

УДК 681.518

## К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ЗОНЫ ПОКРЫТИЯ СИСТЕМ СОТОВОЙ СВЯЗИ НА ЗАГОРОДНЫХ УЧАСТКАХ МЕСТНОСТИ

**И. А. Зикратов,**

доктор техн. наук, доцент

**Т. В. Зикратова,**

преподаватель

Санкт-Петербургское высшее военное училище радиоэлектроники

*Обсуждаются вопросы рационального размещения ретрансляторов базовых станций сотовой связи на загородных участках местности с использованием цифровой картографической информации. Решение достигается путем представления целевой функции и ограничений задачи нелинейного программирования в виде эквивалентной задачи с булевыми переменными. Показано также, что задачу можно сформулировать как задачу стохастического программирования с вероятностными ограничениями.*

*The question of rational accommodation of basic cellular communication station retransmitters at the out-of-town surroundings using digital cartographical information are discussed. The decision is achieved by presentation of objective function and restriction of non-linear programming task in the kind of boolean values. It's shown also that the task can be formulated as stochastic programming one with restriction probabilities.*

Интенсивное развитие операторов, предоставляющих услуги радиосвязи, приводит к необходимости рационального размещения на ограниченных площадях большого количества источников электромагнитных волн, как правило, различного частотного диапазона. Автоматизация расчета радиолиний с учетом влияния подстилающей поверхности стала возможной с появлением и широким внедрением в различных областях деятельности геоинформационных систем (ГИС), которые являются гибким и удобным инструментом для использования в ряде расчетных задач априорной цифровой картографической информации (ЦКИ) о земной поверхности.

В составе ЦКИ содержатся:

– метрическая информация о координатах точек, описывающих площадные, линейные и точечные объекты, представленная с определенной погрешностью;

– семантическая информация, которая содержит данные о характере местности и наличии на ней таких объектов как «река», «береговая линия», «дорога», «заболоченный участок леса» и т. д. в принятых форматах данных.

Использование ЦКИ в составе ГИС на базе вычислительных систем высокой производительности

дает возможность не только автоматизировать известные методы решения задач в какой-либо предметной области, но и позволяет разрабатывать и внедрять новые, более сложные, но эффективные алгоритмы информационно-расчетных задач различного назначения.

Основной процедурой при оптимизации позиций базовых станций является расчет зон устойчивого приема радиосигнала с учетом метрической и семантической информации о свойствах подстилающей земной поверхности, представленной в цифровых картах местности (ЦКМ). Для этого разработаны соответствующие модели земной поверхности и методы расчета напряженности электромагнитного поля в точке наблюдения [1, 2].

В результате решения информационно-расчетных задач, составляющих комплекс программ ГИС, определяется множество  $X$  координатных точек позиций, которые априорно удовлетворяют следующим основным условиям:

– диаграммы направленности антенн ретрансляторов должны охватывать предполагаемые места концентрации абонентов с учетом рельефа местности;

– обеспечивается электромагнитная совместимость источников электромагнитного излучения;

– обеспечивается возможность электроснабжения ретрансляторов и доступ к ним персонала и техники для удобства обслуживания базовых станций и т. д.

Из сформированного множества  $X$  координатных точек возможных позиций расположения базовых станций на некотором ограниченном участке местности площадью  $P$  необходимо выбрать минимальное количество  $N$  таких позиций, которые позволят расположенным на них базовым станциям обеспечить устойчивую связь в местах концентрации абонентов.

Решение задачи рационального расположения  $N$  базовых станций для городских условий сводится к отысканию такого множества точек установки, при котором будет обеспечена устойчивая связь в любой точке населенного пункта.

В пригородных участках местности службы связи стремятся обеспечить устойчивую связь, прежде всего, вблизи транспортных коммуникаций, пересекающих эти участки.

Положим, что на границах рассматриваемого участка зона покрытия достаточная. Тогда при выполнении условия

$$P \leq S', \quad (1)$$

где  $S'$  — площадь зоны покрытия, создаваемого одной базовой станцией, задача выбора ее места расположения тривиальна.

Если условие (1) не выполняется, задачу можно сформулировать следующим образом. Из множества  $X$  координатных точек возможного распо-

ложения базовых станций на заданном участке местности необходимо выбрать такое множество  $N$  ( $N \subset X, N \rightarrow \min$ ), при котором любые точки всех трасс, пересекающих этот участок, будут находиться в зоне покрытия хотя бы одной базовой станции.

В рамках статьи подход к формализации и решению поставленной задачи нагляднее проиллюстрировать на элементарном примере.

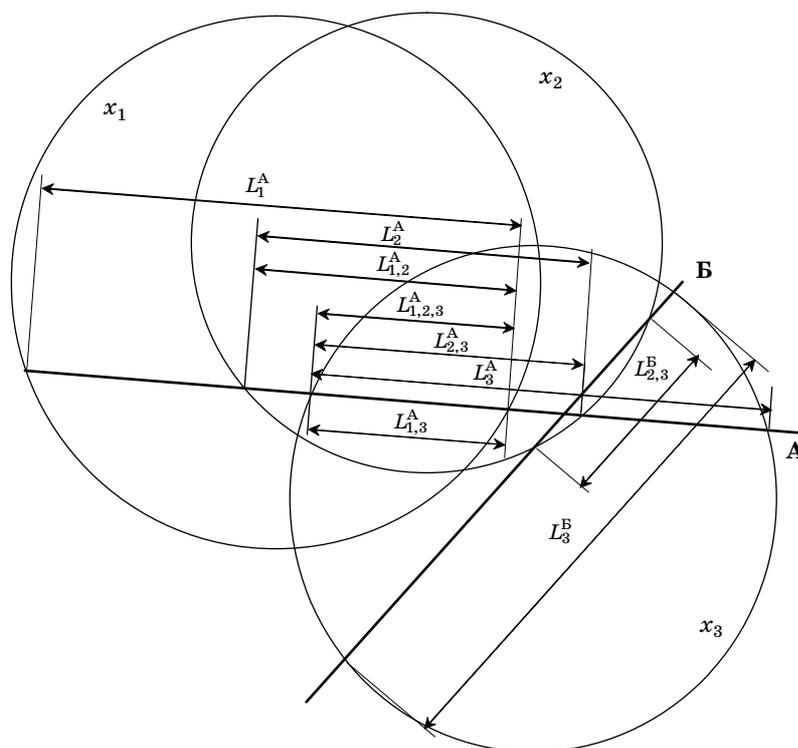
Пусть необходимо выбрать минимальное количество из трех возможных мест расположения на ограниченном участке местности базовых станций таким образом, чтобы обеспечить зону радиосвязи, охватывающую трассы А и Б. Суммарная протяженность трасс равна  $L_{\Sigma}$ . Обозначим возможные точки расположения на местности как  $x_1, x_2$  и  $x_3$ . Положим, что точки  $x_1, x_2, x_3$  выбраны по результатам прогнозирования параметров зон покрытия на основе ЦКИ и удовлетворяют приведенным выше условиям. Зоны покрытия базовых станций  $x_1, x_2$  и  $x_3$  для наглядности аппроксимированы окружностями (рисунок).

Формализуем задачу.

Из постановки задачи следует, что  $x_1, x_2, x_3$  могут принимать двоичные значения. Это означает, что физический смысл этих переменных следующий: если  $x_j = 1$ , то на  $i$ -й позиции ретранслятор установлен, если  $x_j = 0$  — нет.

Тогда целевую функцию представим в виде

$$x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min. \quad (2)$$



■ Зоны покрытия трасс А и Б диаграммами направленности базовых станций  $x_1, x_2, x_3$

Пусть диаграмма направленности ретранслятора  $x_1$  охватывает участок трассы А длиной  $L_1^A$ , ретранслятора  $x_2$  —  $L_2^A$  и, соответственно, ретранслятора  $x_3$  —  $L_3^A$ . По аналогии для трассы Б можно определить величины  $L_2^B$  и  $L_3^B$ . Кроме того, необходимо учесть, что часть трассы А пересекает места перекрытия диаграмм направленности ретрансляторов  $x_1$  и  $x_2$ ,  $x_1$  и  $x_2$  и  $x_3$ ,  $x_1$  и  $x_3$ ,  $x_2$  и  $x_3$ . Длины этих участков соответственно обозначим как  $L_{1,2}^A$ ,  $L_{1,2,3}^A$ ,  $L_{1,3}^A$  и  $L_{2,3}^A$ . Для трассы Б имеется один участок перекрытия диаграмм направленности ретрансляторов  $x_2$  и  $x_3$ , который обозначим  $L_{2,3}^B$ .

Следовательно, ограничение можно записать в виде полиномиальной функции

$$L_1^A x_1 + L_2^A x_2 + L_3^A x_3 + L_2^B x_2 + L_3^B x_3 - L_{1,2}^A x_1 x_2 - L_{1,2,3}^A x_1 x_2 x_3 - L_{1,3}^A x_1 x_3 - L_{2,3}^A x_2 x_3 \geq L_\Sigma. \quad (3)$$

Анализ полученного неравенства (3) показывает, что сформулированная задача сведена к задаче нелинейного программирования. В качестве ограничения отметим, что переменные  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  могут принимать двоичные значения. В монографии [3] показано, что подобную задачу нелинейного программирования можно заменить эквивалентной линейной задачей с булевыми переменными.

Суть преобразований сводится к введению также булевых вспомогательных переменных, которыми замещают слагаемые исходного полинома. Так, вспомогательная переменная для  $k$ -го слагаемого полинома (3)

$$y_k = \prod_{j=1}^{n_k} x_j, \quad (4)$$

где  $n_k$  — количество сомножителей в  $k$ -м слагаемом. Для обеспечения условий  $y_k = 1$  при всех  $x_j = 1$  и  $y_k = 0$  в противном случае на каждую переменную  $y_k$  накладываются очевидные ограничения

$$\sum_{j=1}^{n_k} x_j - (n_k - 1) \leq y_k; \quad (5)$$

$$\frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} x_j \geq y_k. \quad (6)$$

Используя формулу (4), введем переменные  $y_1 = x_1 x_2$ ,  $y_2 = x_1 x_2 x_3$ ,  $y_3 = x_1 x_3$  и  $y_4 = x_2 x_3$ . После наложения дополнительных ограничений на эти переменные по формулам (5), (6) задачу можно записать в виде

$$x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad (7)$$

при следующих ограничениях:

$$L_1^A x_1 + L_2^A x_2 + L_3^A x_3 + L_2^B x_2 + L_3^B x_3 - L_{1,2}^A y_1 - L_{1,2,3}^A y_2 - L_{1,3}^A y_3 - y_4 (L_{2,3}^A + L_{2,3}^B) \geq L_\Sigma; \quad (8)$$

$$x_1 + x_2 - 1 \leq y_1; \quad (9)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 2 \leq y_2; \quad (10)$$

$$x_1 + x_3 - 1 \leq y_3; \quad (11)$$

$$x_2 + x_3 - 1 \leq y_4; \quad (12)$$

$$\frac{1}{2}(x_1 + x_2) \geq y_1; \quad (13)$$

$$\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \geq y_2; \quad (14)$$

$$\frac{1}{2}(x_1 + x_3) \geq y_3; \quad (15)$$

$$\frac{1}{2}(x_2 + x_3) \geq y_4, \quad (16)$$

где  $y_1, y_2, y_3, y_4, x_1, x_2, x_3$  — булевы переменные.

Алгоритмизация такой задачи для решения на ЭВМ существенно проще по сравнению с алгоритмизацией классических задач нелинейного программирования, решаемых, например, методом Лагранжа [4]. Это обусловлено отсутствием процедур дифференцирования, составления матриц и т. д.

Нетрудно рассчитать, что решением для нашего примера является вектор

$$\mathbf{X} = \{1, 0, 1\}, \quad (17)$$

где  $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1$ , т. е. для обеспечения связи на трассах А и Б достаточно разместить базовые станции в точках  $x_1$  и  $x_3$ .

Отсюда можно записать постановку задачи в общем виде.

Минимизировать

$$z = \sum_{j=1}^X x_j \quad (18)$$

при ограничении

$$\sum_{k=1, m=1}^{K, M} L_k^m x_j - \sum_{l=1, m=1}^{S, M} L_l^m y_l \geq L_\Sigma, \quad (19)$$

где  $K$  — количество участков трасс, охватываемых диаграммой направленности  $j$ -го ретранслятора;  $M$  — количество трасс, пересекающих участок местности;  $S$  — количество участков трасс, перекрываемых диаграммами направленности соседних ретрансляторов. Правила ввода переменных  $y_l$  и дополнительных ограничений, накладываемых на них, рассмотрены выше. Решением является  $\mathbf{X}$ -мерный вектор вида (17).

Можно показать, что, используя подобный подход, не составляет труда решить родственную задачу максимизации зоны покрытия коммуникаций на ограниченном участке местности заданным количеством  $C$  базовых станций.

При такой постановке задачи в качестве целевой функции следует полагать

$$\sum_{k=1, m=1}^{K, M} L_k^m x_j - \sum_{l=1, m=1}^{S, M} L_l^m y_l \rightarrow \max,$$

а в качестве ограничения записать  $\sum_{j=1}^X x_j = C$ .

Дальнейший порядок решения задачи аналогичен рассмотренному выше.

Однако следует учитывать, что сомножители  $L_{k,l}^m$ , входящие в состав функции ограничения, получены по результатам априорных расчетов характеристик направленности антенных систем ретрансляторов. На практике величина дальности радиосвязи зависит от множества влияющих факторов, большая часть из которых имеет стохастический характер. Кроме того, на точность расчета влияет точность исходного картографического материала, степень адекватности моделей подстилающей поверхности, методов расчета радиолинии, используемых в ГИС, и т. д. [5]. Отсюда следует, что  $L_{k,l}^m$  необходимо рассматривать как случайные величины.

В этом случае задачу (7)–(16) следует рассматривать как одноэтапную задачу стохастического программирования с построчными вероятностными ограничениями. Решением такой задачи также является  $X$ -мерный детерминированный вектор. Учитывая, что на  $L_{k,l}^m$  оказывает влияние большое число случайных независимых факторов, согласно центральной предельной теореме Ляпуно-

ва, эти величины можно полагать гауссовыми. Тогда задачу можно свести к задачам, рассмотренным в работах [3, 6].

Таким образом, основываясь на предварительных расчетах возможного расположения базовых станций операторов сотовой связи с использованием ЦКМ, можно реализовать относительно несложный алгоритм оптимального выбора их позиций без проведения предварительной топогеодезической обработки местности. При наличии в ГИС соответствующих расчетных модулей будет обеспечиваться минимизация затрат на приобретение и эксплуатацию ретрансляторов, требования к электромагнитной совместимости радиотехнических средств и т. д.

При разработке модуля ГИС выбора рационального размещения базовых станций целесообразно учитывать несколько замечаний.

1. ЦКМ изначально не ориентированы на решение задач в какой-либо предметной области, в частности электродинамики и распространения радиоволн, проектирования телекоммуникаций и т. д. Следовательно, разработчики ГИС должны предусмотреть возможность ввода дополнительной ЦКИ (метрической или семантической).

2. Учитывая, что ЦКМ обладает ошибками представления информации, природа возникновения которых различна, а также стохастический характер ряда факторов, влияющих на степень достоверности результатов расчетов, при разработке методов решения задач оптимизации в ГИС целесообразно использовать методы стохастического программирования.

## Литература

1. Безлюдников О. Л. и др. Автоматизация анализа рельефа местности при расчете напряженности поля радиосигналов // Радиотехника. 2001. № 9. С. 86–88.
2. Зикратов И. А., Самотонин Д. Н. Геоинформационный анализ радиолокационных отражений. СПб.: Политехника, 2004. 144 с.
3. Таха Х. Введение в исследование операций: В 2 кн. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. Кн. 1. 479 с.

4. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979. 432 с.
5. Зикратов И. А., Степаненко К. В. Обоснование требований к точности цифровой картографической информации в геоинформационных системах проектирования и анализа радиолиний // Информационно-управляющие системы. 2004. № 2. С. 21–25.
6. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. М.: Сов. радио, 1974. 400 с.