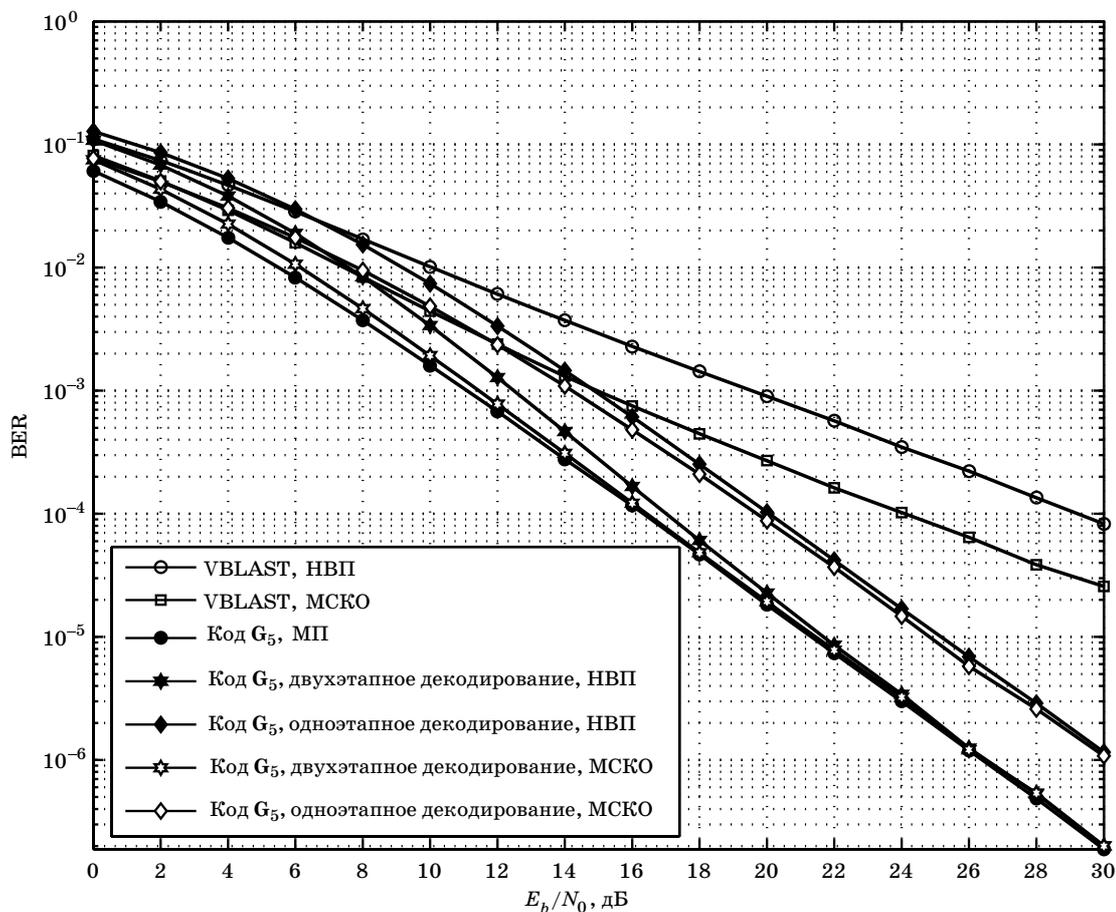
Поскольку речь идет о сравнении кодов с разной скоростью, то более наглядным является график результирующей скорости передачи



■ Рис. 2. Сравнение вероятности ошибки для кода Аламути и кода  $G_{13}$  ( $N = 2, M = 1$ , модуляция BPSK)



■ Рис. 3. Сравнение производительности кода Аламути и кода  $G_{13}$  ( $N = 2, M = 1$ , модуляция BPSK)



■ Рис. 4. Сравнение вероятности ошибки кода для алгоритма VBLAST и кода  $G_5$  ( $N = 2, M = 2$ , модуляция BPSK)

данных (рис. 3). Обозначение  $G_\infty$  введено для асимптотической оценки производительности кода при длине блока, стремящейся к бесконечности, по оси абсцисс отложено отношение сигнал/шум (SNR — signal-to-noise ratio) в логарифмическом масштабе. Для КСС используется декодер на основе критерия МСКО с двухэтапным декодированием.

При наличии нескольких приемных антенн становится возможным использовать пространственное мультиплексирование. Алгебраические декодеры для КСС показывают более высокую эффективность в сравнении с алгоритмом VBLAST [7] и МП-декодированием (рис. 4).

### Заключение

Рассмотрены пространственно-временные коды с субсимвольным сдвигом, которые позволяют реализовать пространственное мультиплексирование. Для предложенных кодов существуют непрерывные алгоритмы декодирования, по эффективности близкие к декодированию по максимуму правдоподобия. Моделирование показывает, что в сочетании с помехоустойчивым кодированием предложенные коды превосходят по эффективности ряд известных методов в широком диапазоне отношений сигнал/шум.

### Литература

1. Kuhn V. Wireless communication over MIMO channels. New York: Wiley, 2006. 363 p.
2. Jafarkhani H. Space-Time Coding. Theory and Practice. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2005. 302 p.
3. Tarokh V., Seshadri N., Calderbank A. R. Space-time codes for high data rate wireless communication:

- Performance criterion and code construction // IEEE Trans. Inf. Theory. Mar. 1998. Vol. 44. N 2. P. 744–765.
4. Wittneben A. A new bandwidth efficient transmit antenna modulation diversity scheme for linear digital modulation // Communications (ICC): Proc. Int. Conf. Geneva, Switzerland. May 1993. P. 1630–1634.
5. Jafarkhani H., Taherkhani F. Pseudo orthogonal designs as space-time block codes // IEEE Interna-

- tional Symposium on Advances in Wireless Communications (ISWC'02). Sept. 2002.
6. **Zheng L., Tse D.** Diversity and Multiplexing: A Fundamental Tradeoff in Multiple-Antenna Channels // IEEE Trans. Inform. Theory. May 2003. Vol. 49. N 5. P. 1073–1096.
  7. **Wolniansky P. W., Foschini G. J., Golden G. D., Valenzuela R. A.** VBLAST: an architecture for realizing very high data rates over the richscattering wireless channel, invited paper: Proc. ISSSE-98. Pisa, Italy. Sept. 29, 1998.
  8. **Choi W., Negi R., Cioffi J. M.** Combined ML and DFE decoding for the V-BLAST system: Communications IEEE International Conference. June 2000. Vol. 3. P. 1243–1248.
  9. **Minseok N., Kim N., Hyuncheol P., Hyuckjae L.** A variable rate LDPC coded V-BLAST system // Vehicular Technology Conference. Sept. 2004. Vol. 4. P. 2540–2543.
  10. **Sellathurai M., Haykin S.** TURBO-BLAST for wireless communications: theory and experiments // IEEE Transactions on Communications. Oct. 2002. Vol. 50. Issue: 10. P. 2538–2546.
  11. **Winters J. H.** A new bandwidth efficient transmit antenna modulation diversity scheme for linear digital modulation: Proc. IEEE'ICC. 1993. P. 1630–1634.
  12. **Gore D., Sandhu S., Paulraj A.** Delay diversity codes for frequency selective channels: Proc. IEEE Int. Conf. Communications (ICC). New York, May 2002. P. 1949–1953.
  13. **Hehn T., Schober R., Gerstacker W.** Optimized Delay Diversity for Frequency-Selective Fading Channels // IEEE Transactions on Wireless Communications. Sept. 2005. Vol. 4. P. 2289–2298.
  14. **Dammann A., Kaiser S.** Transmit/receive antenna diversity techniques for OFDM systems // European Transactions on Telecommunications. Sept. 2002. Vol. 13. N 5. P. 531–538.
  15. **Tarokh V., Jafarkhani H., Calderbank A. R.** Space-time Block Codes from Orthogonal Designs // IEEE Trans. Inform. Theory. 2000. Vol. 46. N 1. P. 314.
  16. **Watkins D.** Fundamentals of matrix computations. New York: Wiley, 2002. 618 p.
  17. **Alamouti S. M.** A simple transmitter diversity scheme for wireless communications // IEEE J. Select. Areas Commun. Oct. 1998. Vol. 16. P. 1451–1458.



**Крук Е. А.**

**Комбинаторное декодирование линейных блочных кодов: монография / Е. А. Крук; ГУАП. — СПб., 2007. — 238 с.: ил. ISBN 978-5-8088-0247-6**

В монографии рассмотрены вопросы комбинаторного декодирования линейных кодов в дискретных каналах. Дается введение в теорию общих методов декодирования, проводится асимптотический анализ сложности декодирования линейных блочных кодов. Основное внимание уделяется сложности декодирования «почти» по максимуму правдоподобия.

Рассматривается применение комбинаторных методов декодирования в задачах связи и защиты информации, в том числе нетрадиционное применение аппарата помехоустойчивого кодирования для сборки сообщений на транспортном уровне сети передачи данных с коммутацией пакетов.

Монография может быть использована студентами, обучающимися по специальности 090104, для самостоятельной работы и при выполнении заданий по НИР.