

ОСНОВЫ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНОЙ ТЕОРИИ РИСКА С ГРУППАМИ НЕСОВМЕСТИМЫХ СОБЫТИЙ

И. В. Машканцев,

системный разработчик

Е. Д. Соложенцев,

доктор техн. наук, профессор

Институт проблем машиноведения РАН

Дается краткое описание основных положений логико-вероятностной теории риска с группами несовместных событий, ее приложений и особенностей для проблемы моделирования и анализа риска в сложных системах в областях управления и эконометрики. Описывается основная идея — введение в статистическую табличную базу данных групп несовместных событий или конечных множеств, что позволяет получить систему логических уравнений или базу знаний, использовать логико-вероятностное исчисление и решать задачи риска, эффективности и управления.

Введение

Вероятностная (В) логика Дж. фон Неймана и логико-вероятностное (ЛВ) исчисление И. А. Рябинина для решения прямых задач риска появились в 50–60-х гг. XX века независимо друг от друга для разных приложений [1, 2]. В принципе, можно было использовать один термин, считая ЛВ-исчисление развитием В-логики. Однако ЛВ-исчисление породило целое научное направление и стало основой ЛВ-теории риска. Решение обратных задач риска с оценкой вероятностей по набору Л-суждений впервые рассмотрел Нильс Нилссон, но аналитическое решение удалось получить только для простейших случаев. Обратные задачи риска без каких-либо ограничений успешно решаются в ЛВ-теории риска с группами несовместных событий (ГНС) [2, 3].

Современная ЛВ-теория риска включает в себя: ЛВ-исчисление И. Рябинина, структурно-логическое моделирование А. Можяева и ЛВ-теорию риска с ГНС Е. Соложенцева. ЛВ-теорию риска следует рассматривать как новую научную дисциплину для изучения в экономических и технических университетах со своими разделами, правилами, областями применения, примерами и Software.

Основы ЛВ-теории риска с ГНС для целей управления создавались в течение 10 лет [2–5]. ЛВ-теория риска с ГНС использовалась для решения важных экономических проблем, таких как:

- классификация — кредитные риски, рейтинги, мониторинг;
- инвестирование — портфель ценных бумаг;
- эффективность — управление социальными процессами;

— качество — управление качеством функционирования;

— менеджмент — управление риском неуспеха менеджмента компании по функциям, предметным областям и достижению целей;

— взятки и коррупция — выявление взяток по статистике параметров функционирования учреждения, поведения чиновников, обслуживания;

— управление развитием и испытаниями — организационные и экономические системы, машины и технологии.

При решении названных выше проблем выявились достоинства ЛВ-теории риска с ГНС:

— в два раза большая точность в распознавании плохих и хороших объектов;

— в семь раз большая робастность (стабильность) в распознавании объектов;

— абсолютная прозрачность в оценке и анализе риска и ЛВ-модели риска;

— решение новых задач анализа риска объектов и модели риска;

— возможность управлять риском и эффективностью.

ЛВ-теория риска с ГНС отличается: видом используемой информации, типом связей между переменными, законами распределений переменных, методами решения обратных задач, сложностью логических функций и описаний объектов, использованием статических и динамических моделей риска, методами оценивания, использованием комбинированных моделей риска, способами управления и научными основами (табл. 1).

На основе ЛВ-теории риска с ГНС разработаны ЛВ-модели риска неуспеха для проблем классифи-

■ Таблица 1. Отличия ЛВ-теории риска с ГНС

ЛВ-теорией риска используются	Другими теориями используются
База знаний (БЗ)	База данных (БД)
Логические зависимости между переменными	Функциональные и корреляционные зависимости между переменными
Дискретные табличные распределения	Нормальное и аналитические распределения
Алгоритмические итеративные методы решения обратных и оптимизационных задач	Аналитические методы решения обратных и оптимизационных задач
Л-функции любой сложности с любым числом объектов в статистике, параметров и градаций параметров	Функции ограниченной сложности с небольшим числом объектов, параметров и градаций параметров
Статические и динамические модели риска	Статические модели риска
Оценки по статистическим данным	Экспертные оценки
Комбинированные Л-модели риска	Отдельные модели риска
Управление по вкладам инициирующих событий в риск и эффективность	Управление по значениям риска и эффективности
Логика и дискретная математика	Теория статистики и непрерывная математика

кации, инвестирования, эффективности, менеджмента, взяток и коррупции [2—5]. Изложим ЛВ-теорию риска с ГНС с примерами из наиболее характерной и «продвинутой» проблемы классификации (кредитных рисков).

Переход от базы данных к базе знаний

Общим для проблем классификации, инвестирования, эффективности, менеджмента, взяток и коррупции является одинаковое табличное представление статистических данных (БД) [2, 3].

База данных табличного типа (табл. 2) содержит статистическую информацию об однородных объектах (кредитах) или состояниях одного объекта в разные моменты времени (портфель ценных бумаг). В таблице БД количество столбцов может достигать нескольких десятков, а количество строк — нескольких сотен. В БД значения даже для одного параметра могут иметь бесконечное множество рациональных значений.

В ячейках таблицы — значения параметров (количественные или качественные), характеризую-

ющих объект или состояние объекта. Для измерения параметров используются шкалы: логическая, качественная, числовая и др. Последний столбец таблицы — параметр эффективности объекта или состояния объекта. Параметры, описывающие объект, обозначим строчными буквами $z_1, \dots, z_j, \dots, z_n$, а параметр эффективности объекта — строчной буквой $y_i, i = 1, 2, \dots, N$. В клетках табл. 2 находятся значения параметров z_{ij} и для последнего столбца — значения параметра эффективности y_i .

База знаний. Изменим исходное представление БД, заменив значения параметров на их градации (нумерованные интервалы) (табл. 3). В сценариях и ЛВ-моделях риска проблем классификации, инвестирования, эффективности, менеджмента, коррупции и взяток имеется большое число объектов N (до 1000 и более), событий-параметров n (до 20 и более), событий-градаций в каждом событии-параметре (от 2-х до 40).

Таким образом, в табл. 3 для каждого параметра введены множества с конечным числом элемен-

■ Таблица 2. Объекты и значения параметров

Объект	Параметр 1 z_1	...	Параметр j z_j	...	Параметр n z_n	Параметр эффективности y_i
1			
...	
i		...	z_{ji}	y_i
...	
N			

■ Таблица 3. Объекты и градации параметров

Объект	Параметр 1 Z_1	...	Параметр j Z_j	...	Параметр n Z_n	Параметр эффективности Y
1			
...	
i		...	Z_{jr}	Y_r
...	
N			

тов (градаций). Если в табл. 2 параметры могли принимать несчетное количество разных значений, то теперь каждый параметр имеет конечное число элементов.

Теперь параметры объекта будем называть событиями-параметрами и Л-переменными и обозначать прописными буквами $Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_n$, а параметр эффективности объекта — событием-параметром эффективности и обозначать прописной буквой Y . В клетках табл. 3 находятся события-градации $Z_{jr}, j = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, N_j$ параметров $Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_n$. В последнем столбце — события-градации $Y_r, r = 1, 2, \dots, N_y$ параметра эффективности Y . В общем случае градации линейно неупорядочены и нельзя сказать, что градация 3 лучше или хуже градации 4.

Для проблемы классификации получим систему Л-уравнений риска:

$$\begin{cases} Z_{r_1 \in N_1}^1 \vee \dots \vee Z_{r_j \in N_j}^j \vee \dots \vee Z_{r_n \in N_n}^n = Y^1_{r_y \in N_y} \\ \dots \\ Z_{r_1 \in N_1}^i \vee \dots \vee Z_{r_j \in N_j}^j \vee \dots \vee Z_{r_n \in N_n}^n = Y^i_{r_y \in N_y} \\ \dots \\ Z_{r_1 \in N_1}^N \vee \dots \vee Z_{r_j \in N_j}^j \vee \dots \vee Z_{r_n \in N_n}^n = Y^N_{r_y \in N_y} \end{cases}, (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, n; r_j \in N_j; r_y \in N_y$.

Систему Л-уравнений типа (1) и будем называть базой знаний, а также рассматривать как систему Л-высказываний и использовать для получения новых знаний. Для БЗ легко вычислить частоты (вероятности) событий-градаций. Они равны отношению числа объектов или состояний с градацией к общему числу объектов или состояний в БЗ, равному N . С каждой Л-переменной свяжем вероятность ее истинности. Обозначим для события-параметра: p — вероятность успеха; $q = 1 - p$ — вероятность неуспеха.

Систему Л-уравнений (1) после ее ортогонализации можно преобразовать в следующую систему В-полиномов:

$$\begin{cases} P_{r_1 \in N_1}^1 + P_{r_2 \in N_2}^1 (1 - P_{r_1 \in N_1}^1) + \\ + P_{r_3 \in N_3}^1 (1 - P_{r_1 \in N_1}^1) (1 - P_{r_2 \in N_2}^1) + \dots = P^1_{r_y \in N_y} \\ \dots \\ P_{r_1 \in N_1}^i + P_{r_2 \in N_2}^i (1 - P_{r_1 \in N_1}^i) + \\ + P_{r_3 \in N_3}^i (1 - P_{r_1 \in N_1}^i) (1 - P_{r_2 \in N_2}^i) + \dots = P^i_{r_y \in N_y} \\ \dots \\ P_{r_1 \in N_1}^N + P_{r_2 \in N_2}^N (1 - P_{r_1 \in N_1}^N) + P_{r_3 \in N_3}^N \times \\ \times (1 - P_{r_1 \in N_1}^N) (1 - P_{r_2 \in N_2}^N) + \dots = P^N_{r_y \in N_y} \end{cases}. (2)$$

В ЛВ-теории риска с ГНС события-параметры связаны Л-операциями AND, OR, NOT и могут иметься циклы. В общем случае получим другие записи уравнений (1) и (2). Событиям-параметрам соответствуют Л-переменные, которые могут быть зависимыми, но не изначально, а только потому, что они содержатся в Л-формуле, которая и определяет зависимость между ними. События-градации для параметра являются зависимыми и образуют ГНС [2—3].

Вероятности в ГНС

Запишем в общем виде Л-функцию риска

$$Y = Y(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \quad (3)$$

и В-функцию риска для объекта таблицы

$$P_i\{Y_i = 1 | Z(i)\} = P(P_1, \dots, P_j, \dots, P_n), i = 1, 2, \dots, N. (4)$$

Для каждого события-градации в ГНС рассматриваются три вероятности (рис. 1): $P2_{jr}$ — относительная частота в статистике; $P1_{jr}$ — вероятность в ГНС; P_j — вероятность, подставляемая в (4) вместо вероятности P_j для события-параметра. Определим эти вероятности для j -й ГНС:

$$P2_{jr} = P\{Z_{jr} = 1\}; \sum_{r=1}^{N_j} P2_{jr} = 1, r = 1, 2, \dots, N_j; (5)$$

$$P1_{jr} = P\{Y = 1 | Z_j = 1\}; \sum_{r=1}^{N_j} P1_{jr} = 1, r = 1, 2, \dots, N_j; (6)$$

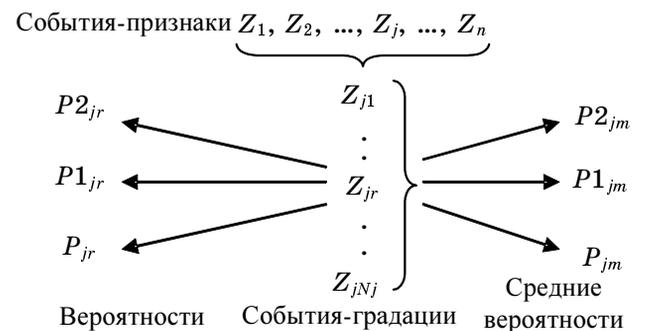
$$P_j = P\{Y = 1 | Z_j = 1\}; r = 1, 2, \dots, N_j, j = 1, 2, \dots, n, (7)$$

где n, N_j — числа признаков и градаций в j -признаке, черточка ‘|’ читается «при условии».

Средние значения вероятностей $P2_{jr}, P1_{jr}$ и P_j для градаций в ГНС равны:

$$P2_{jm} = 1/N_j; P_{jm} = \sum_{r=1}^{N_j} P_{jr} P2_{jr};$$

$$P1_{jm} = \sum_{r=1}^{N_j} P1_{jr} P2_{jr}. \quad (8)$$



■ Рис. 1. Вероятности в группе несовместных событий

Вероятности P_{jr} будем оценивать при алгоритмической итеративной идентификации В-модели риска по статистическим данным. Вначале нужно определить вероятности $P1_{jr}$, удовлетворяющие (6), и перейти от вероятностей $P1_{jr}$ к вероятностям P_{jr} . Число независимых вероятностей

$$N_{ind} = \sum_{j=1}^n N_j - n. \quad (9)$$

Вероятности P_{jr} и $P1_{jm}$ связаны по формуле Байеса для случая ограниченного количества информации [2—4] через средние вероятности P_{jm} и $P1_{jm}$:

$$P_{jr} = \frac{P1_{jr} P_{jm}}{P1_{jm}}, \quad r = 1, 2, \dots, N_j; j = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Системы логических и вероятностных уравнений базы знаний

Успех объекта из табл. 3, описываемого параметрами (Л-переменными) Z_1, Z_2, \dots, Z_n , определяется следующей Л-функцией (конъюнкцией) [2, 3]:

$$Y = Z_1 \wedge Z_2 \wedge \dots \wedge Z_j \wedge \dots \wedge Z_n. \quad (11)$$

Неуспех определяется по правилу де Моргана (отрицание конъюнкции)

$$\bar{Y} = \bar{Z}_1 \vee \bar{Z}_2 \vee \bar{Z}_3 \vee \dots \vee \bar{Z}_n. \quad (12)$$

Вместо Л-переменных Z_1, Z_2, \dots, Z_n в Л-выражения (11) и (12) следует подставить Л-переменные для градаций этих переменных. Из Л-функции (11) и (12) получают В-полиномы. Обозначим для события-параметра: p_1 — вероятность успеха; $1 - p_1 = q_1$ — вероятность неуспеха. Тогда В-полином для Л-функции (11)

$$P\{Y=1\} = p_1 p_2 p_3 \times \dots \times p_n. \quad (13)$$

Для перехода от Л-функции (12) к В-функции нужно в общем случае (когда Л-функция — сложное выражение) выполнить ортогонализацию этой функции:

$$\hat{Y} = \bar{Z}_1 \vee \bar{Z}_2 Z_1 \vee \bar{Z}_3 Z_2 Z_1 \vee \dots \quad (14)$$

Тогда В-полином можно записать

$$P\{\bar{Y}=1\} = q_1 + q_2 p_1 + q_3 p_2 p_1 + \dots \quad (15)$$

Так как приведенные Л-функции очень просты (последовательное соединение для успеха и парал-

лельное соединение для неуспеха), то вместо (15) известно также другое простое выражение для В-полинома:

$$P\{\bar{Y}=1\} = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \times \dots \times (1 - p_n). \quad (16)$$

Арифметика В-модели риска такова, что риск по формулам (15) и (16) находится в интервале [0, 1] при любых значениях вероятностей иницирующих событий.

В соответствии с табл. 3 строится система из N Л-уравнений типа (12). Число возможных разных объектов или состояний объекта в табл. 3 равно

$$N_{max} = N_1 N_2 \times \dots \times N_j \times \dots \times N_n, \quad (17)$$

где $N_1, \dots, N_j, \dots, N_n$ — число градаций в событиях-параметрах.

Если число параметров равно $n = 20$ и каждый имеет $N_j = 5$ градаций, то число возможных разных объектов (комбинаций) равно астрономическому числу $N_{max} = 5^{20}$, что объясняет вычислительные трудности решения задач риска.

Запишем Л-функцию для объектов в табл. 3:

$$Y = Y_1 \vee Y_2 \vee \dots \vee Y_i \vee \dots \vee Y_N, \quad (18)$$

где каждый объект определяется Л-функцией (11), включающей все Л-переменные.

В табл. 3 каждая Л-переменная в (18) принимает много значений по числу градаций, на которые она разбита. Л-функции для двух разных объектов, например:

$$Y_i = Z_1 \wedge Z_2 \wedge \dots \wedge Z_{jr} \wedge \dots \wedge Z_n; \quad (19)$$

$$Y_k = Z_1 \wedge Z_2 \wedge \dots \wedge Z_{jr+1} \wedge \dots \wedge Z_n, \quad (20)$$

ортогональны

$$Y_i \wedge Y_k = 0, \quad (21)$$

так как $Z_{jr} \wedge Z_{jr+1} = 0$, ибо Z_{jr} и Z_{jr+1} принадлежат одной ГНС.

Свойство ортогональности Л-слагаемых Л-функции риска (20) позволяет перейти от Л-функций к алгебраическим выражениям для вероятностей, т. е. Л-переменные заменить на вероятности и знаки ‘ \vee ’ на знаки ‘+’.

Для названных выше приложений предложены следующие типы ЛВ-моделей риска с ГНС: с полным и ограниченным числом событий, динамические и комплексные (табл. 4).

■ Таблица 4. Типы ЛВ-моделей риска с ГНС

Тип ЛВ-модели риска	Содержание
С полным числом событий	Л-функция риска в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ)
С ограниченным числом событий	Л-функция риска в виде: кратчайших путей успеха, минимальных сечений неуспеха и ограниченного (сценарием) числа событий
Динамический	С изменяющимися вероятностями событий и временем — параметром (в техническом анализе)
Комбинированный	С логическим объединением связями OR, AND, NOT отдельных сценариев и Л-функций риска

Идентификация ЛВ-модели риска с ГНС по статистическим данным

Задача идентификации В-модели риска по статистическим данным — обратная оптимизационная задача, является основной и сложной в проблемах риска [2—5]. Для ее решения систему из Л-уравнений типа (12) заменяют на систему из В-полиномов типа (15). Вероятности в левой части системы неизвестны.

Предложена следующая схема решения задачи. Пусть известны в первом приближении вероятности для градаций $P_{jr}, r = 1, 2, \dots, N_j, j = 1, 2, \dots, n$ и вычислены риски $P_i, i = 1, \dots, N$ для объектов в статистике из N_g хороших и N_b плохих объектов. Определим допустимый риск P_{ad} так (рис. 2), чтобы принятое расчетное число хороших объектов N_{gc} имело риск меньше допустимого и соответственно число плохих объектов $N_{bc} = N - N_{gc}$ имело риск больше допустимого. На шаге оптимизации изменим так вероятности $P_{jr}, r = 1, 2, \dots, N_j, j = 1, 2, \dots, n$, чтобы число корректно распознаваемых объектов увеличилось.

Переменные P_{ad} и N_{gc} связаны однозначно. В алгоритме задачи удобнее задавать N_{gc} и определять допустимый риск P_{ad} .

Условие $P_i > P_{ad}$ выделяет следующие типы объектов: N_{gg} — хорошие по модели и статистике; N_{gb} — хорошие по модели и плохие по статистике; N_{bg} — плохие по модели и хорошие по статистике; N_{bb} — плохие по модели и статистике. Риски объектов $N_{gg}, N_{bg}, N_{gb}, N_{bb}$ перемещаются относительно P_{ad} при изменении P_{jr} . При переходе одних объектов вправо от P_{ad} такое же число объектов переходит влево. Оптимальным будет такое изменение P_{jr} , которое переводит объекты N_{gb} и N_{bg} через P_{ad} навстречу друг другу.

Задача идентификации В-модели риска сформулирована так [2—4].

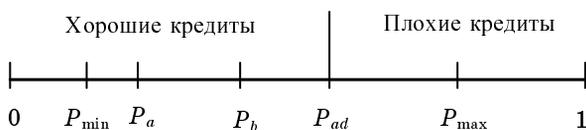
Заданы: статистика по объектам, имеющая N_g хороших и N_b плохих объектов, и В-модель риска типа (15).

Требуется определить: вероятности $P_{jr}, r = 1, 2, \dots, N_j, j = 1, 2, \dots, n$ событий-градаций и допустимый риск P_{ad} , разделяющий объекты на хорошие и плохие.

Критерий оптимизации: число корректно классифицируемых объектов должно быть максимальным:

$$F = N_{bb} + N_{gg} \rightarrow \max_{P_{jr}}. \quad (22)$$

Важно, что критерий оптимизации, в отличие от скоринговых и других методик, использует пря-



■ Рис. 2. Схема классификации объектов

мой прозрачный целочисленный критерий оптимизации. Из выражения (22) следует, что точность В-модели риска в классификации хороших E_g и плохих E_b объектов и в целом E_m равна:

$$E_g = N_{gb}/N_g; E_b = E_{bg}/E_b; E_m = (N-F)/N. \quad (23)$$

Ограничения:

1) вероятности P_{jr} должны удовлетворять условию

$$0 < P_{jr} < 1, j = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, N_j; \quad (24)$$

2) средние риски объектов по В-модели риска и статистике должны быть равны; при обучении В-модели риска будем корректировать вероятности P_{jr} на шаге итеративного процесса идентификации по формуле

$$P_{jr} = P_{jr}(P_{av}/P_m); j = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, N_j, \quad (25)$$

где $P_{av} = N_b / N$ — средний риск по статистике; P_m — средний риск по модели;

3) допустимый риск P_{ad} определяется при заданном коэффициенте асимметрии распознавания хороших и плохих объектов, равном

$$E_{gb} = N_{gb}/N_{bg}. \quad (26)$$

Потери неэквивалентны при ошибочном распознавании хорошего и плохого объектов.

Формула для итеративной алгоритмической идентификации ЛВ-модели риска

$$\Delta P1_{jr} = K_1 \frac{N_{opt} - N_v}{N_{opt}} K_3 P1_{jr}, \quad j = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, N_j, \quad (27)$$

где K_1 — коэффициент, равный $\sim 0,05$; N_{opt}, N_v — число оптимизаций и номер текущей оптимизации; K_3 — случайное число в интервале $[-1, +1]$. В процессе итеративной алгоритмической оптимизации $\Delta P1_{jr}$ стремится к нулю. Формула (27) обеспечивает простое задание максимального приращения вероятностей и определение точности оценки вероятностей по величине приращений на шаге последней оптимизации.

Оценка риска нового объекта выполняется на В-модели риска при известных вероятностях $P_{jr}, j = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, N_j$, где вместо вероятностей событий-признаков P_1, P_2, P_3, \dots подставляются вероятности их событий-градаций $P_{jr}, j = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, N_j$.

В работах [2, 4] приведены результаты идентификации ЛВ-модели кредитных рисков по реальным статистическим данным банка. Имелось $N = 1000$ логических уравнений, оценивались 94 вероятности $P_{jr}, j = 1, 2, \dots, 20, r = 1, 2, \dots, N_j$ и допустимый риск P_{ad} . ЛВ-модели кредитного риска с ГНС показали в два раза большую точность и в семь раз большую робастность, а также абсолютную прозрачность в распознавании плохих

и хороших кредитов, чем известные западные и скоринговые методики.

Алгоритмический итеративный метод идентификации ЛВ-модели риска с ГНС позволяет извлекать из БЗ или системы Л-уравнений новые знания (вероятности и вклады событий-градаций, допустимый риск, асимметрию распознавания и др.) при любой сложности ЛВ-функции риска и любых числах объектов в статистике, параметров объекта и градаций в каждом параметре.

Анализ риска

Вклады событий и градаций в риск объекта. Пусть В-модель риска идентифицирована по статистическим данным и известны вероятности P_{jr} . Определим вклады событий-признаков и событий-градаций в риск объекта и средний риск множества объектов, а также в точность ЛВ-модели риска, вычисляя разности между значениями названных характеристик для В-модели риска после ее идентификации и при условии (!) придания соответствующим вероятностям событий-признаков нулевых значений [2, 3].

Вклад признака (всех градаций признака) в риск объекта i

$$\Delta P_j = P(i) - P(i)|_{P_i=0}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (28)$$

Вклад признака в средний риск P_m множества объектов

$$\Delta P_{jm} = P_{jm} - P_{jm}|_{P_j=0}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (29)$$

Вклад признака в целевую функцию F_{\max}

$$\Delta F_j = F_{\max} - F|_{P_j=0}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (30)$$

Вычисление вкладов градаций ΔP_{jrm} и ΔF_{jr} по предложенной схеме было бы некорректно, ибо не ясно, как корректировать частоты других градаций P_{2jr} в ГНС, если одной из них придается нулевое значение. Поэтому вместо вкладов ΔF_{jr} будем вычислять ошибки классификации объектов по каждому событию-градации:

$$E_{jrg} = (N_{jrg} - N_{jrgg}) / N_{jrg}; E_{jrb} = (N_{jrb} - N_{jrbb}) / N_{jrb};$$

$$E_{jrm} = (N_{jr} - N_{jrgg} - N_{jrbb}) / N_{jr}, \quad (31)$$

где N_{jrg} , N_{jrb} , N_{jr} — числа хороших, плохих и всего объектов с градацией; N_{jrgg} , N_{jrbb} — числа хороших и плохих объектов с корректной классификацией.

Опасные элементы и их комбинации. Другое важное применение ЛВ-анализа риска состоит в следующем. Если рассматривать Л-функцию риска, то при $P_j = 1$ для элемента j (вероятности отказов остальных элементов принять равными 0,5) может произойти отказ объекта или, что то же самое, значение риска параметра эффективности Y будет равняться 1. Последовательно исключая только один параметр из множества $Z_j, j = 1, 2, \dots, n$

или два параметра из этого множества (все различные комбинации по два), просто установить самые опасные элементы системы или их комбинации по два, по три и т. д. Примеры такого определения самых опасных элементов системы приведены в работах Н. А. Махутова и В. В. Ярошенко по выбору целей бесконтактных войн 6-го и 7-го поколений.

Атрибуты риска и управление риском

Из системы Л-уравнений и соответствующей системы В-полиномов получают методом алгоритмической итеративной идентификации следующие новые знания: вероятности $P_{jr}, j = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, N_j$; вклады событий-градаций $Z_{jr}, j = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, N_j$ в риск каждого объекта и всего множества объектов; точность ЛВ-модели риска; допустимый риск P_{ad} .

Атрибутами риска события-градации являются: вероятность неуспеха для объекта, относительная вероятность неуспеха среди градаций события-параметра, вероятность-частота в множестве объектов, вклад в точность модели.

Атрибутами риска события-параметра являются: вероятность неуспеха для объекта, структурный вес и значимость в модели риска, вклад в средний риск множества объектов.

Атрибутами риска объекта являются: риск неуспеха, возможные потери, цена за риск, вклад в риск множества объектов.

Атрибутами риска множества объектов являются: допустимый риск, средний риск, средние потери, допустимые потери, асимметрия распознавания хороших и плохих объектов, число объектов, число опасных объектов, энтропия рисков.

Рассмотрим управление кредитным риском, исходя из количественных значений описанных атрибутов. Целью управления является снижение финансовых потерь банка и повышение точности распознавания плохих и хороших кредитов. Параметрами управления риском кредита и кредитной деятельностью банка являются: риск кредита, который сравнивают с допустимым риском и принимают решение о выдаче кредита; коэффициент асимметрии распознавания хороших и плохих кредитов; цена за кредит, зависящая от риска кредита и его отличия от допустимого риска; число признаков, описывающих кредит; число градаций для каждого признака; ширина интервалов при выделении градаций для таких признаков, как сумма кредита, его срок, возраст клиента и др.

Приложения ЛВ-теории риска с ГНС

Приложениями ЛВ-теории риска с ГНС, кроме кредитных рисков, являются проблемы инвестирования, эффективности, менеджмента, взяток и коррупции, которые отличаются, по существу, только постановкой задач оптимизации [2—4].

Инвестирование. Разработана ЛВ-модель риска инвестиций, в которой определяются оптималь-

■ Таблица 5. Особенности ЛВ-теории риска с ГНС

Параметр	Содержание
Объекты исследования	Структурно-сложные, многокомпонентные и многоуровневые системы: банковские, экономические и организационные
ЛВ-модели риска с ГНС	С полным числом событий, с ограниченным числом событий, комплексные модели риска, динамические модели риска
Области применения	Проблемы классификации, инвестирования, эффективности, менеджмента, взяток и коррупции
Решаемые задачи	Количественная оценка и анализ риска объекта и множества объектов, управление риском, управление портфелем и эффективностью, моделирование риска неуспеха менеджмента, выявление взяток и коррупции
Методические основы ЛВ-теории риска с ГНС	Логика, теории множеств и вероятностей, комбинаторика, дискретная математика, ЛВ-исчисление с логическими связями элементов OR, AND, NOT и циклами
Переход от БД к БЗ	Вводят ГНС или конечные множества и преобразуют статистическую БД в БЗ в виде системы Л-уравнений (Л-высказываний), что позволяет использовать ЛВ-исчисление и решать задачи риска, эффективности и управления
Определение риска	Вводится допустимый риск, разделяющий объекты на плохие и хорошие. Риск каждого уровня определяется своими атрибутами
Критерии качества Л-модели риска	Точность (ошибки классификации), робастность, прозрачность результатов и анализа риска и модели риска
Распределения переменных	Дискретные табличные распределения случайных переменных
Связанность и зависимость переменных	Л-переменные могут быть зависимыми, но не изначально, а только потому, что они содержатся в определенной Л-формуле, которая и определяет зависимость между ними. События-градации для каждого параметра зависимы и рассматриваются как ГНС
Тип вычислений	Алгоритмические итеративные методы. Это обеспечивает возможность решения обратной оптимизационной задачи риска независимо от количеств объектов в статистической БД, параметров, описывающих объект, градаций в каждом параметре, Л-сложности модели риска
Построение модели риска	Сценарий, граф-модель риска, Л-функция риска, ортогональная Л-функция, В-функция риска, идентификация В-функции риска
Идентификация ЛВ-модели риска	Идентификация В-модели риска по статистическим данным сведена к решению задачи оптимизации с целочисленной целевой функцией, большим числом неизвестных параметров-вероятностей и локальными экстремумами. Решают алгоритмическими итеративными методами (случайного поиска и градиентов). Используют формулу Байеса для связи вероятностей в ГНС
Логические разности	На каждом шаге оптимизации нужно определить приращение каждой вероятности. При этом следует нормировать вероятности в ГНС, т. е. их сумма должна равняться 1
Анализ риска	Вычисляют вклады в риск объекта, всего множества объектов и целевую функцию событий-параметров и событий-градаций. Эти вклады — атрибуты риска — и позволяют управлять риском и эффективностью
Управление риском	Активное управление риском по вкладам событий-признаков и событий-градаций в риск и эффективность
Программные средства	Специальные Software для идентификации В-модели риска, выбора портфеля ценных бумаг, структурно-логического моделирования

ные доли капитала в ценные бумаги портфеля. В этой модели, в отличие от теорий Марковица и VaR, не используется допущение о нормальности законов распределения доходности ценных бумаг и всего портфеля.

Используется переход от табличной статистической БД по доходностям акций портфеля к БЗ в виде системы Л-уравнений (Л-высказываний). Для этого диапазон изменения доходности каждой акции и портфеля разбивается на интервалы

(события-градации). Наряду с допустимой доходностью портфеля Y_{ad} и риском портфеля $Risk$ вводятся понятия числа опасных состояний N_{ad} и энтропии H_{ad} рисков опасных состояний в «хвосте» распределения доходности портфеля. Это позволяет анализировать риск портфеля и управлять им.

Эффективность. Разработана ЛВ-модель риска эффективности социальных процессов, в которой оцениваются весомости иницирующих случайных процессов для итогового случайного процесса параметра эффективности. Используется переход от табличной статистической БД значений влияющих параметров и итогового параметра эффективности к БЗ в виде системы Л-уравнений (Л-высказываний). Для этого диапазоны изменения влияющих и итогового параметра разбиваются на интервалы (события-градации). Для параметра эффективности вводятся понятия: допустимое значение Y_{ad} , риск $Risk$, число опасных состояний N_{ad} и энтропия H_{ad} рисков опасных состояний в «хвосте» распределения параметра эффективности. Это позволяет анализировать риск и эффективность и управлять ими. В отличие от работ лауреата Нобелевской премии Дж. Хекмана, задача решается при произвольных распределениях влияющих параметров и параметра эффективности.

Менеджмент. Разработаны ЛВ-модели риска неуспеха менеджмента компании по функциям, по направлениям деятельности; по управлению компанией как сложным объектом; по достижению одной и группы целей; по качеству функционирования. В рассмотренных моделях статистические данные не используются и не осуществляется переход от БД к БЗ. Демонстрируется построение и использование комплексных ЛВ-моделей риска, построенных из частных моделей. На необходимость разработки моделей риска для управления менеджментом указывал в своих работах великий американский экономист Питер Ф. Друкер.

Взятки. Разработаны следующие ЛВ-модели риска взяток [5]: в учреждении по параметрам успешности его функционирования, чиновников по параметрам их поведения, в учреждении и чиновников по параметрам обслуживания, в комплексе на основе Л-сложения первых трех моделей. Для построения названных ЛВ-моделей риска используется переход от табличных статистических БД к БЗ в виде системы Л-уравнений (Л-высказываний).

ЛВ-модели риска взяток предназначены для использования в департаменте «Экономические преступления» города, в службах внутренней безопасности компаний и банков и для разработки стандартов на параметры обслуживания.

Особенности ЛВ-теории риска с ГНС

Приведем в табличной форме особенности ЛВ-теории риска с ГНС (табл. 5), учитывая также результаты работ [2—5].

Проблемы ЛВ-теории риска с ГНС

Наряду с вышеизложенными основами ЛВ-теории риска с ГНС разработаны:

— *формальное изложение ЛВ-теории риска с ГНС* по академику Мальцеву, включающее в себя описание множеств и отношений на множествах, атрибутов элементов множеств, сигнатуры и аксиом, аппарата вывода;

— *учебный курс по ЛВ-теории риска с ГНС в экономике*, включающий в себя лекции, лабораторные работы на компьютере и предметные индексы;

— *программное обеспечение для ЛВ-теории риска с ГНС*, включающее в себя Software для идентификации, оценки и анализа кредитных рисков; для выбора, оценки и анализа риска портфеля ценных бумаг; для автоматизированного структурно-логического моделирования рисков.

Определено полное решение проблемы разработки и использования ЛВ-теории риска с ГНС для целей управления:

— разработка ЛВ-моделей риска с ГНС для разных приложений;

— разработка учебного курса по ЛВ-теории риска с ГНС в экономике;

— разработка Software для ЛВ-моделирования и управления риском;

— экспертиза и сертификация ЛВ-моделей риска и программных средств.

Литература

1. Рябинин И. А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. 2-е изд. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2007. 276 с.
2. Соложенцев Е. Д. Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике. 2-е изд. СПб.: Бизнес-пресса, 2006. 560 с.
3. Solojentsev E. D. Scenario Logic and Probabilistic Management of Risk in Business and Engineering. Springer, 2004. 391 p.
4. Соложенцев Е. Д., Степанова Н. В., Карасев В. В. Прозрачность методик оценки кредитных рисков и рейтингов. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2005. 197 с.
5. Соложенцев Е. Д. Сценарные логико-вероятностные модели риска взяток // Финансы и Бизнес. 2007. № 1. С. 125–138.